This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06636666 1

TRAITÉ
D'HYDRAULIQUE.

Le nombre d'exemplaires prescrit par la loi a été déposé. Tous les exemplaires sont revêtus de la signature de l'éditeur.

TRAITÉ

D'HYDRAULIQUE,

A L'USAGE

DES INGÉNIEURS;

PAR

J. F. D'AUBUISSON DE VOISINS,

Ingénieur en chef au Corps royal des Mines ; Chevalier de Saint-Louis et de la Légion d'honneur ; Correspondant de l'Institut de France ; Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres de Toulouse, etc. etc. etc.

STOR LIBRARY
NEW-YORK

PARIS,

Chez F. G. LEVRAULT, rue de la Harpe, n.° 81 ;

STRASBOURG, même maison, rue des Juifs, n.° 33.

1834.

455

STRASBOURG, IMPRIMERIE DE LEVRAULT.

AVERTISSEMENT.

Mon but, en composant cet ouvrage, a été de présenter aux ingénieurs, c'est-à-dire à tous ceux qui ont de grandes constructions à proposer ou à faire exécuter, les règles qui doivent les diriger dans les projets qu'ils peuvent avoir à dresser sur la conduite des eaux, sur les travaux et les machines hydrauliques. J'ai voulu, en même tems, leur donner une pleine intelligence de ces règles, fixer le degré de confiance qu'elles doivent leur inspirer, et leur en montrer l'application.

L'hydraulique, telle que j'avais à la traiter, étant une science de faits, j'ai dû les exposer, et avec les circonstances propres à les faire bien connaître. Conduit ensuite par de

simples raisonnemens ou par les principes de la physique et de la mécanique élémentaire, j'ai cherché à en déduire les règles que j'avais à donner. Plusieurs d'elles pouvaient être exprimées par des formules d'algèbre, et alors je n'ai pas manqué de faire usage du plus précis et du plus concis des langages. Un simple coup d'œil jeté sur un résultat algébrique, montre, dans leur ensemble, toutes les quantités relatives à la question dont il s'agit, ainsi que les opérations à leur faire subir pour arriver à la solution.

Lorsque les formules ne découlaient pas immédiatement des faits observés, j'ai toujours eu soin de comparer leurs résultats avec ceux de l'expérience. Les uns et les autres ont été mis, en forme de tableaux autant que possible, sous les yeux du lecteur, afin qu'il pût juger par lui-même, et des modifications que cette comparaison portait à faire aux formules, et du degré d'exactitude qu'il pouvait s'en promettre en les appliquant à la pratique.

Des exemples, tout en montrant la manière d'effectuer de telles applications, servent de commentaire aux règles, et ils m'ont mis en outre à même de faire mention des cas qui se présentent le plus fréquemment. Des ingénieurs occupés exclusivement de leur état depuis une longue suite d'années, peuvent avoir perdu l'usage des formules, et se trouver un instant embarrassés sur l'acception à donner à quelques-uns des caractères qu'elles présentent: un exemple sur un problème analogue à celui qu'ils ont à résoudre, les sortira presque toujours d'embarras.

On dira peut-être encore, au sujet de l'emploi que j'ai assez souvent fait des expressions algébriques, ce qu'on a déjà dit à l'occasion d'un autre de mes ouvrages à peu près de la nature de celui-ci, qu'en me servant d'une langue étrangère à plusieurs personnes qui s'occupent aussi de constructions, je rends mon livre moins généralement utile. J'ai signalé quelques-uns des avantages de cette langue, et je doute qu'en les sacrifiant j'eusse

plutôt gagné que perdu sous le rapport de l'utilité. Je ferai d'ailleurs observer que, si l'on veut se restreindre à ce qui est strictement nécessaire, l'usage de ce traité n'exige que de savoir lire une formule de l'algèbre la plus élémentaire, et de savoir effectuer par logarithmes les opérations qu'elle indique. Mais cette connaissance est indispensable à celui qui est dans le cas de résoudre des questions d'hydraulique ; qu'il s'agisse, par exemple, de fixer le diamètre d'une suite de tuyaux destinés à conduire un volume d'eau donné; il faudra, entre autres opérations, extraire la racine cinquième du carré de ce volume, et une telle extraction ne peut guère s'effectuer que par logarithmes.

D'un autre côté, quelques personnes me reprocheront certainement d'avoir trop négligé l'usage de l'analyse et surtout de l'analyse infinitésimale. Mais ce livre, cette sorte de *manuel d'hydraulique à l'usage des ingénieurs*, n'est point un ouvrage de mathématiques, ni même de mathématiques appli-

quées, comme l'*Idraulica* de Venturoli. Un très-grand nombre des règles et préceptes qu'il contient, par exemple sur la bonne disposition à donner à un système de tuyaux de conduite, à un vannage, aux roues à augets, etc., se trouvent étrangers à ces sciences : elles ne sont dans ce traité qu'un accessoire ; aussi, lorsqu'elles m'ont offert un moyen d'arriver à un but, sans m'astreindre à la rigueur géométrique, comme je l'ai eu fait ailleurs, j'ai pris la voie la plus directe, la plus facile, la plus battue. De là vient que je ne me suis pas servi du *principe des forces vives ;* principe si fécond, et devenu aujourd'hui presque l'unique instrument avec lequel les géomètres attaquent les questions relatives à l'hydraulique et aux machines. Ainsi mon ouvrage est par sa nature bien plus du domaine des sciences d'observation, des sciences physiques, que des sciences mathématiques ; c'est un traité d'hydraulique expérimentale et appliquée, et non d'hydraulique rationnelle.

uniformité dans le langage de tous les tems et de tous les pays.

Qu'il me soit permis ici de réclamer de l'indulgence pour cet ouvrage, très-vraisemblablement le dernier de ceux qu'il m'a été donné d'écrire. Le seul désir de propager en France les connaissances scientifiques et leurs applications, de faire qu'à l'avenir nos travaux et machines hydrauliques soient disposés plus convenablement, m'a porté à l'entreprendre : quelques-uns de ceux que j'ai déjà publiés n'ont peut-être pas été sans quelque utilité, et, m'adressant au génie qui me les avait inspirés, j'ai dit :

Extremum hunc, Arethusa, mihi concede laborem.

TRAITÉ

D'HYDRAULIQUE.

1. L'hydraulique a pour objet la connaissance des phénomènes que présentent les fluides en mouvement, et celle des lois que la nature suit dans la production de ces phénomènes : elle a principalement en vue de faire servir ces connaissances aux moyens de diriger, conduire et élever les fluides de la manière la plus convenable à un but proposé.

2. Les fluides sont des corps dont les molécules, par suite d'une extrême mobilité, cèdent à la plus légère impression qu'elles éprouvent. Leur indépendance n'est pas cependant parfaite; une adhérence les lie, jusqu'à un certain point, les unes aux autres.

3. Ces corps se divisent en deux classes; les *fluides incompressibles* ou fluides proprement dits, auxquels les physiciens donnent quelquefois le nom de *liquides;* et les *fluides compressibles* ou *élastiques.* L'eau est comme le type des premiers, et l'air atmosphérique celui des seconds.

4. Quoique tous les fluides, ainsi que tous les corps de la nature, soient, en stricte rigueur, compressibles et élastiques; cependant, les uns le sont si peu comparativement aux autres; et la différence, sous ce rapport, est si essentielle dans l'expression des lois de leurs mouvemens, que nous avons conservé cette distinction.

Nous diviserons en conséquence l'hydraulique en deux parties: l'une, l'*hydraulique* proprement dite, traitera des fluides incompressibles, et particulièrement de l'eau; dans l'autre, il s'agira des fluides élastiques, et principalement de l'air; ce sera l'*aérométrie*.

PREMIÈRE PARTIE.

DE L'HYDRAULIQUE PROPREMENT DITE.

5. L'eau en mouvement se présente de quatre manières différentes : ou sortant d'un réservoir; ou coulant dans un lit; ou agissant comme moteur; ou, dans un état passif, élevée par des machines. De là, nos quatre sections de l'hydraulique.

Avant de les aborder, fixons la vraie valeur de deux quantités qui se retrouvent dans tous les calculs relatifs à cette science, le poids de l'eau et l'intensité de la gravité : ces quantités sont variables, et presque toujours on les suppose constantes. Ce qui suit mettra à même de juger de l'erreur qui peut résulter de cette supposition, dans les divers cas que l'on aura à traiter.

Poids de l'eau.

6. Lorsque l'eau est entièrement pure, et qu'elle est prise à son *maximum* de densité, elle pèse à raison de 1000^k par mètre cube : tel est son poids spécifique.

Quatre causes peuvent le faire varier.

La plus puissante est la température : on sait que la chaleur dilate tous les corps, et diminue ainsi leur densité ou poids spécifique. D'après les expériences les plus exactes, celui de l'eau pure, aux différens degrés du thermomètre centigrade, serait ainsi qu'il est indiqué au tableau suivant. Au-dessous de 4°, la densité, au lieu de continuer à augmenter, va en

diminuant : cette diminution, d'abord fort lente, croît rapidement près le terme de congélation, et le poids du mètre cube de glace n'est plus que de 930^k.

Température.	POIDS du mètre cube.
deg.	kil.
4	1000,00
6	999,95
8	999,87
10	999,72
12	999,54
15	999,14
20	998,24
25	997,09
30	995,73
50	987,58
100	956,70

Les effets de la pression sont bien moins sensibles. L'eau a même passé long-tems pour être entièrement incompressible; mais des expériences, faites dans ces derniers tems, ont montré que sous de très-fortes charges, elle se comprimait réellement, quoique d'une quantité bien petite; d'environ les 0,000046 de son volume, sous le poids d'une atmosphère : de sorte que le poids spécifique de la partie inférieure d'une colonne d'eau de 100^m de hauteur (près de dix atmosphères) serait de 1000^{k}44, celui de la partie supérieure étant 1000^k. Mais, comme dans la pratique habituelle on n'aura pas de telles charges, on peut, sans erreur sensible, négliger entièrement l'effet de la pression.

Celui qui provient des matières salines ou terreuses contenues dans les eaux qui coulent à la surface du globe peut encore être négligé dans la plupart des cas, le poids spécifique de l'eau des rivières n'étant que de quelques dixmillièmes plus considérable que celui de l'eau distillée, qu'on prend pour type de l'eau entièrement pure.

Enfin, l'eau, comme tous les autres corps, perd, dans l'atmosphère, une partie de son poids égale au poids de l'air dont elle occupe la place; et cette perte, qui ne sera presque jamais au-dessous de 10 dixmillièmes, peut aller jusqu'à 13.

En somme, dans nos températures moyennes et suivant les diverses circonstances, le poids du mètre cube d'eau ne sera que de 998^{k}4 à 999^k. Toutefois, dans ce Traité, nous admettrons constamment 1000^k, cette valeur rendant extrêmement facile la conversion des mètres cubes d'eau en kilogrammes, et *vice versa*.

pression mérique gravité.

7. Des expériences, faites avec un soin extrême à l'observatoire de Paris, ont donné 0^{m}99384 pour la longueur du pendule qui y bat les secondes, cette longueur étant réduite au niveau de la mer. D'où l'on conclut que, dans ce lieu, un

corps grave descend de 4^m9044 $(=\frac{1}{2}.0{,}99384\pi^2)$ durant la première seconde de sa chute. Si, au bout de ce tems, la gravité cessait d'agir sur lui, il continuerait à descendre, mais d'un mouvement uniforme, et en parcourant un espace double, ou 9^m8088, par seconde; ce nombre, qui exprime la vitesse imprimée par la gravité dans l'unité de tems, représente, pour Paris, l'intensité de cette force accélératrice; on la désigne habituellement par g, lettre initiale du mot *gravitas*.

Elle augmente d'ailleurs avec la latitude, et elle diminue avec l'élévation au-dessus du niveau de la mer. On a généralement

$$g=9^m8051\,(1-0{,}00284\cos 2l)\left(1-\frac{2e}{r}\right)$$

l étant la latitude du lieu, e son élévation au-dessus du niveau de la mer, et r le rayon du sphéroïde terrestre à ce niveau et dans ce lieu : $(r=6366407^m(1+0{,}00164\cos 2l))$.

Ainsi à Marseille, où $l=43°\,18'$ et $e=0^m$, on a $g=9^m8034$; à Toulouse, où $l=43°\,36'$ et $e=146^m$, $g=9^m8032$. Malgré ces variations, à l'instar des auteurs français, nous prendrons constamment $g=9^m8088$; cette lettre n'aura pas d'autre signification dans ce Traité. Nous remarquerons toutefois, d'après les exemples qui viennent d'être donnés, que les résultats de tous les calculs dans lesquels elle entrera, comme facteur, ne sauraient être regardés exacts, même en France, qu'à un demi-millième près.

8. La valeur de g reparaîtra fort souvent sous deux formes dont je rappelle la génération.

D'après le premier principe de la chute des graves, et du mouvement uniformément accéléré en général, les vitesses acquises sont comme les tems employés à les acquérir : de sorte que si v est la vitesse acquise par un corps au bout du tems t, g étant, comme nous venons de le voir, la vitesse acquise en $1''$, on aura

$$v:g::t:1 \text{ ou } v=gt.$$

D'après le second principe, les espaces parcourus, ou les hauteurs des chutes sont comme les carrés des tems employés à les parcourir; donc, si h est la hauteur dont ce même

corps est tombé dans le tems t, $\frac{1}{2}g$ étant la chute correspondante à 1″, il viendra

$$h : \tfrac{1}{2}g :: t^2 : (1'')^2, \text{ ou } h = \frac{gt^2}{2}.$$

En prenant la valeur de t dans cette dernière équation, et en la substituant dans la première, on a

$$v = \sqrt{2gh}, \text{ et, par suite, } h = \frac{v^2}{2g}.$$

Puisque $g = 9^m8088$,

$$\sqrt{2g} = 4^m4292 = 4^m43, \text{ et}$$

$$\frac{1}{2g} = 0^m05097 = 0^m051.$$

Par conséquent

$$v = 4{,}43\sqrt{h} \text{ et } h = 0{,}051\, v^2.$$

On dit que *v est la vitesse due à la hauteur h* et *h la hauteur due à la vitesse v.*

La lettre grecque π que nous avons prise plus haut, comme exprimant le rapport de la circonférence au diamètre (3,1416), n'aura pas d'autre acception dans cet ouvrage. Le quart de cette quantité (0,7854), qui est le rapport du cercle au carré circonscrit, devant encore se présenter très-fréquemment dans nos calculs, nous l'y désignerons par π'.

PREMIÈRE SECTION.

DE L'ÉCOULEMENT DE L'EAU CONTENUE DANS UN RÉSERVOIR.

9. Le réservoir d'où l'eau sort peut être entretenu constamment plein; ou il ne reçoit pas de nouvelle eau et alors il se vide : l'ouverture de sortie, au lieu de verser le fluide dans l'atmosphère, peut le verser dans un second réservoir plus ou moins rempli. Ces trois cas donnent lieu à la division de cette section en trois chapitres.

CHAPITRE PREMIER.

DE L'ÉCOULEMENT, LORSQUE LE RÉSERVOIR EST CONSTAMMENT PLEIN.

Définitio et divisio

10. L'ouverture par laquelle l'eau s'écoule est pratiquée sur le fond, ou sur une des parois latérales du réservoir. Dans cette dernière position, et c'est celle qui a presque toujours lieu, la surface du fluide dans le bassin peut se tenir au-dessus du bord supérieur de l'ouverture, laquelle est alors surmontée et comme limitée par le fluide sur tout son pourtour; dans ce cas elle prend plus particulièrement le nom d'*orifice* : cet orifice est

ou simplement pratiqué dans une *mince paroi*, c'est-à-dire dans une paroi dont l'épaisseur n'est pas moitié de la plus petite dimension de l'ouverture; ou il est garni d'un *ajutage*, court tuyau, tantôt *cylindrique*, le plus souvent *conique convergent* vers l'extérieur du bassin, et rarement *divergent* : une ouverture faite dans une paroi fort épaisse équivaudrait évidemment à un orifice en mince paroi portant un ajutage. La surface du fluide peut encore se trouver au-dessous du bord supérieur de l'ouverture; ce bord est alors comme s'il n'existait pas, et le plus souvent il n'existe pas en effet; l'ouverture n'est plus limitée à sa partie supérieure, et elle prend le nom de *déversoir* : les lois de l'écoulement, dans ce second cas, présentant des circonstances particulières, seront l'objet d'un article spécial. Il en sera de même, lorsque la surface fluide ne se tiendra qu'à une fort petite élévation au-dessus de l'orifice : ce troisième cas est comme un intermédiaire entre les deux précédens. Nous ferons précéder les trois articles, dont nous venons d'indiquer l'objet, par un premier article, dans lequel nous exposerons les principes généraux de l'écoulement, et les modifications qu'y apporte le resserrement ou la *contraction* que la veine fluide éprouve en passant par les diverses ouvertures de sortie dont il vient d'être fait mention.

Nous n'avons point fait de division basée sur la grandeur de l'orifice comparativement à la section horizontale du réservoir : tant que, conformément au titre du chapitre, le réser-

voir sera entretenu constamment plein, et par suite, que la surface fluide s'y maintiendra à un *niveau constant*, et qu'en outre elle sera *tranquille*, les lois de l'écoulement, celles que suit la vitesse de sortie, seront les mêmes, quelle que soit la grandeur respective de l'orifice. L'assertion contraire a été émise, il est vrai, par de très-grands géomètres; mais on n'a cité aucun résultat d'expérience en sa faveur, et Michelotti en rapporte qui lui sont contraires (1). On est ici dans un cas différent de celui où la surface fluide baisse graduellement, et dont il sera traité au chapitre suivant (76): dans le cas actuel, la surface AB (fig. 2) demeure constamment à une même hauteur, et cette hauteur est comme la résultante de toutes les actions qui ont lieu dans la masse fluide ABCD : d'une part, la somme de ces actions pousse le fluide à sortir avec une certaine vitesse; et de l'autre, elle soutient la surface AB à la hauteur BO au-dessus de l'orifice; cette hauteur et cette vitesse sont les effets d'une même force, et BO peut être pris comme la hauteur due à la vitesse de sortie.

La distance verticale ou la hauteur de la surface fluide dans le réservoir au-dessus du centre de gravité de l'orifice, distance qu'on désigne quelquefois, par ellipse, sous la simple dénomination de *hauteur du réservoir*, est la *charge* d'eau sur l'orifice, ou la charge sous laquelle se fait l'écoulement.

ART. 1. *Principes généraux de l'écoulement et modifications dues à la contraction.*

1. *Principes.*

11. Soit un vase X entretenu constamment plein d'eau jusqu'en AB. Si, sur ses faces hori- Théorie de Torricelli Fig. 1

(1) *Sperimenti idraulici.* Tom. II, 1.re part., art. 3.

zontales CD et EF, on perce les orifices M et N, le fluide en sortira sous forme de jets verticaux, lesquels s'élèveront à très-peu près jusqu'au niveau AK de l'eau dans le réservoir : ils atteindraient même entièrement ce niveau, si quelques causes, dont il sera question par la suite, n'y mettaient obstacle. Or, d'après les premiers principes de la dynamique (Poisson, *Mécan.*, §. 190), pour qu'un corps lancé verticalement atteigne une certaine hauteur, il faut qu'au point de départ il ait reçu une vitesse égale à celle qu'il aurait acquise s'il était librement tombé de cette même hauteur. En conséquence, puisque les molécules fluides qui sont sortis des orifices M et N se sont élevées aux hauteurs respectives MG et NH, à leur sortie, elles auront été animées des vitesses dues à ces hauteurs, qui sont celles de la surface du réservoir au-dessus des orifices.

De même, si sur une face verticale FR, on pratique une ouverture O, nous verrons ultérieurement (36) que, d'après la valeur respective des lignes OP et PQ, le fluide est sorti, en O, avec une vitesse due à la hauteur OK. On aurait un résultat analogue pour un orifice ouvert sur le fond RT du vase.

En général, et abstraction faite de tout obstacle ou de toute cause de perturbation, *la vitesse d'un fluide, à sa sortie d'un orifice pratiqué dans les parois d'un réservoir, est celle qu'aurait acquise un corps grave en tombant librement de la hauteur comprise entre le niveau*

de la surface fluide dans le réservoir et le centre de cet orifice.

Ce théorème, connu sous le nom de théorème de Toricelli, a été établi et publié, par ce célèbre physicien, en 1643, comme une conséquence des lois de la chute des graves, lois qui venaient d'être découvertes par son maître, l'illustre Galilée.

Si on désigne par v la vitesse de sortie et par H la charge ou hauteur de l'eau dans le réservoir, il donnera (8)

$$v = \sqrt{2gH}.$$

Princi
généra

12. Nous venons de voir que l'eau sortant des ouvertures M et N n'atteignait pas tout-à-fait le niveau du fluide dans le réservoir. Si à ces ouvertures on adaptait deux ajutages parfaitement égaux, l'eau s'élèverait moins haut encore : mais la diminution de hauteur suivrait exactement le même rapport; par exemple, si le jet qui sort de l'ajutage en M n'était que les deux tiers de MG, celui qui sortirait de l'ajutage N ne serait aussi que les deux tiers de NH. Soit en général μ le rapport entre la hauteur du jet et celle du réservoir pour un ajutage d'une certaine forme, H et H′ deux hauteurs de réservoir, et v et v' les vitesses correspondantes, on aura $v = \sqrt{2g\mu H}$ et $v' = \sqrt{2g\mu H'}$: d'où

$$v : v' :: \sqrt{H} : \sqrt{H'},$$

c'est-à-dire que, les ajutages étant de même forme,

les *vitesses sont toujours comme les racines carrées des charges.*

Des expériences faites par Mariotte (1), il y a 150 ans, et cent fois répétées depuis, ne laissent pas le moindre doute sur ce principe. Je rapporte ci-contre les résultats de quelques-unes d'elles; ils fixeront le degré de confiance avec lequel il doit être admis : d'autres détails, sur les séries d'expériences qui les ont fournis, seront donnés au n.° 25. La première série a été faite par M. Castel et moi; la seconde par Bossut; les troisième et quatrième par Michelotti, et la dernière par MM. Poncelet et Leshros. On y remarquera que les charges ont varié dans le rapport de 1 à 200 et plus, et les sections des orifices dans celui de 1 à 500; et cependant, dans toutes, les vitesses ont suivi le rapport des racines carrées des charges : les très-petites différences qu'on voit, tantôt en plus, tantôt en moins, doivent être négligées; elles tiennent aux petites erreurs inévitables dans ces sortes d'expériences. Elles avaient pour objet direct la détermination des dépenses : mais il est évident que lorsque l'orifice est le même, la dépense ne varie plus qu'avec la vitesse, qu'elle lui est exactement proportionnelle, et que la suite des rapports de l'une est aussi la suite des rapports de l'autre.

DIAMÈT. de l'orifice.	CHARGE sur l'orifice.	SÉRIE des racines des charges.	SÉRIE des dépenses ou vitesses.
mèt.	mèt.		
0,01	0,026	1,000	1,000
	0,03	1,074	1,064
	0,04	1,241	1,244
	0,05	1,386	1,393
	0,06	1,519	1,524
.....	.....	.....	.....
0,027	1,30	1,000	1,000
	2,92	1,500	1,497
	3,81	1,712	1,707
.....	.....	.....	.....
0,081	2,34	1,000	1,000
	3,81	1,305	1,301
	6,76	1,738	1,692
.....	.....	.....	.....
0,162	2,11	1,000	1,000
	3,66	1,316	1,315
.....	.....	.....	.....
carré.	0,40	1,000	1,000
—	0,70	1,323	1,330
0^m20	1,00	1,581	1,590
sur	1,30	1,803	1,806
0^m20	1,60	2,000	2,000

Il convient aux fluides de toute espèce.

13. Le principe général que les vitesses sont comme les racines carrées des charges, ainsi que le théorème de Toricelli pour les cas où il est applicable, s'étend aux fluides de toute espèce,

(1) *Traité du mouvement des eaux.*

au mercure, à l'huile, et même aux fluides aériformes. De sorte que la vitesse, avec laquelle chacun d'eux sort d'un orifice, est indépendante de sa nature et de sa densité; elle ne dépend que de la charge : l'expérience le prouve.

Le simple raisonnement suffit d'ailleurs pour montrer qu'il doit en être ainsi. Qu'il s'agisse du mercure, par exemple; les molécules placées devant l'orifice, et auxquelles il faut imprimer une certaine vitesse, sont, il est vrai, quatorze fois plus denses que celles de l'eau; et par conséquent elles opposent au mouvement une résistance quatorze fois plus grande : mais aussi la masse qui presse et qui produit la vitesse de sortie, étant quatorze fois plus considérable, exerce un effort moteur quatorze fois plus grand : il y a compensation, et la vitesse imprimée demeure la même.

Cas d'u pressio étrangè

14. A la pression qu'un fluide contenu dans un vase exerce, par son poids, sur l'orifice de sortie, peut encore se joindre une pression étrangère, et la vitesse de l'écoulement en est augmentée. Elle l'est de la même manière que si cette dernière pression était produite par un accroissement dans la hauteur du réservoir, accroissement qui serait la hauteur d'une colonne du même fluide et dont le poids équivaudrait à celui qui produit la pression : car il est évident que, dans les deux cas, les molécules qui sont à l'orifice reçoivent une égale impulsion.

Un exemple va éclaircir cet objet.

On a un vase fermé de toutes parts et plein d'un alcool

dont la pesanteur spécifique est de 0,837 : sur le couvercle est une ouverture circulaire de 0^m03 de diamètre, dans laquelle on a introduit un piston chargé d'un demi-kilogramme : l'orifice de sortie est à 0^m25 au-dessous de cette ouverture. Il faut déterminer la vitesse avec laquelle l'alcool sortira. On admet que le frottement des parois du piston contre les bords de l'ouverture est équilibré par le poids du piston même.

Déterminons d'abord la hauteur de la colonne d'alcool qui, par son poids, produirait une pression de 0^k5. Le diamètre de cette colonne, comme celui du piston, devra être de 0^m03; et puisque le mètre cube du fluide donné pèse 837^k, si x est la hauteur cherchée, on aura $0,5 = \pi'(0,03)^2 x \times 837$; d'où $x = 0^m8453$.

Cette hauteur devra être ajoutée à celle, 0^m25, que le fluide a dans le vase: et la somme, 1^m0953, sera la charge ou hauteur due à la vitesse de sortie: cette vitesse égalera donc $\sqrt{2g \times 1,0953} = 4^m636$.

Dépense théorique.

15. Après avoir donné l'expression de la vitesse avec laquelle un fluide quelconque sort d'un orifice, passons à l'usage qu'on en fait dans la détermination de sa dépense.

On appelle *dépense* d'un orifice le volume du fluide qui en sort dans l'unité de tems, la seconde.

Si la vitesse moyenne de toutes les molécules fluides était due à la charge entière H, cette vitesse, qu'on nomme alors *vitesse théorique,* serait $\sqrt{2gH}$: si, en même tems, il sortait des molécules de tous les points de l'orifice, et en filets parallèles, il est évident que le volume d'eau écoulé en une seconde serait égal au volume d'un prisme qui aurait l'orifice pour base et cette vitesse pour hauteur; il serait donc, en appelant S la surface de l'orifice,

$$S\sqrt{2gH}:$$

c'est la *dépense théorique.*

16. Mais la *dépense réelle* est toujours moindre. Pour nous faire une idée exacte de l'état des choses, considérons la veine fluide un peu après sa sortie de l'orifice, et coupons-la par un plan perpendiculaire à sa direction. Il est manifeste que la dépense sera équivalente au produit de la section (de son aire) par la vitesse moyenne des filets au moment qu'ils la traversent : si cette section était égale à celle de l'orifice, et si cette vitesse était égale à celle due à la charge, la dépense réelle serait aussi égale à la dépense théorique. Mais il arrive, ou que la section de la veine est notablement plus petite que celle de l'orifice, comme dans l'écoulement par les orifices en mince paroi; ou que la vitesse à la section est notablement plus petite que celle due à la charge, comme dans les ajutages cylindriques; ou même qu'il y a diminution et dans la section et dans la vitesse, comme dans certains ajutages coniques. De sorte que la dépense réelle sera, dans tous ces divers cas, moindre que la dépense théorique; et que pour réduire celle-ci à l'autre, il faudra la multiplier par une fraction. Dépense réelle.

Si m représente cette fraction, et Q la dépense réelle, on aura donc

$$Q = mS\sqrt{2gH}.$$

Si Q′ était le volume d'eau écoulé dans un tems T, on aurait encore $Q' = mST\sqrt{2gH}$.

Soit que la diminution dans la dépense provienne, ou d'une diminution dans la section de la veine, ou d'une diminution dans la vitesse, elle est toujours une suite de la contraction que la veine éprouve en passant par l'orifice; aussi le multiplicateur *m* ou *coefficient de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle* est-il habituellement appelé *coefficient de la contraction de la veine fluide*, ou simplement *coefficient de contraction*. De l'exactitude de sa détermination, pour les divers cas qui peuvent se présenter, dépend celle des résultats qu'on obtient lorsqu'on applique à la pratique les formules sur l'écoulement des fluides : cette détermination sera en conséquence le principal objet du reste de ce chapitre. Mais avant, donnons de premières notions

2. *Sur la contraction et ses effets.*

Cause de la contraction.

17. Si l'on prend un vase transparent, qu'on donne lieu à l'écoulement par un orifice pratiqué sur ses parois, et qu'on rende visible le mouvement des molécules du fluide, en y mêlant des matières ténues et d'une pesanteur spécifique à peu près égale, comme de la sciure de certains bois; ou mieux encore en y produisant de légers précipités chimiques, tels, par exemple, que celui qui a lieu lorsqu'on verse quelques gouttes de nitrate d'argent dans une eau faiblement salée; on voit, à une petite distance de l'orifice, à deux ou trois centimètres pour une ouverture d'un

Fig. 2 et 3.

centimètre de diamètre, on voit, dis-je, des molécules fluides se diriger de toutes parts vers l'orifice en décrivant des lignes courbes, et finir par s'y précipiter d'un mouvement très-accéléré, comme sur un centre d'attraction.

La convergence des directions qu'elles avaient dans l'intérieur du vase, au moment de leur arrivée à l'orifice, se continue encore à une petite distance après qu'elles l'ont dépassé : de sorte qu'on voit manifestement la veine fluide, dès sa sortie de l'orifice, se resserrer graduellement, se contracter jusqu'à l'endroit où les molécules, par l'effet de leur action réciproque et des mouvemens imprimés, prennent une direction parallèle ou d'autres directions. La veine forme ainsi une espèce de tronc de pyramide ou de cône, dont la grande base est l'orifice, et dont la petite est sa section à l'endroit de la plus grande contraction, section que l'on nomme souvent *section de la veine contractée.* Cette figure et tous les phénomènes de la contraction sont ainsi une suite de la convergence des filets lorsqu'ils arrivent à l'orifice, ou de l'obliquité de direction des uns à l'égard des autres.

18. Lorsque l'orifice est en mince paroi, la contraction a lieu en aval du plan de cet orifice; elle est *extérieure;* on en voit et on en peut mesurer toutes les dimensions. Nous dirons bientôt ce qui a été fait à cet égard; nous nous bornerons ici à remarquer que, dans les orifices circulaires, au-delà de la section de plus grande

Nature de ses effets.

contraction, et jusqu'à une certaine distance, la veine se continue sous la forme d'un cylindre dont cette section serait la base, et avec une vitesse due à très-peu près à la hauteur du réservoir. La dépense y sera donc le produit de cette section par cette vitesse : de sorte que la contraction se sera bornée à réduire la section qui doit entrer dans l'expression de la dépense. L'écoulement aura lieu comme si à l'orifice réel on en eût substitué un autre d'un diamètre égal à celui de la section contractée, et qu'il n'y eût point eu de contraction.

19. Si à l'orifice AB on adapte un tube ou ajutage cylindrique ABCD, les filets fluides arriveront, en AB, en convergeant, et par suite le fluide se contractera à l'entrée de l'ajutage. Des expériences, que nous rapporterons plus bas (43), indiqueraient que la contraction y est égale à celle qui a lieu dans les orifices en mince paroi; elle serait seulement *intérieure* par rapport à la bouche de sortie. De plus, au-delà de la section contractée, l'attraction des parois de l'ajutage occasionne une dilatation de la veine; elle en porte les filets contre ces parois; ils les suivent, et ils sortent parallèles entre eux et à l'axe de l'ajutage. De sorte que la section de la veine à sa sortie est bien égale à celle de l'orifice; mais la vitesse n'y est plus due à la hauteur du réservoir. Si l'écoulement n'était produit que par la seule pression du fluide contenu dans ce réservoir, très-vraisemblablement la vitesse, à la section de

plus grande contraction, serait due à cette hauteur : puis, elle diminuerait à mesure que la veine se dilaterait, en vertu de cette loi : lorsqu'un fluide en mouvement forme une masse continue, la vitesse, à ses diverses sections, est en raison inverse de l'aire de la section (75) : la diminution cesserait quand, la veine ayant rejoint les parois, sa section serait redevenue égale à celle de l'orifice. Puisque m est le rapport de la section de plus grande contraction à celle de l'orifice, la vitesse le long des parois, et par suite à la sortie, serait $m\sqrt{2gH}$; et, pour la dépense, on aurait $S \times m\sqrt{2gH}$. Dans les orifices en mince paroi, elle était $mS \times \sqrt{2gH}$: ainsi la dépense serait la même, dans les deux cas ; la seule différence c'est que, dans ce dernier, la diminution aurait affecté le facteur S, et que dans les ajutages elle tomberait sur le facteur $\sqrt{2gH}$, c'est-à-dire sur la vitesse. — Mais l'action attractive des parois change cet état des choses : non-seulement elle dévie les filets de leur direction, mais encore elle augmente leur vitesse ; de sorte que la vitesse de sortie est plus considérable que $m\sqrt{2gH}$; elle sera $m'\sqrt{2gH}$, m' étant une fraction plus grande que m : et la dépense égalera $S \times m'\sqrt{2gH}$.

On voit par là que dans les ajutages cylindriques, et dans les ajutages en général, l'effet de la contraction se complique de celui de l'attraction des parois. Sans pouvoir assigner ce qui appartient au premier en seul, nous remarquerons qu'à toute contraction intérieure répond une

diminution de vitesse, et que toute contraction extérieure produit une diminution de section.

'orme la veine tractée, fice étant culaire.

20. Voyons la forme qu'elle donne à la veine fluide sortant d'un orifice.

Prenons d'abord le cas le plus simple, celui d'un orifice circulaire percé dans une paroi mince, plane et libre de toutes parts.

Tout étant symétrique, sur les divers points de l'orifice, la direction comme la vitesse des molécules, la veine contractée doit avoir aussi une forme symétrique, et par conséquent être un solide de révolution, un conoïde. Elle l'est en effet, et les observations que nous allons rapporter lui donnent la forme représentée par AB*ba*. Au-delà de *ab*, la contraction cesse, et la veine se continue, sur une certaine longueur, sous une forme sensiblement cylindrique : je dis, sensiblement, car en réalité elle présente une suite de petits étranglemens et renflemens que M. Le Chevalier a rendus visibles en y dirigeant convenablement des rayons de lumière.

ig. 4.

21. On a cherché à déterminer *ab*, comparativement à AB, par des mesures directes. Newton, qui, le premier, a reconnu le phénomène de la contraction et son effet sur la dépense, a aussi tenté le premier une telle mesure; il en a conclu que le rapport de la section de l'orifice à la section contractée était celui de $\sqrt{2}$ à 1; et par conséquent que celui des diamètres AB et *ab*, était de 1 à 0,841 : mais il est permis de croire que des considérations théoriques, plutôt qu'une me-

sure physique, l'avaient porté à admettre ce résultat. Depuis, plusieurs physiciens ont effectué de pareilles mesures : ainsi, AB étant 1, Poleny a trouvé, pour *ab*, 0,79; Borda 0,804; Michelotti 0,792; Bossut de 0,812 à 0,817; Eytelwein 0,80; Venturi 0,798; enfin, Brunaci 0,78. Presque tous ces nombres, dont le terme moyen serait 0,80, sont très-vraisemblablement un peu trop forts: ils ont été donnés par une mesure prise avec un compas d'épaisseur : si on le ferme trop, ses pointes s'enfoncent dans le corps de la veine fluide, et de suite un jaillissement l'indique; mais s'il est trop ouvert, l'œil ne peut apprécier exactement la quantité dont il l'est : ainsi l'on a pu pécher par excès, mais non par défaut.

Michelotti le fils a repris cette question, qui avait déjà été traitée par son père. De gros jets, obtenus sous de fortes charges, lui ont donné les résultats suivans. (1)

CHARGE sur l'orifice.	DIAMÈTRE à l'orifice.	DIAMÈTRE à la contraction.	RAPPORT entre les diamètres.	DISTANCE de la contraction à l'orifice.	RAPPORT de la distance au diamètre contracté.
mèt.	mèt.	mèt.		mèt.	
2,10	0,1624	0,1282	0,790	0,064	0,501
3,66	*id.*	0,1280	0,788	0,064	0,500
2,24	0,0812	0,0638	0,786	0,032	0,500
3,81	*id.*	0,0636	0,783	0,031	0,492
6,76	*id.*	0,0613	0,755	0,030	0,497

(1) *Mémoire physico-mathématique contenant les résultats d'expériences hydrauliques.* Dans les *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin.* 1784 — 1785.

Faisant abstraction du dernier nombre 0,755, qui est entièrement anomal, le rapport moyen entre les deux diamètres est 0,787. Suivant ce qui a été dit, je crois qu'on peut l'adopter, mais seulement comme terme moyen; car, ainsi que nous le verrons bientôt (26), ce rapport éprouve de légères variations selon la grandeur des charges et le diamètre des orifices. La longueur de la veine contractée serait environ la moitié du diamètre de la plus petite section, ou les 0,39 du diamètre de l'orifice. D'après ces expériences, les trois dimensions principales, AB, *ab* et CD, de la veine contractée seraient entre elles comme les nombres 100, 79 et 39.

Eytelwein, augmentant principalement cette dernière dimension, d'ailleurs très-difficile à déterminer avec exactitude, prend les nombres 10, 8 et 5, et ce rapport est assez généralement admis. Quant aux courbes A*a* et B*b*, Michelotti les rapporte à une cycloïde. En résultat, la forme de la veine fluide, à sa sortie d'un orifice circulaire, a quelque ressemblance avec celle de l'extrémité du pavillon d'un cor de chasse.

ıt de la
ıe sur la
nse.

22. Le rapport entre les diamètres étant 0,787, celui entre les sections sera 0,619 : ainsi, si s est la section de la veine contractée et S celle de l'orifice, on aura $s = 0{,}619\ S$.

D'après ce qui a été exposé (16 et 18), la dépense sera $s\sqrt{2gH}$ ou $0{,}619\ S\sqrt{2gH}$. De sorte que m, ou le coefficient de contraction donné par les mesures physiques de la veine, est moyenne-

ment 0,619; et c'est aussi à peu près celui qu'indiquent les mesures de la dépense (25).

Si la vitesse due à la hauteur du réservoir était effectivement la vitesse au passage de la section contractée, et qu'on produisît l'écoulement par un ajutage qui eût exactement la forme de la veine contractée, en introduisant, dans l'expression de la dépense, l'orifice extérieur de cet ajutage, ou s, la dépense calculée serait égale à la dépense réelle, et le coefficient de réduction de l'une à l'autre serait 1. Michelotti, dans une de ses expériences, en employant un ajutage cycloïdal, a eu 0,984 (1) : il est vraisemblable qu'il serait arrivé à 1, si les parois de l'ajutage se fussent plus exactement pliées à la courbure de la veine fluide; et si la résistance de ces parois, comme celle de l'air, n'eût un peu retardé le mouvement.

23. Les orifices dont le pourtour est un polygone, ou une figure quelconque, autre que le cercle, ne donnent plus une forme aussi simple et menant aux mêmes conséquences. Forme des o polyg

Les différentes parties de l'orifice n'étant pas symétriques, la veine fluide ne conserve point la forme qu'elle a en sortant; elle en change continuellement à mesure qu'elle s'éloigne. Dès sa sortie, les faces correspondantes aux côtés rectilignes de l'orifice se creusent et deviennent de plus en plus concaves; les arêtes correspondantes aux angles se tronquent et finissent par disparaître. Ainsi, MM. Poncelet et Lesbros, ayant relevé, à l'aide de moyens aussi ingénieux qu'exacts, la forme d'une veine qui sortait d'un orifice carré ACEG de 0^m20 de côté, sous une charge de 1^m68, Fi

(1) Mémoire précité, §. 24, Exp. 17.e

ont eu, à 0^m15 de distance de l'orifice, la coupe *aceg;* et, à 0^m30, la coupe $b'd'f'h'$ (1). Cette dernière, une des neuf coupes observées, a été celle de la plus petite section : son aire était à celle de l'orifice dans le rapport de 0,562 à 1, tandis que celui de la dépense réelle à la dépense théorique a été trouvé de 0,605 : ils auraient été égaux, si la vitesse, à cette plus petite section, eût été due à la hauteur du réservoir.

enverse- de la

24. Quoique les molécules fluides, en b', c', d', etc., sur cette section, soient celles qui sont sorties des points B, C, D, etc., de l'orifice; et que, tout en s'éloignant du réservoir, elles soient toujours demeurées sur la ligne d'intersection de la veine avec des plans passant par son axe et respectivement par ces points, il n'en est pas moins vrai que la section $b'd'f'h'$ est une sorte de carré dont le sommet des angles correspond au milieu des côtés du carré de l'orifice; et qu'il semble que la veine ait fait comme un huitième de révolution autour de son axe.

Un phénomène de cette nature se reproduit sur toutes les veines qui sortent d'un orifice non-circulaire; on le désigne sous le nom de *renversement de la veine fluide.* Il est accompagné de circonstances très-remarquables, que je vais faire connaître en rapportant les résultats d'une des

(1) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement des eaux à travers les orifices rectangulaires verticaux et à grandes dimensions*, par MM. Poncelet et Lesbros, capitaines du génie. 1832. Pag. 120 et suivantes.

nombreuses expériences que M. Bidone a faites à ce sujet. (1)

L'orifice était un pentagone régulier A de 0^m014 de côté, percé dans une platine de cuivre mince et verticale (la figure qui le représente, avec ses accessoires, est le quart de la grandeur naturelle) : l'écoulement se faisait sous une charge de 1^m97. A 0^m012 de distance, la section faite perpendiculairement à l'axe de la veine était un décagone assez régulier. A 0^m030, se trouvait l'endroit de plus forte contraction ou le *premier nœud*. Au-delà, la veine avait changé entièrement de forme; elle présentait cinq lames fluides, semblables à du cristal d'un fini parfait, tant les molécules paraissaient immobiles; ces lames étaient disposées symétriquement autour de l'axe, comme on le voit dans la coupe B, faite à 0^m095 de l'orifice : leur plan passait par le milieu de ses côtés. Leur largeur allait en augmentant jusqu'au *ventre* de la veine, représenté en C. Ensuite, elle diminuait, et les lames se réunissaient de nouveau en un *second nœud*, à 0^m86 de l'orifice. Au-delà, la veine était ronde et informe. Fig. 6

Au pentagone rectiligne de l'orifice, on a successivement substitué des pentagones à côtés convexes, à côtés concaves, à côtés présentant des angles saillans et rentrans, comme l'étoile D, et la veine a conservé toujours la même forme, les cinq mêmes lames.

Avec des orifices à 6 et 8 côtés, on a eu 6 et 8 lames; et le renversement de la veine a été d'un 12.e et 16.e de circonférence. Lorsque l'ouverture a été un rectangle étroit et fort alongé dans le sens horizontal, à une certaine distance, la veine n'a plus consisté qu'en une large lame verticale; le renversement paraissait complet.

Souvent, au-delà du second nœud, la veine se dilate de nouveau, et elle se divise, une seconde fois, en un même nombre de lames; mais leur plan ne répond plus alors au milieu des côtés de l'orifice, il répond au sommet des angles, c'est-à-dire

(1) *Expériences sur la forme et la direction des veines et courans d'eau lancés par diverses ouvertures*, de George Bidone. Turin. 1829.

que la veine s'est encore renversée d'une égale quantité, ou plutôt qu'elle s'est redressée. Les lames augmentent de largeur jusqu'à un *second ventre*, et elles diminuent ensuite pour aller former un *troisième nœud*; au-delà duquel on a, quelquefois encore, une nouvelle dilatation, un troisième ventre et un quatrième nœud. Eytelwein a produit de telles suites de nœuds et de ventres avec des orifices de différentes formes, il les a indiquées et représentées dans la traduction allemande des *Sperimenti idraulici* de Michelotti, pag. 19 et pl. IV. 1808.

On a aussi des veines *creuses*, etc. Mais l'examen de toutes ces formes, ainsi que des causes qui peuvent les produire, ne saurait trouver place dans ce Traité; et je renvoie pour ces objets au très-intéressant mémoire de M. Bidone. Je me borne aux observations suivantes. La cause première et principale des formes et renversemens des veines est la direction oblique, avec laquelle les divers filets fluides arrivent à l'orifice de sortie, direction qui tend à se continuer au-delà : l'action de ces filets sur les formes est d'autant plus forte et plus influente qu'ils sortent d'angles plus aigus; ceux-ci compriment en quelque sorte la veine plus fortement que les autres, et, en conséquence, les lames se forment sur les parties intermédiaires à celles où ils exercent leur action. Ensuite, la résistance de l'air et l'attraction mutuelle des molécules contribuent au rétrécissement des lames et à la formation du second nœud.

L'obliquité des filets fluides, des uns par rapport aux autres, à leur arrivée et sortie de l'orifice, produit encore un effet que je dois mentionner. Tant que l'obliquité est égale de toutes parts, l'axe de la veine, qui est dans la direction de la résultante des actions réciproques des filets, demeure perpendiculaire au plan de l'orifice : mais si l'obliquité est détruite sur un des bords, par exemple, à l'aide d'une planchette tangente à ce bord, et qui s'avancerait dans l'intérieur du réservoir perpendiculairement au plan, l'impulsion oblique des filets qui arrivent sur les autres bords, n'étant plus contre-balancée de ce côté, y poussera la veine; et son axe ne sera plus celui de l'orifice.

ART. 2. *De l'écoulement par les orifices.*

Nous avons distingué quatre sortes d'orifices, ceux en mince paroi, les ajutages cylindriques, les ajutages coniques convergens et les ajutages coniques divergens. Examinons les principales circonstances du mouvement par chacun d'eux, notamment en ce qui concerne leur dépense.

1. *Orifices en mince paroi.*

Détermination du coefficient de contraction.

25. Venons à la détermination directe du coefficient de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle.

On jaugera, avec soin, le volume d'eau sorti d'un orifice donné, sous une charge constante, en un certain tems; et l'on en conclura le produit de l'écoulement en une seconde, ou la dépense réelle; on la divisera par la dépense théorique correspondante à cet orifice et à cette charge, et le quotient sera le coefficient cherché.

Plusieurs hydrauliciens se sont occupés de sa recherche : je donne, dans le tableau suivant, les principaux résultats obtenus jusqu'à ces derniers tems; ceux qui paraissent avoir été faits dans des circonstances favorables, ou qui étaient généralement admis.

ORIFICES CIRCULAIRES.

Observateurs.	Diamèt.	Charge.	Coefficient.
	mèt.	mèt.	
Mariotte .	0,0068	1,79	0,692
Idem	0,0068	7,90	0,692
Castel....	0,01	0,05	0,673
Idem	0,01	0,31	0,654
Idem	0,015	0,138	0,632
Idem	0,015	0,30	0,617
Eytelwein	0,0261	0,723	0,618
Bossut ...	0,0271	1,30	0,619
Michelotti.	0,0271	2,23	0,618
Castel....	0,03	0,168	0,629
Venturi...	0,041	0,88	0,622
Bossut ...	0,054	3,81	0,618
Michelotti.	0,054	2,20	0,607
Idem	0,081	2,24	0,613
Idem	0,081	3,81	0,612
Idem	0,081	6,76	0,597?
Idem	0,162	2,11	0,619
Idem	0,162	3,66	0,619

ORIFICES CARRÉS.

Observateurs.	Côte du carré.	Charge.	Coefficient.
	mèt.	mèt.	
Castel....	0,01	0,05	0,655
Bossut....	0,027	3,81	0,616
Michelotti	0,027	3,81	0,607
Idem	0,027	6,83	0,606
Bossut ...	0,054	3,81	0,618
Michelotti	0,054	2,24	0,603
Idem	0,054	3,83	0,603
Idem	0,054	6,78	0,602
Idem	0,082	2,26	0,616
Idem	0,081	3,83	0,619
Idem	0,081	6,82	0,616

ORIFICES RECTANG. (Bidone).

RECTANGLE: hauteur.	RECTANGLE: base.	CHARGE.	COEFFICIENT.
0,0092	0,0185	0,33	0,620
0,0092	0,0370	0,33	0,620
0,0092	0,0739	0,33	0,621
0,0092	0,1478	0,33	0,626

De toutes ces expériences, les plus remarquables, tant par la grosseur des jets que par la grandeur des charges, sont celles que Michelotti a exécutées, dès 1764, au bel *établissement hydraulique* construit pour cet objet, à 3 kilomètres environ de Turin : le réservoir y consiste en une tour de 8^{m} de hauteur, et dont l'intérieur, qui est un carré de 0^{m}97 de côté, reçoit, par un canal de dérivation, les eaux de la Doire ; sur une des faces on adapte, à différentes hauteurs, les orifices ou ajutages que l'on juge à propos ; les dispositions sont faites pour les recevoir ; et sur le sol qui est au pied, on a plusieurs bassins de jaugeage (1). Ces expériences ont été répétées, en 1784, par Michelotti le fils, et ce sont ces dernières que nous avons portées au tableau. Je remarquerai, à leur sujet, que les coefficiens obtenus avec les gros orifices sont plus forts que les autres, et cela contre la règle déduite de l'ensemble des observations : quelque circonstance particulière aura produit cette anomalie.

(1) *Sperimenti idraulici, etc.*, de F. D. Michelotti. Torino. 1767 et 1771.

Les résultats donnés par Bossut sont en général plus forts que ceux de Michelotti, et ils paraissent pécher par excès.

Quant aux expériences que M. Castel et moi avons faites à Toulouse, malgré tous les soins que nous y avons apportés, la petitesse des orifices ne nous permet pas de répondre des coefficiens conclus à un centième près. Nous nous sommes principalement occupés de l'orifice de $0^{m}01$ comme étant, en quelque sorte, le point de départ dans une distribution d'eau faite d'après le système métrique des poids et mesures.

Expérienc de MM. Po celet et Le bros.

26. Les expériences que nous venons de rapporter et celles qui avaient été faites par d'autres auteurs encore, par M. Hachette en particulier, avaient bien montré que le coefficient de contraction est généralement plus grand pour les petits orifices et les petites charges; mais elles n'avaient donné que des notions vagues et presque contradictoires à cet égard. Il eût fallu pouvoir en déduire la suite des coefficiens depuis les grands orifices jusqu'aux plus petits, depuis les fortes charges jusqu'aux plus faibles : cette lacune vient d'être remplie par MM. Poncelet et Lesbros. Ils ont exécuté, en 1826 et 1827, à Metz, des séries d'expériences faites sur une très-grande échelle, et avec des soins et des moyens qui n'avaient pas encore été employés. A peu de chose près, elles me paraissent avoir résolu le grand et utile problème de la contraction de la veine en minces parois, peut-être autant que le comporte la nature du sujet; et d'une manière sinon entièrement théorique, du moins très-convenable aux applications. (1)

(1) *Expériences hydrauliques, etc.*, précitées.

Dans ces expériences, les orifices étaient rectangulaires et ils avaient tous 0^m20 de base : les hauteurs ont successivement été de 0^m20, 0^m10, 0^m05, 0^m03, 0^m02 et 0^m01 : les charges ont varié de 0^m01 à 1^m70. Pour chacun des orifices, on a mesuré, et à diverses reprises, la dépense sous sept ou dix charges, dont les deux extrêmes étaient l'une à peu près aussi petite et l'autre aussi grande que le comportait l'appareil ; et on a calculé les coefficiens correspondans. Prenant ensuite les charges pour abscisses et leurs coefficiens pour ordonnées, on a tracé la courbe relative à cet orifice ; et, avec son secours, on a déterminé les ordonnées ou les coefficiens intermédiaires à ceux directement donnés par l'expérience. De cette manière, les auteurs ont pu dresser un grand tableau des coefficiens pour chaque orifice, tableau dont j'extrais le suivant.

CHARGE sur le centre de l'orifice.	HAUTEUR DES ORIFICES.					
	0^m20.	0^m10.	0^m05.	0^m03.	0^m02.	0^m01.
mèt.						
0,01						0,709
0,02					0,660	0,698
0,03				0,638	0,660	0,691
0,04			0,612	0,640	0,659	0,685
0,05			0,617	0,640	0,650	0,682
0,06		0,590	0,622	0,640	0,658	0,678
0,08		0,600	0,626	0,639	0,657	0,671
0,10		0,605	0,628	0,638	0,655	0,667
0,12	0,572	0,609	0,630	0,637	0,654	0,664
0,15	0,585	0,611	0,631	0,635	0,653	0,660
0,20	0,592	0,613	0,634	0,634	0,650	0,655
0,30	0,598	0,616	0,632	0,632	0,645	0,650
0,40	0,600	0,617	0,631	0,631	0,642	0,647
0,50	0,602	0,617	0,631	0,630	0,640	0,643
0,70	0,604	0,616	0,629	0,629	0,637	0,638
1,00	0,605	0,615	0,627	0,627	0,632	0,627
1,30	0,604	0,613	0,623	0,623	0,625	0,621
1,60	0,602	0,611	0,619	0,619	0,618	0,616
2,00	0,601	0,607	0,613	0,613	0,613	0,613
3,00	0,601	0,603	0,606	0,607	0,608	0,609

Tous les nombres portés sur ce tableau sont bien les valeurs respectives de m dans la formule $Q = mS\sqrt{2gH}$. Mais ceux qui, dans chaque colonne, se trouvent au-dessus de la ligne transversale, ne sont pas les vrais coefficiens de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle, ainsi que nous le verrons dans l'article suivant (60).

En jetant un coup d'œil sur les nombres de chaque colonne, on voit qu'ils vont en augmentant à mesure que la charge augmente, mais jusqu'à un certain point seulement; au-delà duquel ils diminuent, quoique la charge augmente encore. Toutefois, dans les petits orifices, ceux au-dessous de 0^m03, la partie croissante de la série est très-restreinte; et même, dans les très-petits, elle est nulle. On voit encore que les termes de la partie décroissante de toutes les séries approchent de l'égalité à mesure que la charge augmente de valeur.

27. M. Lesbros, saisissant les rapports qui lient les séries les unes aux autres, est venu à bout d'exprimer directement la dépense de tous les orifices rectangulaires au-dessus de 0^m05 de hauteur par la formule suivante, formule générale et exempte de toute hypothèse sur la nature des fluides et de leur mouvement

$$Q = lh'\{2{,}63\sqrt{H} - 0{,}136h' + 0{,}174\sqrt{h'} - 0{,}2(\log 5h')\sqrt{H}\}$$

h' est ici la hauteur de l'orifice, l sa largeur et H la charge sur son centre.

Cette même formule servirait pour toute espèce d'orifice, lh' en représenterait l'aire, et h' la dimension verticale.

Le même auteur, cherchant à faire entrer dans une même expression les cas concernant les petits orifices, a encore donné celle qui suit, applicable à tous les orifices jusqu'à celui de 0^m01 de hauteur inclusivement, sous des charges qui n'excèdent pas 2^m50 pour ce dernier et 4^m pour les autres,

$$Q = \alpha\sqrt{h + \zeta} + \gamma h + \delta,$$

dans laquelle

h est la hauteur du réservoir sur le bord supérieur de l'orifice

$$\alpha = lh'\left(\frac{0{,}0554}{h' + 0{,}113} + 2{,}48\right),$$

$$\epsilon = h'\left(\frac{0{,}0043}{h'+0{,}028} + 0{,}339\right),$$

$$\gamma = lh'\,\frac{0{,}00523 - 0{,}186\,(h'-0{,}125)^2}{h'+0{,}00489}, \text{ et}$$

$$\delta = l\{0{,}63\sqrt{(h'-0{,}062)^2+0{,}0017}+0{,}052\,h'-0{,}0044\}$$

Les mêmes coefficiens conviennent à toutes les formes d'orifices.

28. Quoique les coefficiens portés au tableau ci-dessus soient déduits d'expériences faites sur des orifices rectangulaires, ils peuvent servir pour tous les autres, quelle que soit leur forme; la hauteur du rectangle notée au tableau exprimera la plus petite dimension de l'orifice dont on ferait usage. Car il est généralement admis que la dépense est entièrement indépendante de la figure de l'orifice, et qu'elle demeure toujours la même, lorsque l'aire de l'ouverture ne varie pas; pourvu toutefois, d'après une observation faite par M. Hachette, que cette figure ne présente point d'angles rentrans.

Il me paraît cependant bien difficile d'admettre que le périmètre soit sans nulle action sur le produit de l'écoulement, et que, lorsqu'il augmente considérablement, l'aire demeurant la même, la dépense n'éprouve point de variation. J'étais surtout porté à admettre une action de sa part, lorsque je voyais un orifice carré de 0^m01 de côté ne donner que 0,66 pour coefficient; tandis qu'un orifice rectangulaire d'une pareille hauteur, mais d'une base dix fois plus considérable, donnait 0,72, ainsi que nous le dirons bientôt (31). Mais des savans très-distingués, pensant que ce résultat d'expérience n'était qu'un effet de quelque circonstance particulière, n'en ont pas admis les conséquences; et, dans les orifices rectangulaires, ils regardent le coefficient comme entièrement indépendant de la base. Les expériences de Bidone, que nous avons rapportées au n.° 25, semblent indiquer qu'il en est à peu près ainsi; car ce n'est que lorsque la base a été 16 fois

plus grande que la hauteur, qu'il a obtenu une augmentation sensible dans la valeur du coefficient.

Expérienc sur les pertu des écluse

29. Quoique quelques-uns des orifices, sur lesquels MM. Poncelet et Lesbros ont fait leurs expériences, soient déjà grands, il en est cependant qui débitent vingt et trente fois plus d'eau, tels sont les pertuis des portes d'écluse dans les canaux de navigation; et il était important de constater directement le coefficient de leur dépense. En 1782, l'habile ingénieur Lespinasse a fait, à cet égard, sur le canal de Languedoc, quelques expériences, auxquelles, dix ans après, Pin ingénieur du même canal en a ajouté quelques autres (1): les principaux résultats de celles-ci, comme des premières, sont portés au tableau suivant. La largeur des pertuis est de $1^{m}30$ à très-peu près; la forme n'étant pas exactement celle d'un rectangle, les hauteurs ne doivent être regardées que comme approximatives.

PERTUIS		CHARGE sur le centre.	DÉPENSE en 1″.	COEFFICIENT.
Aire.	Hauteur.			
mèt. carr.	mèt.	mèt.	mèt cub	
0,7194	0,55	4,436	4,114	0,613
0,6496	0,50	2,021	2,623	0,641
0,6496	0,50	1,904	2,498	0.619
0,6007	0,46	3,925	3,925	0,641
0,6246	0,48	4,141	3.646	0,647
0,6246	0,48	1,949	2,377	0,616
0,6246	0,48	1,895	2,261	0,594
0,6240	0,48	1,975	2,413	0,621
Terme moyen . . .				0,625

(1) Anciens *Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse.* Tom. II. 1784. — *Histoire du canal du Midi ou de Languedoc*, par le général Andréossy. Tom. I, pag. 251.

Ce coefficient moyen, exactement pareil à celui qu'on a obtenu d'une expérience faite sur une écluse du bassin du Hâvre(1), est un peu plus fort que celui qu'eût indiqué le tableau de M. Poncelet (26); vraisemblablement la cause en est que sur tout le pourtour de l'orifice, l'écoulement ne s'est pas fait comme en mince paroi, et que sur quelque point la contraction était supprimée; on remarquera à ce sujet que la charpente, qui entoure l'orifice, avait 0^m27 d'épaisseur et même 0^m54 sur le bord inférieur. Aussi lorsque la vanne n'a été levée que d'une petite quantité, la contraction a cessé sur les quatre côtés, et le coefficient a augmenté considérablement: par exemple, Lespinasse n'ayant levé que de 0^m12 la vanne, qui, avec 0^m46 d'ouverture, lui avait donné 0,641 pour coefficient, a eu 0,803.

Effet de deux orifices voisins.

30. Les expériences de cet ingénieur ont présenté un fait très-remarquable, dont il n'avait pas encore été fait mention et qui a été confirmé par celles de Pin. Une porte d'écluse est à deux ventaux; et chacun est percé d'un pertuis: si, lorsque l'écoulement se fait par un d'eux, on ouvre le second, la dépense du premier en est diminuée; et celle des deux coulant ensemble, bien qu'ils aient une même aire et une même charge, n'est pas double de celle de chacun d'eux pris isolément. La différence est d'environ un huitième, ainsi qu'on le voit ci-contre par la comparaison des coefficiens de réduction à la dépense réelle, pour les deux cas. L'intervalle entre les deux pertuis

COEFFICIENT	
avec 1 pertuis.	avec 2 pertuis.
0,641	0,550
0,689	0,555
0,616	0,554
0,594	0,526
0,621	0,555
0,620	0,548

(1) *Architecture hydraulique* de Bélidor et Navier. Tom. I, pag. 289.

est de $2^{m}92$; et leur plan forme un angle de 55° avec la direction du canal.

31. Il est encore très-digne de remarque, que ce fait, d'ailleurs incontestable pour les écluses du canal, ne s'est reproduit, en aucune manière, dans une suite d'expériences que M. Castel et moi avons faites en petit, mais avec un bien grand soin, à l'effet de le vérifier. Nous avions, à côté l'un de l'autre, trois orifices rectangulaires de $0^{m}10$ de base sur $0^{m}01$ de hauteur, et séparés par un intervalle de $0^{m}01$ seulement. On a jaugé l'eau sortant par l'orifice du milieu, d'abord en tenant les deux orifices latéraux fermés, puis en en ouvrant un, et finalement en les ouvrant tous deux: les résultats moyens sont notés au tableau suivant. (1)

CHARGE sur l'orifice.	DÉPENSE DE L'ORIFICE DU MILIEU :			COEFFICIENT.
	milieu seul ouvert.	milieu avec 1 latéral.	milieu avec les 2 latér.	
mèt.	mèt. cub.	mèt. cub.	mèt. cub.	
0,02	0,000455	0,000455	0,000457	0,728
0,03	0,000551	0,000551	0,000550	0,720
0,04	0,000635	0,000636	0,000637	0,719
0,05	0,000707	0,000707		0,715
0,06	0,000771	0,000769		0,710

D'où peut venir la différence entre nos résultats et ceux obtenus sur le canal de Languedoc? Serait-ce du très-petit intervalle qu'il y avait d'un orifice à l'autre, dans le premier cas? Nous avons quintuplé cet intervalle, en le portant de $0^{m}01$ à

(1) Voyez, pour les détails, les nouveaux *Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse*. Tom. II, pag. 395. 1830.

$0^{m}05$, et les dépenses ont toujours été les mêmes. La grandeur des orifices et des charges est la seule différence qu'il y ait entre les deux classes d'expériences; elle sera vraisemblablement aussi la cause de celle qui existe dans les résultats.

Cas où la contraction est supprimée sur quelque point de l'orifice.

32. Dans les divers cas dont il a été question jusqu'ici, nous avons admis que le fluide du réservoir arrivait également de toutes parts à l'orifice : mais il peut se faire et il se fait souvent qu'il n'en est pas ainsi; par exemple, lorsque l'orifice est au bas d'une paroi verticale, et que son bord inférieur est dans le plan du fond du réservoir; la contraction est alors détruite sur ce côté, et par suite la dépense est plus considérable. La contraction peut être encore annulée sur les autres côtés à l'aide de planchettes placées dans l'intérieur du réservoir contre ces côtés et perpendiculairement au plan de l'orifice; plus le nombre de côtés sur lesquels on a ainsi supprimé la contraction est grand, et plus la dépense en est augmentée.

Ainsi, M. Bidone, ayant fait diverses expériences à ce sujet avec un orifice carré de $0^{m}0135$ de côté, et sous une charge moyenne de $0^{m}42$, en détruisant la contraction successivement sur divers côtés, par la méthode que nous venons d'indiquer, a eu les résultats ci-contre (1). Je remarquerai

Côtés sans contraction.	Coefficient.	Suite de rapp.
0	0,619	1,000
1	0,639	1,032
2 opposés	0,651	1,052
2 contigus	0,662	1,070
3	0,694	1,121
4	0,82	1,325

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin.* Tom. XXVII. 1823.

que M. Bidone a admis, sans faire d'expérience directe à ce sujet, que le coefficient, avec l'entière contraction sur le pourtour de son orifice, était 0,619 : il n'a pas non plus fait d'expérience avec un orifice garni de planchettes sur les quatre côtés; et c'est d'après ce qui sera dit dans la suite (40), que j'ai porté à 0,82 le coefficient pour ce cas. Il serait à désirer que des expériences de ce genre fussent variées et exécutées en grand.

33. Nous avons toujours supposé que les parois sur lesquelles se trouvaient les orifices étaient planes : mais elles peuvent aussi avoir une autre forme. Cas des orifices en parois non planes.

Pour se faire une idée de l'effet que cette forme peut avoir sur le produit de l'écoulement, il faut se rappeler : que si les filets fluides arrivaient à l'orifice parallèlement entre eux, la dépense réelle serait égale à la dépense théorique, et qu'elle n'est moindre que par suite de l'obliquité avec laquelle ils se joignent; obliquité d'où résulte nécessairement, au point de contact, la destruction d'une partie du mouvement acquis. Cela posé, si autour de l'orifice on imagine une surface ou calotte sphérique d'un rayon égal à celui de la sphère d'activité de l'orifice, et qui soit limitée par les parois du vase, elle sera traversée, en chacun de ses points, et dans une direction à peu près perpendiculaire, par les filets arrivans : plus elle sera étendue, et plus les directions seront obliques ou même opposées; et, par conséquent, plus il y aura de mouvement détruit à l'entrée Fig. 7.

de l'orifice, et moins la dépense sera considérable.

Lorsque la paroi est plane, la calotte est la surface d'une demi-sphère (fig. 3), et l'on se trouve dans le cas auquel conviennent les coefficiens de la dépense ci-dessus donnés (26). Mais si elle est disposée en forme d'entonnoir, ou si elle est simplement concave vers l'intérieur du vase, alors la calotte est plus petite et la dépense est plus considérable, sans toutefois qu'elle suive exactement le rapport de la surface sphérique. Si, au contraire, la paroi est convexe, le produit est moindre : il sera plus petit encore, dans le cas représenté à la figure 7. Enfin, il serait à son *minimum*, si la calotte devenait une sphère entière; et cela arriverait, s'il était possible de transporter un orifice en mince paroi au milieu de la masse fluide.

34. Borda est parvenu à réaliser presque en-
Fig. 8. tièrement ce cas. Il a introduit, dans un vase, un tube de fer-blanc ayant 0^m135 de long et 0^m032 de diamètre; et, sous une charge de 0^m25, il a produit l'écoulement, de manière à ce que l'eau effluente ne touchât, en aucune manière, les parois du tube; la dépense réelle n'a été que les 0,515 de la dépense théorique, et diverses considérations portent Borda à admettre qu'elle aurait pu être réduite à 0,50 (1). Ayant ensuite entouré d'un large rebord l'orifice d'entrée du tube,

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris.* Année 1766.

l'ayant réduit à être, quoiqu'au milieu du fluide, dans les mêmes circonstances que lorsqu'il est percé sur la paroi plane d'un vase, le coefficient s'est élevé à 0,625. (On eût eu un même résultat en employant un simple tube, mais à parois épaisses.)

Ainsi 0,50 et 1,00 (22) seront les limites des coefficiens de contraction; limites dont ils pourront approcher de très-près, mais qu'ils n'atteindront jamais entièrement.

35. Revenons aux coefficiens pour les orifices en parois planes. Ils ne descendront guère au-dessous de 0,60 et ne s'élèveront guère au-dessus de 0,70; et même, dans la pratique ordinaire, ils se tiendront entre 0,60 et 0,64: comme terme moyen approximatif, on prend habituellement 0,62, et l'on établit Form ordinair

$$Q = 0{,}62\,S\sqrt{2gH} = 2{,}75\,S\sqrt{H}.$$

Mais toutes les fois que l'on voudra plus d'exactitude, on aura recours aux coefficiens du n.° 26.

36. La vitesse, avec laquelle l'eau sort des orifices en minces parois planes, est-elle, comme nous l'avons admis (22), exactement due à la hauteur du réservoir, est-elle $\sqrt{2gH}$? Nous allons l'examiner. Vitesse de sor

Nous pouvons conclure la vitesse avec laquelle l'eau sort d'un orifice, de la hauteur à laquelle s'élève un jet vertical partant de cet orifice: elle est $\sqrt{2gh}$ au moins, h étant cette hauteur. Or,

d'après ce que nous verrons au chapitre des *eaux jaillissantes* (192), *h* ne diffère de H, que de 1, 2, 3, etc., centièmes du carré de sa valeur, selon que H est de 1^m, 2^m, 3^m, etc. : et, les vitesses étant comme les racines des hauteurs, la vitesse *réelle* ne différera, dans ces mêmes cas, que de 1, 2, 3, etc., demi-centièmes de la vitesse *théorique*. Un autre mode de déterminer la vitesse réelle va nous indiquer des différences moindres encore. Je le rappelle avant d'en faire l'application.

Fig. 9. 37. Lorsqu'un corps est lancé dans une direction quelconque AY, avec une certaine vitesse; par l'action combinée de cette force de projection et de la gravité, il décrit une courbe AMB; et si la vitesse, et par suite la résistance de l'air, n'est pas très-grande, cette courbe est une *parabole*.

La démonstration de ce fait se trouvant dans tous les traités de mécanique et de physique, je ne m'y arrêterai pas, et je me bornerai à ce qui concerne le principe fondamental que nous avons à employer. Soit v la vitesse avec laquelle le corps est lancé suivant AY, et t le tems qu'il eût mis à parvenir en N, sur cette direction, si la force de projection seule eût agi sur lui; le mouvement aurait alors été uniforme, et l'on eût eu $AN = vt$: d'un autre côté, si le corps n'eût été soumis qu'à la seule action de la gravité, il fût descendu de A en P durant ce même tems, de telle sorte qu'on aurait $AP = \frac{gt^2}{2}$ (8). Si l'on trace le parallélogramme APMN, au bout du même tems, il sera réellement parvenu en M, et il aura décrit l'arc AM : AP en sera l'*abscisse*, et MP, parallèle à l'axe AY, en sera l'*ordonnée*. Désignons, suivant l'usage, par x la première de ces lignes, et par y la seconde, on aura $x = \frac{gt^2}{2}$ et $y = vt$;

prenant, dans cette dernière équation, la valeur de t, et la substituant dans la première, il vient $x = \frac{gy^2}{2v^2}$ ou $y^2 = \frac{2v^2x}{g}$; ou, en nommant h la hauteur due à la vitesse v et se rappelant que $\frac{v^2}{2g} = h$, $y^2 = 4hx$; équation d'une parabole dont $4h$ est le *paramètre*. De là, le théorème qu'*un corps grave lancé par une force de projection quelconque, décrit une parabole dont le paramètre est quatre fois la hauteur due à la vitesse de projection.*

Ce que nous venons de dire d'un corps en général, convient aussi à tout jet d'eau qui sort d'un orifice. Si cet orifice est percé dans une paroi verticale, l'axe de projection étant horizontal, les ordonnées seront horizontales; ce seront les distances des divers points du jet à la verticale abaissée du centre de l'orifice : et, si par un point quelconque C de cette verticale, on imagine un plan horizontal, la distance CD se nomme la *portée du jet* sur ce plan. D'après notre théorème, le carré de cette portée, ou en général d'une distance MP, divisé par quatre fois l'abaissement AP correspondant, donnera la hauteur due à la vitesse de sortie $\left(h = \frac{y^2}{4x}\right)$, et par suite, pour cette vitesse, $v = \sqrt{2gh} = 2{,}215\,\frac{y}{\sqrt{x}}$. Fig. 10.

En suivant ce mode de détermination, Bossut, dans deux expériences, a trouvé 0,974 et 0,980 pour rapport de la vitesse réelle à la vitesse théorique. Michelotti ayant fait sortir des jets de chacun des trois étages de la tour de son établis-

sement hydraulique (25), par un orifice vertical de $0^{m}0271$ de diamètre, a obtenu les résultats portés au tableau suivant.

CHARGE.	JET		VITESSE		RAPPORT.
	Abscisse.	Portée.	réelle.	théorique.	
mèt.	mèt.	mèt.	mèt.	mèt.	
2,29	6,28	7,53	6,65	6,70	0,993
3,93	4,66	8,45	8,67	8,78	0,988
7,19	1,41	6,25	11,67	11,88	0,983

La différence entre les deux vitesses augmente avec la charge. Il devait en être ainsi, puisque la cause de cette différence, la résistance de l'air, croît comme le carré de la vitesse, et par conséquent à peu près comme la charge. Sans cette cause, la différence eût été presque nulle.

L'on est en conséquence fondé à conclure que *dans l'écoulement par les orifices en mince paroi, la vitesse de sortie est à très-peu près due à la hauteur du réservoir, et qu'elle n'est pas sensiblement diminuée par la contraction.*

Cas où le liide arrive i ayant déjà ne vitesse.

38. Si l'eau contenue dans le réservoir, au lieu d'être en repos, était animée d'une vitesse qui la portât vers l'orifice; par exemple, si le bassin, ayant une petite section, était alimenté par un cours d'eau qui arrivât directement à la paroi sur laquelle est ouvert l'orifice, les molécules fluides sortiraient non-seulement en vertu de la pression exercée par la masse fluide qui est au-dessus, mais encore en vertu de la vitesse qu'elles avaient au moment où elles ont atteint la sphère d'activité

de l'orifice : on aura ainsi à ajouter, à la charge mesurant la pression, une nouvelle force, qui sera la hauteur génératrice de cette vitesse. Ainsi, si u représente cette vitesse, on aura

$$Q = mS\sqrt{2g\left(h + \frac{u^2}{2g}\right)} = ms\sqrt{2gh + u^2}.$$

Exemple. On a un bassin de 20^m de long, 2^m de large et 1^m de profondeur d'eau : à une extrémité se trouve un barrage en planches percé d'une ouverture rectangulaire de 0^m55 de large sur 0^m36 de haut; son seuil, ou bord inférieur, est à 0^m91 au-dessous du niveau auquel l'eau se tient constamment dans le bassin : elle y est fournie par un courant qui arrive à l'autre extrémité. On demande quelle sera la dépense.

On a $S = 0{,}55 \times 0{,}36 = 0^{mm}198$; $h = 0{,}91 - \frac{1}{2}0{,}36 = 0^m73$; m, d'après le tableau du n.° 26 supposé prolongé, sera d'environ 0,600 : quant à u, il sera donné par un des moyens que nous indiquerons par la suite (125 — 135) : dans un grand nombre de cas, on pourra le regarder comme étant la vitesse moyenne de l'eau dans le bassin, vitesse que l'on déterminera ainsi qu'il suit.

La dépense Q, prise d'abord en négligeant u, sera $0{,}600 \times 0{,}198\sqrt{2g \times 0{,}73} = 0{,}4496$. Lorsque l'eau coule dans un canal, on a $Q = Su$ (97) : divisant donc la valeur de Q trouvée, par la section 0,198, il vient $u = 0^m187$, dont le carré est 0,0350. Mettant cette valeur dans l'expression générale de la dépense, on a $0{,}6 \times 0{,}198\sqrt{14{,}321 + 0{,}035} = 0^{mmm}4501$.

La différence entre ces deux résultats est entièrement à négliger. L'effet de la vitesse u a été presque nul ; dans la plupart des cas, il en sera ainsi ; et peut-être même, d'après ce que nous verrons par la suite (69), pourrait-on se dispenser de prendre u en considération.

Addition. Très-souvent les orifices en mince paroi versent leur eau dans des conduits ou petits canaux ouverts dans le haut, et dont les parois aboutissent à leurs bords inférieurs Orifices av des canau additionnel

et latéraux. MM. Poncelet et Lesbros ont déterminé, par un très-grand nombre d'expériences qu'ils vont publier, le coefficient de la dépense obtenue, en adaptant aux orifices dont il a été déjà question (26), de tels coursiers ayant diverses formes et inclinaisons. Le dernier de ces savans a eu la complaisance de me communiquer, au moment de l'impression de cette feuille, les résultats donnés par un canal rectangulaire, horizontal et long de 3 mètres. J'en extrais le tableau ci-dessous. J'y distingue deux cas: le premier, où les bords de l'orifice sont éloignés des parois intérieures du réservoir; le second, où le bord inférieur est sur la paroi inférieure, et par conséquent où le fond du coursier est comme le prolongement de celui du réservoir.

HAUTEUR de l'orifice.	CHARGE sur le centre.	COEFFICIENT. Cas: n.° 1.	n.° 2.
mèt.	mèt.		
0,20	1,407	0,603	0,602
	0,950	0,602	0,599
	0,400 *	0,591	0,580
	0,242	0,559	0,552
	0,122	0,483	0,482
0,10	1,356	0,614	
	0,482	0,615	
	0,161 *	0,590	
	0,088	0,523	
	0,060	0,459	
0,05	1,081	0,626	0,628
	0,477	0,625	0,624
	0,213	0,631	0,615
	0,106 *	0,614	0,597
	0,047	0,495	0,493
	0,036	0,452	0,443
0,03	1,349	0,622	
	0,406	0,629	
	0,081 *	0,633	
	0,060	0,615	
	0,037	0,511	
	0,020	0,378	
0,01	0,993	0,631	0,665
	0,497	0,648	0,671
	0,076	0,671	0,680
	0,042 *	0,640	

En comparant les coefficiens obtenus avec ceux du n.° 26, on voit que lorsque la charge excède deux ou trois fois la hauteur de l'orifice, la présence du canal est sans effet sensible sur la dépense. Mais au-dessous, elle diminue, et d'autant plus que les charges sont plus faibles. Ces diminutions, qui vont jusqu'à un cinquième et même un quart, sont en partie dues aux remous qui se forment dans le canal, et qui se font sentir jusque dans le réservoir. « Le canal influe sur la dépense, dit M. Lesbros, toutes les fois que la charge n'est pas assez forte pour que la lame fluide, à sa sortie de l'orifice, se détache entièrement du fond... » Dans une expérience, avec l'orifice de 0^m20 de côté en carré, sous une charge de 0^m21 au-dessus du centre, un canal de 0^m74 de long seulement, et incliné de 20° à l'horizon, a réduit à 0,665 le coefficient, qui était de 0,707 lorsqu'on

enlevait le canal. Il a exercé de l'influence même, lorsque sa longueur n'a plus été que de 0^m14.

On remarquera que le coursier n.° 2, qui donnait en général une dépense un peu plus grande que l'autre, dans les fortes charges, l'a donnée notablement plus petite dans les faibles; il exerçait plus d'action.

2. *Ajutages cylindriques.*

39. Les ajutages cylindriques, appelés aussi *tubes additionnels*, donnent, avons-nous vu (19), une dépense plus considérable que les orifices en mince paroi, la charge et l'aire de l'ouverture demeurant les mêmes. Mais pour qu'ils produisent cet effet, il faut que l'eau en sorte à *gueule-bée*, c'est-à-dire, en remplissant entièrement la bouche de sortie: il en est habituellement ainsi, lorsque la longueur du tube est de deux à trois fois son diamètre. Si elle est moindre, il arrive souvent que la veine fluide, qui s'est contractée à l'entrée du tube (19), ne s'élargit pas de nouveau et n'en remplit pas l'intérieur; l'écoulement a lieu, alors et à tous égards, comme en mince paroi : c'est toujours le cas lorsque la longueur du tube est plus petite que celle de la veine contractée, et par conséquent qu'elle n'est que moitié et au-dessous du diamètre.

Coefficien de réductio pour la dépense.

40. Le coefficient de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle par un tube additionnel, présente peu de variations, ainsi qu'on le voit par le tableau suivant.

OBSERVATEURS.	AJUTAGE.		CHARGE.	COEFFICIENT.
	Diamètre.	Longueur.		
	mèt.	mèt.	mèt.	
Castel . . .	0,015	0,040	0,30	0,827
Bossut . . .	0,023	0,054	0,65	0,788
Idem	0,023	0,054	1,24	0,787
Eytelwein .	0,026	0,078	0,72	0,821
Bossut . . .	0,027	0,041	3,85	0,804
Idem	0,027	0,054	3,87	0,804
Idem	0,027	0,108	3,92	0,804
Venturi . .	0,041	0,128	0,88	0,822
Michelotti .	0,081	0,216	2,18	0,815
	carré			
Idem	0,081	0,216	3,80	0,803
Idem	0,081	0,216	6,71	0,803

Les ajutages cylindriques étant peu employés, je n'étendrai pas davantage ce tableau, et je n'en discuterai pas les expériences. Je me bornerai à remarquer que la moyenne des coefficiens qui y sont portés, en faisant abstraction des deux premiers de Bossut manifestement anomaux, est de 0,812 : cependant l'on prend généralement 0,82, et l'on établit

$$Q = 0{,}82\ S\sqrt{2gH}.$$

Vitesse à la sortie d'un ajutage.

41. Puisque le jet sort à plein tuyau en filets parallèles à l'axe de l'orifice, et par conséquent que sa section est égale à celle de l'orifice, la diminution de dépense ne peut venir que d'une diminution dans la vitesse (16); et le rapport de la dépense réelle à la dépense théorique, sera aussi celui de la vitesse réelle à la vitesse théorique, comme on le voit par les résultats suivans

de deux expériences citées au tableau ci-dessus; celle de Venturi et celle de M. Castel.

JET		VITESSE		COEFFICIENT	
abscisse.	ordonnée.	réelle.	théorique.	de la vitesse.	de la dépense.
mèt.	mèt.	mèt.	mèt.		
1,462	1,868	3,415	4,154	0,824	0,822
0,546	0,673	2,017	2,426	0,832	0,827

On peut ainsi admettre que la vitesse d'un jet à la sortie d'un ajutage cylindrique n'est que les 0,82 de celle qui est due à la hauteur du réservoir.

42. La veine fluide, après sa contraction à l'entrée du tube additionnel, tend à prendre et à conserver une forme cylindrique, dont la section serait celle de la veine contractée; et par suite elle tend à sortir sans toucher les parois du tube : mais quelques filets sont portés vers ces parois, soit par une direction divergente, soit par une action attractive, soit par ces deux causes réunies. Dès qu'ils sont arrivés au contact, ils y sont fortement retenus par l'attraction moléculaire, celle qui produit l'ascension de l'eau dans les tubes capillaires; par un effet de cette même force, ils entraînent les filets voisins, et, de proche en proche, toute la veine, qui sort alors à plein tuyau. Telle paraît être la cause physique de l'augmentation de dépense due aux ajutages.

Cause l'augmentation de dépense par ajutages.

Le contact est la cause immédiate; et toutes les circonstances qui y donneront lieu ou qui le favoriseront, produiront cette augmentation.

Parmi ces circonstances nous signalerons :

1.° La longueur du tube : plus il sera long, plus il se présentera de chances pour le contact : il n'en aura pas lorsque cette longueur sera moindre que celle de la veine contractée.

2.° Une faible vitesse : les filets fluides seront alors moins fortement retenus dans la direction du mouvement primitif ; ils se dévieront et se porteront avec plus de facilité sur les parois. M. Hachette, dans des expériences faites à ce sujet (1), est parvenu, à l'aide d'un moyen fort ingénieux, en augmentant la charge et par conséquent la vitesse, à détacher des parois une veine qui les suivait. En diminuant au contraire la charge, lui laissant toutefois une hauteur de 0^m30, il est venu à bout de faire couler à gueule-bée un tube dont la longueur n'était que de 0^m006, et dont le diamètre avait 0^m0095.

3.° L'affinité de la matière du tube pour le fluide, ou plutôt, sa disposition à en être plus facilement mouillée. Ainsi, en induisant de suif ou de cire les parois, ils ne seront plus suivis par l'eau comme ils l'étaient avant : M. Hachette, en revêtant d'une couche d'amalgame d'étain un tube de fer, y a fait couler du mercure à plein tuyau ; ce qui n'avait pas lieu avant le revêtement.

L'interposition de l'air ou son arrivée dans un ajutage suffit pour en détacher la veine fluide. Venturi, après avoir adapté à un vase plein d'eau, un tube de 0^m0406 de diamètre et de 0^m095 de long, le perça, vers son milieu et sur tout son pourtour, de douze petits trous ; lorsque l'écoulement eut lieu, pas une goutte n'en sortit, et l'eau ne touchait pas les parois. On les a successivement bouchés, et, tant qu'il y en a eu un d'ouvert, il en a été constamment de même ; mais lorsqu'ils ont été tous fermés, la veine est sortie à plein tuyau, et la dépense a été augmentée dans le rapport de 31 à 41 (2). M. Hachette, en répétant cette expérience, et en bouchant les trous avec précaution, a vu la veine continuer à sortir sans toucher les parois ; mais une légère agitation a

(1) *Traité des machines*, édition de 1828, pag. 73 — 102.

(2) *Recherches expérimentales sur la communication latérale du mouvement dans les fluides.* 1797. 5.e Expérience.

suffi ensuite pour donner lieu au contact, et produire l'écoulement à plein tuyau.

43. Depuis plus d'un siècle que Poleni a fait connaître les singuliers effets des ajutages cylindriques, la recherche de leur cause a beaucoup occupé les physiciens.

On disait généralement : puisque la convergence dans la direction des filets fluides à leur arrivée à l'orifice produit une contraction dans la veine fluide, il y en aura aussi une à l'entrée de l'ajutage; mais, par suite de l'action attractive des parois, elle sera moindre, et la dépense sera par conséquent plus considérable. Les expériences de Venturi ne permettent pas d'admettre une telle cause, une moindre contraction.

Cet habile physicien a ouvert, dans une mince paroi de réservoir, un orifice dont le diamètre AB était de $0^{m}0406$; et, sous une charge de $0^{m}88$, il a obtenu $0^{mmm}137$ d'eau en 41″. A cet orifice il a ensuite adapté l'ajutage ABDC, ayant à peu près la forme de la veine contractée (on y avait CD = $0^{m}0327$ et AC = $0^{m}025$); sous la même charge, il a obtenu le même volume d'eau en 42″. A ce premier ajutage on a ajouté le tube CDHGC, où GH = EF = AB, et la durée de l'écoulement, tout étant égal d'ailleurs, n'a plus été que de 31″. Enfin, à tout cet appareil on a substitué le simple tube cylindrique ABHG de même longueur, ayant également $0^{m}0406$ de diamètre, et l'écoulement des $0^{mmm}137$ a encore eu lieu en 31″. Fig. 11 Fig. 12

Ainsi, dans cet ajutage simple, où tout s'est passé comme dans l'ajutage composé, il y a eu, ou il a pu y avoir, une contraction égale; et celle qui a eu nécessairement lieu dans ce dernier, en CD, est à très-peu près pareille à celle des orifices en mince paroi. L'effet de l'ajutage cylindrique n'a donc pas été de diminuer la contraction, mais de faire passer, par la section contractée CD, le fluide avec une vitesse plus considérable dans le rapport de 31 à 41 ou 42. De là seulement l'augmentation de dépense.

Venturi l'attribuait à un excès dans la pression de l'atmosphère sur la surface fluide contenue dans le réservoir, excès provenant d'un vide qui tendait à se faire dans la partie de l'ajutage où la plus grande contraction a lieu. Il a cherché à

prouver cette opinion par plusieurs expériences d'ailleurs très-intéressantes; mais dont il a quelquefois trop généralisé les résultats. Par exemple, parce que, dans une d'elles, l'écoulement a cessé de se faire à plein tuyau sous le récipient de la machine pneumatique, il en a conclu que les phénomènes des ajutages n'avaient pas lieu dans le vide; et cependant M. Hachette assure les y avoir produits. Ce seul fait renverserait une hypothèse contre laquelle s'élèvent encore des objections péremptoires.

44. Parmi les expériences de Venturi, il en est une qui présente d'une manière bien caractérisée un fait très-remarquable, et que Bernoulli avait déjà fait connaître. Au tube cylindrique de 0^m406 de diamètre et 0^m122 de long, en E, à 0^m018 de son origine, on a adapté un tube de verre recourbé, et dont l'autre extrémité plongeait dans un vase M contenant de l'eau colorée : l'écoulement s'est fait sous une charge de 0^m88; et l'eau s'est élevée dans le tube de 0^m65.

Dans l'hypothèse de Venturi, cette élévation, jointe à la charge, serait la hauteur due à la vitesse par la section contractée, comme la charge seule est la hauteur due lorsqu'il n'y a point d'ajutage : s'il en était ainsi, le rapport des vitesses devrait être de $\sqrt{0,88} : \sqrt{0,88 + 0,65}$, ou de 31 à 40,9, et l'expérience a effectivement donné un pareil résultat (31 à 41). Mais de ce fait, peut-être particulier au cas pris pour exemple, on ne saurait déduire un principe général.

D'ailleurs la vraie cause de l'ascension de l'eau colorée dans le tube, a été indiquée, il y a près de cent ans, par Daniel Bernoulli (*Hydrodynamica*, pag. 264). Ce célèbre géomètre, auteur de la plupart des principes théoriques de l'écoulement des fluides, a établi que la pression qu'un fluide exerce contre les parois d'un tuyau dans lequel il se meut, est égale à la charge moins la hauteur due à la vitesse du mouvement. Il faut remarquer que lorsqu'il s'agit de la pression absolue, le poids de l'atmosphère doit s'ajouter à la charge proprement dite; ainsi, si K représente ce poids, c'est-à-dire la hauteur d'une colonne d'eau d'un poids égal à celui de la colonne barométrique, H la charge, et v la vitesse du fluide à un point déterminé du tuyau, $K + H - 0,051\,v^2$ sera la pression inté-

rieure à ce point. Pour sa pression extérieure, on aura K, comme sur tous les autres points. Dans notre exemple, à l'endroit de la plus grande contraction, où $v = \frac{11}{31}\sqrt{2gH}$ et $H = 0^m88$, la pression intérieure est $K + 0{,}88 - 1{,}54 = K - 0{,}66$: elle est moindre de 0^m66 que la pression extérieure; celle-ci prévaudra donc, et elle fera monter l'eau de 0^m66, et en général d'une quantité égale à son excès sur l'autre.

En négligeant K, qui se trouve dans la valeur de la pression intérieure et de la pression extérieure sur le même point, la pression intérieure, comparativement à l'autre, est $H - 0{,}051\,v^2$: elle sera *négative* toutes les fois que la hauteur due à la vitesse sera plus grande que la charge.

Venturi ayant porté le tube du point E au point F, à 0^m054 du réservoir, l'eau colorée ne s'y est pas élevée : la hauteur due 0^m594 $\{ = 0{,}051\,v^2 - 0{,}051\,(0{,}82)^2\,2gH \}$ était alors plus petite que la charge 0^m88; la pression intérieure était positive, et par suite il n'y avait pas lieu à ascension.

3. *Ajutages coniques convergens.*

45. Les ajutages coniques proprement dits, c'est-à-dire, qui sont légèrement convergens vers l'extérieur du réservoir, augmentent la dépense encore plus que les précédens; ils donnent des jets très-réguliers, et ils les lancent à une plus grande distance ou hauteur. Aussi sont-ils presque exclusivement employés dans la pratique. De plus, leurs effets, quant à la dépense et à la vitesse de projection, sont beaucoup plus variés; ils varient avec l'*angle de convergence*, c'est-à-dire avec l'angle que formeraient, par leur prolongement, deux côtés opposés du tronc de cône constituant l'ajutage. Et cependant ce sont ceux sur lesquels on a le moins de documens. Je

doivent se rapprocher de 1 (37), et par conséquent augmenter.

3.° En comparant les deux espèces de coefficiens, ou les valeurs de nn' et n', on en conclut celle de n, ou le rapport entre la section de la veine fluide après sa sortie de l'orifice, et celle de cet orifice. Depuis 0° jusqu'à 12°, on a $n = 1$; c'est-à-dire, qu'il n'y a point de contraction extérieure, que la veine fluide sort en conservant le même diamètre que l'orifice, et que, malgré la convergence des parois de l'ajutage, les molécules de l'eau sortent à très-peu près parallèlement à l'axe. Mais, au-delà de 12°, la contraction extérieure commence à paraître, et elle diminue de plus en plus la section de la veine, ainsi qu'on le voit ci-contre.

ANGLE.	n
20°	0,97
30	0,93
40	0,90
50	0,86
180	0,65

4.° En adoptant 0^m04 pour la longueur des ajutages de 0^m0155 de diamètre à la sortie, et sur lesquels la grande série d'expériences a été faite, j'avais un peu dépassé la longueur donnant la plus grande dépense. Six expériences de M. Castel, avec une longueur de 0^m035, sous mêmes angles de convergence, ont donné une dépense plus grande, dans le rapport de 1 à 1,008. Quelques autres expériences, avec des ajutages de 0^m030 et de 0^m025, ont indiqué un produit moindre. De sorte qu'il semble que la longueur la plus avantageuse est un peu plus grande que le double du diamètre de l'orifice de sortie.

47. Quant aux très-gros ajutages coniques, ou plutôt aux *buses* pyramidales qui, dans des usines, versent l'eau sur les roues hydrauliques, nous avons trois expériences précieuses faites par l'ingénieur Lespinasse (1), sur les moulins du canal de Languedoc. Dépens grosses b

Les buses y sont des troncs de pyramide rectangulaire, ayant en longueur ..... 2^m923,
à la grande base..... 0^m731 sur 0,975,
à la petite..... 0^m135 ... 0,190.

Les faces opposées font des angles de 11° 38′ et 15° 18′.

La charge a été de 2^m923.

Les deux premières des trois expériences, dont les résultats sont ci-contre, ont été faites sur un moulin à deux meules, chacune ayant sa roue; dans la première expérience, l'eau n'était donnée qu'à une seule roue; dans la seconde, elle l'était aux deux à la fois.

Dépense.	Coeffic.
mèt. cub	
0,1916	0,987
0,1895	0,976
0,1901	0,979

On voit combien peu de tels ajutages diminuent la dépense; celle qu'ils ont donnée n'est que de un à deux centièmes au-dessous de la dépense théorique.

4. *Ajutages coniques divergens.*

48. De tous les ajutages, ceux qui donnent la plus grande dépense, sont des troncs de cône adaptés au réservoir par leur petite base, et dont Augm tion de pense d ces ajut

(1) Anciens *Mémoires de l'Académie de Toulouse.* Tom. II. 1784.

ajutages divergens, et pour lesquelles je renvoie à ses *Recherches expérimentales*, etc., je me borne à citer la suivante.

A un des ajutages susmentionnés, celui qui a donné $0^{mmm}137$ en 25″, il a adapté trois tubes plongeant dans une petite auge
Fig. 14. remplie de mercure; le premier, à l'origine D de l'ajutage; le second au tiers de sa longueur, et le troisième aux deux tiers. Le mercure s'y est élevé respectivement à $0^{m}120$, $0^{m}046$ et $0^{m}0158$; en colonnes d'eau, ce serait $1^{m}63$, $0^{m}63$ et $0^{m}215$. D'après la théorie de Bernoulli, la pression au point de plus grande contraction D, où la vitesse est $\frac{42}{25}\sqrt{2g.0,88}$, aurait dû être $0,88 - 0,88\left(\frac{42}{25}\right)^2 = -1^{m}60$: l'expérience de Venturi a donné $-1^{m}63$.

Expériences Eytelwein.

51. Eytelwein a encore fait servir les ajutages divergens à des expériences dont les résultats intéressent directement la pratique.

Il a pris une suite de tuyaux cylindriques de $0^{m}026$ de diamètre et de diverses longueurs, qu'il a successivement adaptés
Fig. 15. à un vase plein d'eau; d'abord seuls; puis, portant à l'extrémité antérieure l'embouchure M qui avait à peu près la forme de la veine contractée; ensuite, portant à l'autre extrémité l'ajutage N de la forme recommandée par Venturi; enfin, munis à la fois de l'embouchure et de l'ajutage. L'écoulement se faisait sous la charge moyenne de $0^{m}73$. (1)

Je donne, dans la forme suivante, les principaux résultats obtenus.

---

(1) Ici la charge n'était pas constante. A chaque expérience, on remplissait le vase jusqu'à $0^{m}94$ au-dessus de l'orifice, et on laissait baisser le fluide jusqu'à ce que sa surface ne fût plus qu'à $0^{m}53$: la charge constante, celle qui donnerait une même dépense dans le même tems, eût été $0^{m}73$. Soit, en général, H' cette charge constante, H la hauteur du réservoir au commencement de l'écoulement, h celle à la fin, on aura

$$H' = \left(\frac{H - h}{2\left(\sqrt{H} - \sqrt{h}\right)}\right)^2.$$

L'occasion de faire usage de cette formule se présentera souvent dans la pratique.

Longueur du tuyau.	Coefficient de la dép. du tuyau seul, d'après		La dépense du tuyau seul étant 1, Dépense	
	l'expérience.	la formule des conduites.	avec l'embouchure.	avec l'ajutage.
mèt.				
0,001	0,62	0,99		
0,026	0,62	0,97	1,56	
0,078	0,82	0,95	1,15	1,35
0,314	0,77	0,86	1,13	1,27
0,628	0,73	0,77	1,10	1,24
0,942	0,68	0,70	1,09	1,23
1,255	0,63	0,65	1,09	1,21
1,569	0,60	0,61	1,08	1,17

Ces expériences montrent :

1.° Le rapport suivant lequel la longueur des tuyaux diminue la dépense ; et cela jusqu'au point où les formules du mouvement de l'eau dans les conduites, formules que nous donnerons par la suite, peuvent recevoir leur application. Les nombres de la troisième colonne indiquent que cette application peut avoir lieu, pour les petits tuyaux, ceux au-dessous de 0^m03 de diamètre, lorsque leur longueur excède 2^m. Ces expériences remplissent ainsi, en partie, la lacune qui existait dans nos connaissances entre les tubes additionnels et les tuyaux de conduite.

2.° Que l'augmentation dans la dépense provenant de l'évasement que l'on donne à la bouche d'entrée des tuyaux, diminue à mesure que leur longueur est plus grande. Il eût été à désirer que ces expériences eussent été poussées plus loin, afin de savoir ce qu'il en serait de cette diminution dans les grandes conduites : en attendant, et quelque petit que puisse être le bon effet de l'évasement à l'entrée, il convient de ne pas le négliger.

3.° L'effet de l'évasement à la sortie va aussi en diminuant, et dans un rapport plus rapide encore à mesure que les tuyaux augmentent en longueur. Eytelwein, en ayant pris un de 6^m28 de long et toujours d'un diamètre de 0^m026, n'eut plus aucune différence dans la dépense, soit qu'il employât, soit qu'il n'employât pas l'ajutage évasé.

En adaptant immédiatement cet ajutage au réservoir, la dépense a été de 1,18, la dépense théorique étant 1. En l'adaptant à l'embouchure, mais sans le tuyau intermédiaire, elle s'est élevée à 1,55. L'embouchure seule n'avait donné que 0,92 : de sorte que l'effet de l'ajutage N ajouté à l'embouchure M a été d'en augmenter la dépense dans le rapport de 0,92 à 1,55 ou de 1 à 1,69.

Mesure de force de ajutage.

52. Venturi avait eu celui de 19″ à 42″ ou de 1 à 2,21. Ainsi, dans les deux expériences qui ont fourni les termes de ce dernier rapport, les vitesses de l'eau, au passage par la section CD (fig. 13), ont été comme 1 à 2,21; et par conséquent les hauteurs dues comme 1 à 4,89, puisqu'elles suivent le rapport des carrés des vitesses.

Dans l'expérience qui a donné le terme 1, celle où l'on n'employait que l'embouchure M, la vitesse réelle, qu'on a obtenue en divisant la dépense par la section, a été de 3^m636; il lui correspond une hauteur génératrice de 0^m674. La hauteur correspondante à la vitesse, dans la seconde expérience, sera donc 3^m296 ($=0,674\times4,89$) : d'où il suit, que la dépense y a été égale à celle qu'on aurait eue, si au lieu d'ajouter l'ajutage N à l'embouchure M, on eût élevé l'eau dans le réservoir, au-dessus du niveau qu'elle y avait durant l'écoulement, de 2^m62 ($=3,29-0,67$). Ainsi, l'effet accélératif de la vitesse dû à l'ajutage divergent est mesuré par une colonne d'eau de 2^m62 : c'est plus du quart du poids de l'atmosphère. Voilà un effet bien considérable pour une force qui semblait bien petite; car, je le répète, je ne vois d'autre cause physique de l'augmentation dans la dépense produite par l'ajutage, que l'action de ses parois et l'attraction moléculaire.

ART. 3. *De l'écoulement sous de fort petites charges.*

53. Lorsque la charge sur le centre de l'orifice est très-petite comparativement à la hauteur (dimension verticale) de cet orifice, la vitesse *moyenne* des divers filets de la veine fluide, c'est-à-dire la

vitesse qui étant multipliée par l'aire de l'orifice donne la dépense, n'est plus celle du filet central. Elle en diffère d'autant plus que la charge est plus petite : elle sera d'un centième environ plus faible si la charge est égale à la hauteur, et d'un millième si elle est trois (3,2) fois plus grande.

Voyons ce que la théorie nous apprend à cet égard, et d'abord la loi que suit la vitesse des filets fluides à mesure que le point d'où ils sortent est plus bas que le niveau du réservoir.

Vitesse d'filet fluid quelconqu

54. Soit un vase plein d'eau jusqu'en A : sur sa face AB, que nous supposerons verticale pour plus de simplicité, imaginons, au-dessous les uns des autres, une suite de petits trous, dont B sera le plus bas. Désignons par H la hauteur AB; la vitesse du filet sortant de B sera $\sqrt{2gH}$ (8); et si l'on fait BC égal à cette quantité, il représentera cette vitesse. Pour tout autre point P, abaissé, au-dessous du niveau du réservoir, de AP ou x, la ligne PM, qui représenterait la vitesse du fluide à sa sortie de ce point, serait $\sqrt{2gx}$, et, en l'appelant y on aurait $y = \sqrt{2gx}$. Si par l'extrémité de toutes ces lignes PM, on fait passer une courbe, elles en seront les ordonnées, et les hauteurs AP ou x en seront les abscisses; et puisque l'on a $y^2 = 2gx$, cette courbe sera une parabole ayant $2g$ pour paramètre. Ainsi *la vitesse d'un filet fluide sortant d'un réservoir en un point quelconque, est égale à l'ordonnée d'une parabole dont deux fois l'action de la gravité est le*

Fig. 16

paramètre, l'abaissement de ce point au-dessous du niveau du réservoir étant l'abscisse.

Dépense. 55. Supposons maintenant qu'au lieu d'ouvrir une suite de petits trous sur la face AB, on y ait pratiqué, depuis le haut jusqu'en bas, une échancrure rectangulaire dont l soit la largeur; et cherchons l'expression de la dépense.

Divisons cette ouverture, par la pensée, et à l'aide de lignes horizontales très-rapprochées les unes des autres, en une suite de petits rectangles. Le volume d'eau qui sortira de chacun d'eux en une seconde, ou sa dépense, sera évidemment égal au volume d'un prisme qui aurait pour base le petit rectangle, et pour hauteur l'ordonnée correspondante. La somme de tous ces petits prismes, ou la dépense totale, sera tout aussi évidemment égale à un autre prisme, ayant pour base le segment parabolique ABCMA, et pour hauteur, ou épaisseur, la largeur de l'échancrure. Or, d'après une propriété de la parabole, ce segment est les deux tiers du rectangle ABCK, dont la surface est $AB \times BC = H \times \sqrt{2gH}$. Ainsi, la dépense par l'échancrure rectangulaire dont H est la hauteur et l la largeur, est

$$\frac{2}{3} l H \sqrt{2gH}.$$

56. L'on demande maintenant la dépense par un orifice rectangulaire ouvert sur la même paroi, mais de B en D seulement, et ayant toujours la largeur l. Nommons h la charge AD sur le bord supérieur de l'orifice; la dépense de

l'échancrure qu'on imaginerait de A en D serait également $\frac{2}{3} lh\sqrt{2gh}$. Or, il est évident que la dépense par l'orifice rectangulaire, dont BD est la hauteur, sera égale à la différence des dépenses par les deux échancrures, et qu'elle sera en conséquence

$$\tfrac{2}{3} l\sqrt{2g}\left(\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{H}} - h\sqrt{h}\right).$$

Les premiers élémens du calcul intégral mènent d'une manière extrêmement simple à cette expression. Mais, je le répète, ce Traité n'est point un ouvrage de mathématiques; et il m'a paru, d'après sa nature, que les démonstrations synthétiques, qui tiennent constamment sous les yeux l'objet en question, y étaient à préférer.

57. Revenons à la vitesse moyenne, et d'abord à celle qu'on a lorsque l'échancrure entière est ouverte. Vitesse moyenn

Soit G le point d'où sortirait le filet animé de cette vitesse : si l'on fait $AG = z$, elle sera $\sqrt{2gz}$: étant multipliée par l'aire de l'échancrure $l.\mathrm{H}$, elle doit donner la dépense. Mais nous avons vu que cette dépense était aussi exprimée par $\frac{2}{3} l\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{H}}$, on aura donc $\mathrm{H}l\sqrt{2gz} = \frac{2}{3} l\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{H}}$. D'où

$$z = \tfrac{4}{9}\mathrm{H},$$

et, par conséquent,

$$v = \sqrt{2g\tfrac{4}{9}\mathrm{H}} = \tfrac{2}{3}\sqrt{2g\mathrm{H}}.$$

Ainsi, la vitesse moyenne sera les deux tiers de la vitesse du filet inférieur. Effectivement GH qui représente la première, est, d'après la pro-

ramètre, l'abaissement de ce point au-des-
us du niveau du réservoir étant l'abscisse.

55. Supposons maintenant qu'au lieu d'ouvrir
ne suite de petits trous sur la face AB, on y
ait pratiqué, depuis le haut jusqu'en bas, une
échancrure rectangulaire dont l soit la largeur;
et cherchons l'expression de la dépense.

Divisons cette ouverture, par la pensée, et
l'aide de lignes horizontales très-rapprochées l
unes des autres, en une suite de petits rectangl
Le volume d'eau qui sortira de chacun d'eux
une seconde, ou sa dépense, sera évidemm
égal au volume d'un prisme qui aurait pour
le petit rectangle, et pour hauteur l'ordonnée
respondante. La somme de tous ces petits pri
ou la dépense totale, sera tout aussi éviden
égale à un autre prisme, ayant pour base
ment parabolique ABCMA, et pour haut
épaisseur, la largeur de l'échancrure. Or,
une propriété de la parabole, ce segmen
deux tiers du rectangle ABCK, dont la
est $AB \times BC = H \times \sqrt{2gH}$. Ainsi, la
par l'échancrure rectangulai
teur et l la largeur, est

$$\frac{2}{3} lH$$

56. L'on deman
un orifice rect
paroi, mais d
jours la lar
le bord

priété de la parabole susmentionnée, les deux tiers de BC, qui représente la seconde.

Pour l'orifice rectangulaire, dont BD, ou H—h, est la hauteur, on aurait également, z' étant la hauteur à sa vitesse moyenne, $(H-h)\,l\sqrt{2gz'} = \frac{2}{3}\,l\sqrt{2g}\,(H\sqrt{H}-h\sqrt{h})$, d'où

$$z' = \frac{4}{9}\left(\frac{H\sqrt{H}-h\sqrt{h}}{H-h}\right)^2.$$

Exemple. On a un bassin prismatique au bas duquel est un orifice rectangulaire de 0^m25 de base sur 0^m12 de hauteur; et, durant l'écoulement, la surface fluide est constamment à 0^m22 du bord inférieur de l'orifice.

On a donc $H = 0^m22$; $h = 0^m22 - 0{,}12 = 0^m10$; ainsi

$$z' = \frac{4}{9}\left(\frac{0{,}22\sqrt{0{,}22}-0{,}10\sqrt{0{,}10}}{0{,}22-0{,}10}\right. = 0^m1581.$$

Par conséquent, la vitesse moyenne sera $\sqrt{2g\times 0{,}1581} = 1^m76$.

La charge doit être mesurée en plein réservoir.

58. Je place ici une observation qui convient plus particulièrement aux cas des petites charges.

Pendant l'écoulement par un orifice, la surface du fluide dans le réservoir, à partir de certains points, se courbe et s'*infléchit* vers la paroi sur laquelle est percé l'orifice; de sorte que la hauteur, ou distance verticale de cette surface, au-dessus d'une partie quelconque de l'orifice, est plus grande en amont des points où l'inflexion a commencé que près et touchant la paroi. C'est la première de ces hauteurs ou charges qu'il faut toujours introduire dans les formules de l'écoulement; nous en verrons ailleurs (64) les motifs.

Très-souvent on y introduit la distance entre l'orifice et la ligne où la surface fluide joint la

paroi ; il en résulte dans l'estimation des dépenses une erreur en moins, qui, dans quelques cas, très-rares à la vérité, peut s'élever jusqu'à un dixième de la dépense. De telles erreurs diminuent lorsque la charge augmente ; et, d'après les expériences de MM. Poncelet et Lesbros, qui ont aussi approfondi cette question, elles seront insensibles lorsque les charges excéderont 0^m15 ou 0^m20. Cependant, dans les très-grands orifices, la dépression de la surface est encore sensible : je l'ai vue de 4 à 5 centimètres contre les portes d'écluse du canal de Languedoc, lorsque les deux pertuis étaient ouverts.

Cas des orifices non-rectangulaires

59. Si l'orifice avait une figure autre que le rectangle, l'expression de la vitesse moyenne, et par suite de la dépense, serait plus compliquée : sa détermination deviendrait un problème d'analyse de peu d'utilité dans la pratique, où les grands orifices sont presque toujours rectangulaires. On peut voir, dans l'*Architecture hydraulique* de Bélidor et dans l'*Hydrodynamique* de Bossut, la solution de quelques-uns de ces problèmes : je me borne à consigner ici celle qui concerne le cercle.

Désignant par d le diamètre, par h la charge au-dessus du centre, on a, pour expression de la dépense $\pi' d^2 \sqrt{2gh}\left(1-\frac{d^2}{128h^2}-\frac{d^4}{3277h^4}-\text{etc.}\right)$

Cette dépense est celle qui correspond à la vitesse du filet central diminuée dans le rapport indiqué par le facteur complexe.

oefficiens éduction.

60. Les dépenses dont nous venons de donner l'expression, sont les dépenses théoriques; pour les réduire aux dépenses réelles, il faut les multiplier par des coefficiens déduits de l'expérience.

Ils nous seront encore fournis par MM. Poncelet et Lesbros : je les indique dans le tableau suivant.

CHARGE sur le centre.	HAUTEUR DES ORIFICES.					
	0^m20.	0^m10.	0^m05.	0^m03.	0^m02.	0^m01.
mèt.						
0,01						0,712
0,02				0,644	0,667	0,700
0,03				0,644	0,663	0,693
0,04			0,624	0,643	0,661	
0,05			0,625	0,643	0,660	
0,06		0,611	0,627	0,642		
0,08		0,612	0,628	0,640		
0,10		0,613	0,630	0,638		
0,12	0,592	0,614	0,631			
0,15	0,597	0,615	0,631			
0,20	0,599	0,616	0,631			
0,30	0,601	0,617				
0,50	0,603	0,617				
1,00	0,605					

61. Les nombres ci-dessus sont les vrais coefficiens de la contraction de la veine fluide, ou les coefficiens de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle; car la théorie ne donne d'autre formule générale de l'écoulement par les orifices que $\frac{2}{3} l\sqrt{2g}\,(H\sqrt{H} - h\sqrt{h})$. Celle qu'on a établie (15), $S\sqrt{2gh'}$ où $h' = \frac{1}{2}(H + h)$, ne convient qu'aux cas particuliers, très-fréquens à la vérité, où h' est trois ou quatre fois plus grand que $H - h$. Dans les autres, elle est erronée; et les coefficiens qui lui sont adaptés, et qu'elle a servi à déterminer, le sont aussi : ce sont ceux qui, au tableau du n.° 26, se trouvent au-dessus des lignes transversales qui y divisent les colonnes. (Les coefficiens qui sont au-dessous, quoique déter-

minés à l'aide de cette formule, se confondant avec ceux qu'on aurait par la formule générale, sont exacts.) Au reste, dans la première, $mS\sqrt{2gh'}$, l'erreur du coefficient m est compensée par celle de la formule; et les dépenses qu'elle donne sont sensiblement identiques avec celles de l'autre; et comme elle est d'ailleurs plus simple, on l'emploie habituellement pour tous les cas.

62. On demande quelle serait la dépense d'un orifice rectangulaire de 0^m30 de large sur 0^m15 de hauteur, et ayant une charge de 0^m05 seulement sur son bord supérieur.

On a $H = 0{,}05 + 0{,}15 = 0^m20$ et $l = 0^m30$. La charge sur le centre est donc 0^m125: le coefficient qui lui correspond, d'après le tableau ci-dessus, est à peu près 0,603, terme moyen entre 0,593 et 0,614. Ainsi, la dépense sera $\frac{2}{3} \times 0{,}603 \times 0{,}30 \times 4{,}43\,(0{,}20\sqrt{0{,}20} - 0{,}05\sqrt{0{,}05}) = 0^{mmm}0418$.

La formule ordinaire, avec son coefficient 0,592, pris au tableau du n.° 26, eût donné $0{,}592 \times 0{,}30 \times 0{,}15 \times 4{,}43\sqrt{0{,}125} = 0^{mmm}0417$.

63. On a un orifice circulaire et vertical de un pouce de diamètre avec une charge de huit lignes au-dessus du centre. On demande quelle sera sa dépense.

Ici $d = 0^m02707$, $h = 0^m01805$; de sorte que l'expression du n.° 59 devient $0{,}0003425\left(1 - \frac{1}{56{,}89} - \frac{1}{647{,}3}\right) = 0^{mmm}000335g$.

C'est la dépense théorique; et pour avoir la dépense réelle, il faut la multiplier par le coefficient indiqué au tableau du n.° 60. On y trouve 0,667 pour un orifice de 0^m20 de diamètre, sous une charge de 0^m02 (ou de 0^m018); sous cette même charge, on y a encore 0,644, pour un orifice de 0^m03: d'où l'on conclura 0,650 pour l'orifice de 0^m02707. La dépense effective sera donc $0{,}65 \times 0{,}0003359 = 0^{mmm}000218g$.

L'expérience avait donné 0,0002287 à Mariotte, et 0,0002076 à Bossut (avec une ligne de charge mesurée directement au-dessus du sommet de l'orifice) : le résultat du calcul serait ainsi un terme moyen entre les résultats de l'expérience.

La dépense que nous venons de déterminer, celle qu'on a obtenue par un orifice d'un pouce de diamètre, sous la charge

d'une ligne prise immédiatement au-dessus du sommet de cet orifice est le *pouce d'eau* des fontainiers, mesure dont il sera ultérieurement question (171). Mariotte, dans le travail qu'il a fait, il y a plus de 150 ans, pour en fixer la valeur, remarqua que pour avoir une hauteur d'eau d'une ligne immédiatement au-dessus de l'orifice, il en fallait deux en plein réservoir, et par conséquent huit sur le centre (1). Ainsi le phénomène de l'inflexion de la surface fluide vers l'orifice et son influence sur la dépense lui étaient bien connus.

ART. 4. *De l'écoulement par les déversoirs.*

Nature de coulement.

64. Si, à la partie supérieure d'une des parois d'un bassin, on pratique une échancrure rectangulaire, dont la base soit horizontale, l'eau du bassin, qu'on suppose toujours entretenu constamment plein, sortira, en déversant, sous forme de nappe, par-dessus cette base ou *seuil:* de là le nom de *déversoir* donné à une telle ouverture.

Fig. 17.

La surface fluide, avant de l'atteindre, à partir d'un point C peu éloigné, s'incline suivant l'arc de parabole CD; de sorte que sa hauteur immédiatement au-dessus du seuil n'est plus AB, mais seulement BD.

Conformément à la théorie ordinaire, on a d'abord admis que les molécules, qui décrivent la courbe CD, avaient, en arrivant en D, la même vitesse que si elles étaient librement tombées de AD; que les molécules placées au-dessous sortaient également avec une vitesse due à leur distance verticale du point A; et qu'en consé-

(1) *Traité du mouvement des eaux.* III.e partie, premier discours.

quence l'écoulement se faisait comme par un orifice rectangulaire, où AD ($=h$) serait la charge sur le bord supérieur, et AB ($=$ H) celle sur le bord inférieur : seulement, comme la veine ne se contracte pas sur le premier de ces bords, on admettait une petite augmentation dans le coefficient de contraction. Mais l'expérience a fait voir qu'il n'en était pas entièrement ainsi.

Elle a montré que les dépenses étaient plus exactement données par un calcul basé sur la supposition que le fluide s'étendait sans inflexion jusqu'en A; ou, ce qui revient au même, que l'ouverture était reculée jusqu'en C, origine de l'inflexion, et que l'écoulement y avait lieu sur toute la hauteur CE.

Établisse de la form donnan la dépen

65. Dans cette hypothèse, l'écoulement se ferait comme par un orifice rectangulaire dont la largeur du déversoir, que je désignerai par l, serait la base, et dont CE ($=$ H) serait la hauteur, et avec une vitesse moyenne due à $\frac{4}{9}$ H (57).

Pour l'expression de la dépense théorique, on aurait donc $\mathrm{LH}\sqrt{2g\frac{4}{9}\mathrm{H}}$.

En désignant par m le coefficient de réduction à la dépense réelle ($=$ Q), il viendrait

$$\mathrm{Q}=\tfrac{8}{3}m\sqrt{2g}\,.\,l\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{H}}.$$

C'est la formule, $\frac{8}{3}m\sqrt{2g}\,.\,l\left(\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{H}}-h\sqrt{h}\right)$, donnée (56) pour les orifices rectangulaires, mais dans laquelle la charge sur le bord supérieur ou $h=0$.

L'écoulement par les déversoirs ne serait donc

qu'un cas particulier de l'écoulement par les orifices en général. Les expériences de MM. Bidone, Poncelet et Lesbros ont montré qu'il en était réellement ainsi. Par conséquent les valeurs de m données aux n.os 60 et 26 sont à très-peu près applicables à la formule ci-dessus.

66. En l'établissant, on a admis que le fluide était en repos à l'amont du déversoir, ou plutôt en amont du point où la surface commence à s'infléchir vers le seuil : mais le plus souvent l'eau arrive à ce point en possédant déjà une certaine vitesse. Dans ce cas, agissant comme on l'a fait au sujet des orifices proprement dits (30), à la hauteur due à la vitesse de l'écoulement pour le fluide en repos, c'est-à-dire à $\frac{4}{5}$ H, on ajouterait la hauteur génératrice de la vitesse d'arrivée. Soit u cette vitesse, $0{,}051\,u^2$ sera sa hauteur génératrice, et l'on aura

$$Q = mlH\sqrt{2g\left(\tfrac{4}{5}H + 0{,}051u^2\right)} = \tfrac{2}{3}m\sqrt{2g}.lH\sqrt{H + 0{,}115u^2}.$$

Dans tout courant, la vitesse diminue depuis sa surface jusqu'au fond : ainsi, la vitesse moyenne de la tranche qui arrive directement au déversoir sera un peu moindre que celle de la surface (114) : admettant qu'elle en est les 0,94 par exemple, et w étant la vitesse à la surface, on a $u = 0{,}94w$, et $Q = \frac{2}{3}m\sqrt{2g}.lH\sqrt{H + 0{,}1\,w^2}$.

67. En désignant par μ toute la partie presque constante, $\frac{2}{3}\,m\sqrt{2g}$, de la formule première, elle devient $Q = \mu lH\sqrt{H}$.

Voyons jusqu'à quel point elle est, dans ses élémens, en harmonie avec l'expérience.

Il est d'abord évident que la dépense est proportionnelle à l largeur du déversoir.

Les suites de rapports ci-contre font voir qu'elle est encore à très-peu près proportionnelle à $H\sqrt{H}$. Ces suites sont conclues d'expériences faites à Turin, par M. Bidone; et par moi à Toulouse : je donnerai bientôt quelques autres détails à leur sujet.

EXPÉRIENCES FAITES A			
TURIN.		TOULOUSE.	
Q	$H\sqrt{H}$	Q	$H\sqrt{H}$
1,00	1,00	1,00	1,00
1,42	1,44	1,90	1,89
1,97	1,92	2,39	2,40
2,90	2,83	2,79	2,74
3,38	3,43	3,25	3,24
4,41	4,28	3,67	3,76

Ainsi, quant à sa forme, l'expression de la dépense est sensiblement exacte. Le coefficient μ ne variera donc qu'entre des limites très-rapprochées : consultons l'expérience sur sa valeur.

68. Dubuat est le premier qui se soit occupé de sa détermination; et de quatre expériences, il a conclu qu'il était égal à 1,85. (*Princ. d'Hydr.*, S. 412.) Détermination du coefficient.

Environ dix ans après, à la fin du dernier siècle, Eytelwein en exécuta une longue suite sur une dérivation du canal de Bromberg, de concert avec l'ingénieur de ce canal. On revêtit de madriers cette dérivation sur une longueur de 78^m, de manière à ce qu'il en résultât un canal rectiligne et rectangulaire de 1^m25 de base et 0^m97 de hauteur : l'extrémité en fut barrée par une cloison en planches, sur laquelle on ouvrit des déversoirs de différentes largeurs. Dans ceux qui ont servi aux six expériences dont le résultat est porté au tableau suivant, le seuil était à 0^m188 au-dessus du plancher formant le fond du canal. La dépense fut constamment de $0^{mmm}07194$. Dans chaque expérience on releva non-seulement la charge Expérien d'Eytelwe

AB (= H); mais encore la hauteur ou épaisseur de la lame fluide DB (= H') immédiatement au-dessus du seuil : on prit encore la distance AC, depuis le déversoir jusqu'au commencement de l'inflexion de la surface.

Eytelwein, dans sa détermination des coefficiens, n'a point pris en considération la vitesse qu'avait déjà le fluide à son arrivée au déversoir; il s'est servi de la simple formule $Q = \mu l H \sqrt{H}$; et les valeurs de μ qu'on en déduit sont indiquées à la pénultième colonne du tableau.

J'ai voulu voir quel serait l'effet de cette vitesse; et afin de le mieux faire ressortir, j'ai pris la vitesse de la partie du courant où elle est la plus forte, à sa surface. Pour en avoir la valeur, j'ai d'abord déterminé la vitesse moyenne : elle est égale à la dépense divisée par la section du courant; la dépense est 0,07194, et on a la section en multipliant la largeur du canal, 1^m25, pour la profondeur d'eau, laquelle est $0^m188 + H$. De cette vitesse moyenne, j'ai conclu la vitesse w à la surface, à l'aide de la formule du n.° 114. J'ai donc eu l'équation $Q = \mu' l H \sqrt{H + 0,115\, w^2}$, laquelle a donné les valeurs de μ' ci-dessous.

LARGEUR du déversoir l	CHARGE sur le seuil H	ÉPAISSEUR de la lame sur le seuil H'	$\frac{H'}{H}$	LONGUEUR de la courbure.	VITESSE de la surface dans le canal.	COEFFICIENS conclus	
						μ	μ'
mèt.	mèt.	mèt.		mèt.	mèt.		
0,157	0,392	0,382	0,98	0,104	0,130	1,87	1,86
0,261	0,282	0,268	0,95	0,170	0,160	1,83	1,82
0,366	0,226	0,202	0,90	0,248	0,182	1,83	1,81
0,471	0,187	0,164	0,88	0,254	0,200	1,89	1,87
0,673	0,151	0,128	0,85	0,234	0,223	1,83	1,79
1,082	0,108	0,092	0,85	0,208	0,252	1,87	1,81
Coefficiens moyens						1,85	1,83

En revoyant la manière dont Eytelwein a déterminé la quantité d'eau conduite par le canal, et en substituant, aux coefficiens de contraction qu'il a employés pour ses orifices de jaugeage, les coefficiens donnés par MM. Poncelet et Lesbros, je trouve que cette quantité, et par suite les valeurs

de μ et μ' devraient être diminuées dans le rapport de 0,984 à 1 ; ce qui réduirait les deux coefficiens moyens à 1,82 et 1,80. J'ajouterai encore que Funk, en rapportant les quarante expériences faites sur le canal de Bromberg, dont les six que nous venons de citer font partie, indique des charges un peu plus fortes que celles notées au tableau ; et cette augmentation donnerait une diminution dans les coefficiens à peu près pareille à celle que nous venons de faire.

En jetant un coup d'œil sur les valeurs de μ et de μ' portées au tableau, on ne voit pas dans ces derniers plus de régularité que dans les autres : de sorte qu'au moins dans les limites du tableau, les deux coefficiens, chacun avec sa formule respective, donneraient un même résultat.

69. M. Bidone, le premier qui ait explicitement posé les lois de l'écoulement par les déversoirs, a fait aussi, à l'établissement hydraulique de Turin, plusieurs expériences à l'effet de déterminer la formule donnant la dépense de la manière la plus exacte, et le coefficient de cette formule. Il a distingué deux cas qui, d'après les principes généralement admis, devaient avoir, pour la dépense, deux expressions différentes : celui où le fluide arrive au déversoir avec une vitesse fort petite, et que l'on peut en conséquence regarder comme nulle ; et celui où elle est en rapport très-comparable avec celle qui a lieu au passage par le déversoir : en d'autres termes, le cas où la section de la masse fluide au-dessus du seuil est petite et celui où elle est grande, comparativement à la section du courant un peu avant qu'il atteigne le déversoir. (1) Expérien de Bidone

Le canal sur lequel il opérait, de forme rectangulaire, avait 35^m de long et 0^m643 de large. L'eau qu'il menait, dans chaque expérience, était reçue, pendant quelques minutes, dans un bassin de jaugeage ; et la dépense, Q, était ainsi connue.

Pour le premier cas, M. Bidone a fait ouvrir successivement, dans une mince plaque de cuivre établie transversa-

(1) *Expériences sur la dépense des réversoirs* par George Bidone. 1824. (Dans le tome XXVIII des *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin.*)

lement, et à l'extrémité du canal, trois déversoirs dont le seuil était à 0^m147 au-dessus du radier. Dans les trois expériences qui y ont été faites, et dont les résultats sont ci-contre, la section de l'eau dans le canal a été 22, 17 et 15 fois plus grande que lH, section au déversoir, abstraction faite de toute contraction et inflexion.

LARGEUR du déversoir.	CHARGE sur le seuil.	COEFFICIENT μ
mèt.	mèt.	
0,0775	0,0880	1,77
0,0775	0,1692	1,82
0,1708	0,1008	1,77
Coefficient moyen		1,79

Pour le second cas, à la plaque de cuivre on a substitué une petite digue en bois de 0^m1557 de hauteur, et qui occupait toute la largeur du canal. On y a introduit six quantités d'eau différentes, ce qui a donné lieu aux six expériences, objet du tableau suivant; et dans lesquelles la section du courant a été de 3,18 à 1,8, celle au déversoir lH étant 1. Les coefficiens μ appartiennent à la formule $Q = \mu l H \sqrt{H}$, et μ' à celle $Q = \mu' l H \sqrt{H + 0{,}115 u^2}$.

EAU dépensée en 1″	CHARGE sur le seuil.	VITESSE de l'eau allant au déversoir.	COEFFICIENS CONCLUS. μ	μ'
mèt. cub.	mèt.	mèt.		
0,0231	0,0745	0,192	1,76	1,72
0,0327	0,0953	0,247	1,73	1,67
0,0455	0,1151	0,313	1,81	1,73
0,0668	0,1489	0,407	1,81	1,70
0,0780	0,1692	0,442	1,74	1,64
0,1017	0,1963	0,519	1,82	1,69
Coefficiens moyens . . .			1,78	1,69

Non sans étonnement, on voit que les valeurs de μ sont sensiblement les mêmes dans ce tableau et dans le précédent; c'est-à-dire, lorsque la vitesse du courant, un peu en amont du déversoir, est le tiers et plus de celle avec laquelle le fluide en franchit le seuil, et lorsqu'elle n'en est pas même la 22.e partie. Un tel fait serait effectivement étonnant, si, dans les résultats que M. Bidone a publiés de ses observations,

H avait la même acception que nous lui avons donnée et qu'on lui donne généralement, c'est-à-dire, s'il représentait la différence de niveau entre la surface du courant avant l'inflexion et le seuil du déversoir. Mais, dans ses résultats, H est donné comme étant la hauteur à laquelle l'eau s'élevait dans la branche verticale d'un tube recourbé, dont la branche horizontale, plongée dans le fluide qui passait au déversoir, en recevait le choc : une telle hauteur n'est plus H, mais $H + 0{,}115\,u^2$, et alors l'identité des valeurs de μ, dans les deux tableaux, n'a plus rien de surprenant. D'un autre côté, l'auteur dit formellement que, dans toutes ses expériences, la hauteur de l'eau dans le tube a toujours été la différence de niveau susmentionnée; alors ce n'est que H. Une telle incertitude dans la valeur de cette quantité ne permet pas de tirer aucune conséquence d'expériences qui eussent été réellement précieuses, si H y eût été déterminé de la manière ordinaire : dans la pratique on n'ira pas employer à sa détermination, ou à celle de $H + 0{,}115\,u^2$, un tube recourbé, le tube de Pitot (130); il ne donnerait pas des résultats suffisamment exacts.

70. J'ai fait moi-même, il y a quelques années, au château d'eau de Toulouse, sur un déversoir de 0^m30 de large, ouvert dans une feuille de fer-blanc, les six expériences dont je donne ci-contre les résultats. L'eau écoulée était reçue, pendant 180″, dans un cuvier qui avait été jaugé avec soin; et nous pouvons répondre des dépenses à un centième près.

Expérien de Toulou

DÉPENSE.	CHARGE.	COEFFICIENT.
mèt. cub.	mèt.	
0,00203	0,024	1,82
0,00385	0,0367	1,82
0,00486	0,043	1,82
0,00567	0,047	1,85
0,00660	0,0525	1,83
0,00746	0,058	1,78
Moyen . . .		1,82

71. Enfin, MM. Poncelet et Lesbros ont aussi exécuté plusieurs expériences, à l'aide du grand appareil avec lequel ils avaient déjà fait celles qui leur ont donné les coefficiens de la dépense pour les orifices en minces parois. Leur déversoir avait 0^m20 de large. Je me borne à indiquer ci-contre les coefficiens qu'ils ont obtenus, renvoyant à leur ouvrage, pour

Expérien de M. Ponce

CHARGE.	COEFFIC.
mèt	
0,023	1,84
0,045	1,80
0,061	1,77
0,103	1,75
0,163	1,74
0,208	1,72

les détails des expériences, et pour le grand nombre de conséquences qu'ils en ont déduit sur diverses circonstances de l'écoulement par les déversoirs. (1)

Leurs coefficiens présentent un fait très-remarquable : ils diminuent, et d'une manière bien prononcée, à mesure que la charge augmente. Ce fait n'avait pas été remarqué dans les expériences déjà rapportées : nous avons même vu que, sous des charges qui ont varié de 0^m024 à 0^m39, le coefficient est demeuré assez constamment aux environs de 1,80. Je ne prononcerai pas entre de savans et habiles observateurs comme MM. Poncelet et Lesbros, et Eytelwein et Bidone, qui sont aussi des hydrauliciens bien exercés; quoique je sois enclin d'ailleurs à admettre les résultats des premiers, leurs expériences ayant été faites avec une extrême exactitude.

MM. Poncelet et Lesbros ont adapté à leur déversoir de petits canaux qui en étaient en quelque sorte le prolongement hors du bassin. Ces canaux, dont on a varié la forme, les dimensions et l'inclinaison, ont beaucoup réduit la dépense, et d'autant plus que la charge était plus faible, ainsi qu'on le voit par les coefficiens du petit tableau à côté : le canal ou coursier qui les a donnés, était rectangulaire, horizontal, et il avait 3^m de long.

CHARGE sur le seuil.	COEFFICIENT.
mèt.	
0,028	1,00
0,045	1,20
0,060	1,25
0,103	1,35
0,145	1,39
0,206	1,41

Il est à désirer, si les localités le leur permettent, que ces savans continuent leurs expériences sous de plus grandes charges. Les observations que nous avons faites plus haut (pag. 44), et la progression que suivent ces derniers coefficiens, portent à croire qu'ils atteindraient la valeur de ceux du tableau précédent, et par conséquent que l'influence d'un canal additionnel serait presque nulle dans les fortes charges, celles qu'on a à l'entrée des grands canaux de dérivation.

Formule définitive.

72. Le terme moyen des coefficiens donnés par les expériences faites dans des circonstances fa-

(1) *Expériences hydrauliques sur les lois de l'écoulement de l'eau*, pag. 112 et suiv., etc.

vorables et analogues à celles qui se présenteront habituellement dans la pratique, étant 1,80, on peut admettre

$$Q = 1{,}80\, l H \sqrt{H}.$$

Au multiplicateur 1,80, correspondrait une valeur de m, dans l'expression $\frac{2}{3} m \sqrt{2g}$, égale à 0,610; et c'est effectivement le terme moyen des coefficiens indiqués par MM. Poncelet et Lesbros pour les orifices les plus en usage dans la pratique.

Dans les cas où la section du courant, immédiatement à l'amont du déversoir, ne serait pas dix ou douze fois plus grande que lH, w étant la vitesse à la surface du courant, on se servirait de la relation plus générale

$$Q = 1{,}78\, l H \sqrt{H + 0{,}1\, w^2}.$$

73. La formule ordinaire, $Q = 1{,}80\, l H \sqrt{H}$, servira à résoudre toutes les questions où des trois quantités Q, H et l, deux étant données, il s'agit de trouver la troisième.

Ainsi, si H était la quantité cherchée, on aurait $H \sqrt{H}$ ou $H^{\frac{3}{2}} = \frac{Q}{1{,}80\, l}$, d'où l'on déduit

$$H = \sqrt[\frac{3}{2}]{\frac{Q}{1{,}80\, l}} = 0{,}676 \sqrt[3]{\left(\frac{Q}{l}\right)^2}.$$

I. Par exemple, on veut savoir à quelle profondeur au-dessous du niveau d'un bassin entretenu constamment plein, par un cours d'eau fournissant $1^{mmm}25$ par seconde, il faut établir le seuil d'un déversoir qui aurait $1^{m}75$ de large.

Ici $Q = 1{,}25$ et $l = 1{,}75$: ainsi

$$H = 0{,}676 \sqrt[3]{\left(\frac{1{,}27}{1{,}75}\right)^2} = 0{,}540,$$

c'est-à-dire, qu'il faudra placer le seuil à 0^m54 en contre-bas du niveau auquel l'eau doit être tenue dans le bassin.

II. On a un étang alimenté par un ruisseau et qui se vide à l'aide d'un déversoir de 1^m30 de large : dans les tems de grandes pluies, les eaux s'y élèvent à 1^m25 au-dessus du seuil, et les terres voisines en sont inondées ; pour prévenir ce mal, on veut baisser de 0^m65 le niveau de ces grandes eaux et faire qu'il ne s'élève pas à plus de 0^m60 au-dessus du seuil. On demande à combien il faudra porter la largeur du déversoir pour qu'il en soit ainsi.

La dépense Q n'est pas donnée explicitement ; mais, comme il est dit qu'avec une largeur de déversoir de 1^m30, le niveau s'élève à 1^m25, on a $Q = 1{,}80 \times 1{,}30 \times 1{,}25 \sqrt{1{,}25} = 3{,}270$.

En conséquence, le problème donné se résout en celui-ci : étant connues la dépense $3^{mmm}27$, et la charge 0^m60 qu'on veut avoir au-dessus du seuil, déterminer la largeur l. La formule ordinaire donne,

$$l = \frac{Q}{1{,}80\ H\sqrt{H}} = \frac{3{,}27}{1{,}80 \times 0{,}60\sqrt{0{,}60}} = 3{,}909.$$

De sorte que la largeur cherchée est de 3^m909. Pour prévenir tout mécompte, on la portera à 4^m.

Rapport entre l'épaisseur de la lame fluide sur le seuil et la charge.

74. Dans le tableau des expériences faites par Eytelwein (68), j'ai donné le rapport entre H′ et H ; c'est-à-dire entre la hauteur de la surface fluide au-dessus du seuil prise dans le plan du déversoir, et celle prise dans le canal d'amenée avant que cette surface commençât à s'infléchir vers le seuil : l'on y a vu ce rapport varier d'une expérience à l'autre, et se rapprocher d'autant plus de l'unité que le déversoir était plus étroit et la charge plus forte.

Dubuat avait regardé ce rapport comme constant, et égal à 0,50. M. Navier, mu par de hautes considérations théoriques, l'avait porté à 0,725 : enfin, Robisson, sur des me-

sures effectives, le fixait à 0,714 ($=\frac{5}{7}$). D'après quelques observations que j'avais faites sur de larges déversoirs ou barrages établis en travers des cours d'eau, j'admettais ce dernier résultat, et je prenais, pour formule de la dépense, $3\,l\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{H}'}$ (équivalant à $1{,}81\,l\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{H}}$), trouvant plus commode de mesurer l'épaisseur H′ de la lame fluide immédiatement au-dessus du seuil, que de recourir à un nivellement pour avoir H.

Mais bientôt je m'aperçus que cette règle, qui pouvait convenir à quelques cas particuliers, ne convenait pas à tous. Ainsi, ayant eu à jauger de fortes sources, dont le produit sortait d'un bassin où elles étaient reçues, je fis lever entièrement la vanne de décharge, qui n'avait que 0^m25 de large. Lorsque l'écoulement fut bien stable, la surface fluide étant parfaitement tranquille, j'eus $\mathrm{H}=0^m675$ et $\mathrm{H}'=0^m650$: par la règle de Robisson, j'aurais dû avoir 0^m482 pour cette dernière quantité. J'en conclus que H′ était d'autant plus grand, comparativement à H, que la largeur du déversoir était plus petite par rapport à celle du bassin.

Depuis, MM. Poncelet et Lesbros ont encore vu H′ croître avec la charge. Joignant à leurs propres observations celles d'Eytelwein et de Bidone, ils ont établi, pour les cas où la largeur du bassin (=L) est au moins trois fois plus grande que celle du déversoir, $\mathrm{H}=\mathrm{H}'+0{,}0009+\sqrt{\mathrm{K}\mathrm{H}'+0{,}00000081}$, et $\mathrm{K}=0{,}0000196\left\{19+\left(\frac{100\,l}{\mathrm{L}}-15{,}5\right)^2\right\}$: expressions à l'aide desquelles on trouvera la charge H à introduire dans le calcul des dépenses, lorsqu'on connaîtra l'épaisseur H′ de la lame fluide prise directement au-dessus du seuil.

CHAPITRE II.

DE L'ÉCOULEMENT, LORSQUE LE RÉSERVOIR SE VIDE.

Lorsqu'un vase, au lieu d'être entretenu constamment plein, ne reçoit pas de nouvelle eau, ou qu'il en reçoit moins qu'il n'en dépense par un orifice ouvert dans sa partie inférieure, la surface fluide y baisse graduellement, et il finit par se vider en entier.

Les lois de l'écoulement sont alors différentes de celles que nous avons exposées dans le chapitre précédent, et l'on a d'autres questions à résoudre. Nous allons examiner ces lois et ces questions; d'abord, dans le cas des vases ou bassins prismatiques.

Rapport entre les vitesses à l'orifice et dans le vase.

75. Supposons que le fluide soit partagé en tranches horizontales extrêmement minces, et qu'elles descendent parallèlement à elles-mêmes; chacune de leurs molécules sera animée d'une même vitesse: c'est l'*hypothèse du parallélisme des tranches*, admise, et peut-être trop étendue, par plusieurs géomètres.

Soit u cette vitesse des molécules dans le vase, v celle qu'elles ont à l'orifice, A la section horizontale du vase, S ou plutôt mS celle de l'orifice en ayant égard à la contraction; le volume d'eau qui s'écoulera dans un tems infiniment τ sera $m\mathrm{S}v\tau$. Durant ce même tems, la surface fluide aura baissé de la hauteur $u\tau$; et le volume d'eau

correspondant sera $Au\tau$. Ces deux volumes devant nécessairement être égaux, on aura $AuT = mSv\tau$, ou $u : v :: mS : A$. (Nouvel exemple et nouvelle preuve que lorsqu'une masse fluide se meut, sans qu'il y ait solution de continuité entre ses parties, *les vitesses y sont en raison inverse des sections.*)

76. La vitesse v du fluide sortant n'est plus uniforme, et, pour un instant donné, elle n'est plus un simple effet de la pression ou de la hauteur du réservoir; elle est encore une suite de la vitesse acquise u durant la descente des tranches : les deux actions agissant dans le même sens, de haut en bas, leur résultante sera égale à leur somme. Ainsi, si H' est la hauteur génératrice de la vitesse de sortie, H étant toujours la hauteur du réservoir, on aura

$$H' = H + \frac{u^2}{2g} = H + \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{m^2S^2}{A^2} = H + H'\frac{m^2S}{A}.$$

D'où

$$H' = \frac{H}{1 - \frac{m^2S^2}{A^2}} = H\,\frac{A^2}{A^2 - m^2S^2}.$$

Telle est la fameuse règle donnée par Daniel et Jean Bernoulli, même pour le cas des vases toujours pleins.

Lors mS est petit par rapport à A, ce qui a presque toujours lieu, m^2S^2 sera très-petit par rapport à A^2, et il pourra être négligé; alors $H' = H$, c'est-à-dire, que la vitesse de sortie, en

un instant quelconque, est due à la hauteur du réservoir dans ce même instant.

Nous admettrons, dans ce qui va suivre, qu'il en est ainsi : d'autant plus que l'hypothèse du parallélisme des tranches, qui a mené à la valeur H′ ci-dessus, bien qu'admissible, avant que les tranches, dans leur descente, soient arrivées à la sphère d'activité de l'orifice, ne l'est plus dès qu'elles y sont parvenues : les circonstances du mouvement des molécules fluides deviennent alors très-compliquées, et elles nous sont entièrement inconnues.

77. Puisque les vitesses de sortie, pour un même nombre de molécules, aux différens momens de l'écoulement, sont dues aux hauteurs de réservoir correspondantes, et qu'elles sont en conséquence comme les racines carrées de ces hauteurs ($\sqrt{a}B, \sqrt{a'}B, \sqrt{a''}B$, etc.), caractère du mouvement uniformément retardé, l'écoulement se fera d'un tel mouvement. Fig. 18.

Volume au sortie. Or, d'après ses lois, si, lorsqu'un corps parti avec une certaine vitesse, parcourt un certain espace, en la perdant uniformément jusqu'à ce qu'elle soit réduite à zéro; si, dis-je, ce corps s'était mu, pendant le même tems, mais en conservant toujours la vitesse de départ, il aurait parcouru un espace double. De plus, le volume d'eau qui s'écoule d'un vase, jusqu'à son entière évacuation, peut être regardé comme un prisme dont l'orifice serait la base, et qui aurait pour hauteur l'espace que les premières molécules sor-

ties parcourraient d'un mouvement retardé pareil à celui avec lequel se fait l'écoulement; mais, si ces mêmes molécules eussent toujours conservé leur vitesse initiale, celle due à la charge première, l'espace parcouru dans le même tems, ou la hauteur du prisme, et par conséquent le volume d'eau écoulé eût été double. De là, le théorème : *le volume d'eau sorti, par un orifice, d'un vase prismatique qui se vide, n'est que moitié de celui qu'on aurait eu, pendant le tems que le vase eût mis à se vider, si l'écoulement s'était fait constamment sous la charge qui avait lieu au commencement.*

78. Soit H cette charge, A la section horizontale du bassin toujours supposé prismatique, T le tems qu'il mettra à se vider. Le volume d'eau écoulé pendant ce tems, c'est-à-dire toute l'eau qu'il contenait (au-dessus de l'orifice) est A.H. Le volume qui se fût écoulé, dans le même tems, sous la charge H, d'après le théorème ci-dessus, eût été 2AH : ce même volume, ou la dépense pendant le tems T, est aussi (16) $mST\sqrt{2gH}$. Égalant ces deux valeurs, et éliminant T, on a

Tems qu'un bassin met à se vider.

$$T = \frac{2AH}{mS\sqrt{2gH}} = 2\,\frac{A\sqrt{H}}{mS\sqrt{2g}}.$$

Si on représente par T' le tems que le volume AH eût mis à s'écouler sous la charge constante H, on aurait encore eu $AH = mST'\sqrt{2gH}$ ou $T' = \frac{A\sqrt{H}}{mS\sqrt{2g}}$. Ainsi $T = 2T'$: c'est-à-dire, que le tems qu'un bassin prismatique met à se vider est double du tems que toute son eau aurait mis à s'écouler,

si la charge fût demeurée ce qu'elle était au commencement de l'écoulement.

Tems que le veau met à isser d'une antité don- e.

79. Pour avoir le tems t que le niveau d'un tel bassin met à baisser d'une quantité donnée α, on prend celui qu'il eût mis à se vider entièrement et qui est $\frac{2AH}{mS\sqrt{2g}}$: on prend ensuite le tems qu'il mettrait encore à se vider, non plus à partir du niveau premier, mais de celui auquel il sera descendu, après avoir baissé de α; la charge sera alors $H - \alpha$; nous la désignerons par h, et on aura $\frac{2A\sqrt{h}}{mS\sqrt{2g}}$. Le tems demandé n'étant évidemment que la différence entre ceux dont nous venons de donner l'expression, il en résulte que

$$t = \frac{2A}{mS\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H} - \sqrt{h}\right).$$

Exemple. On a un bassin prismatique dont la section horizontale est un carré de 0^m975 de côté, et qui est percé, dans le bas, d'un orifice de 0^m0271 de diamètre: il est rempli d'eau jusqu'à une hauteur de 3^m79 au-dessus du centre de l'orifice. On demande le tems que le niveau mettra à baisser de 1^m30, à compter du moment de l'ouverture de l'orifice.

On a, $A = 0^m975 \times 0^m975 = 0^{mm}9506$; $S = \pi'(0{,}0271)^2 = 0^{mm}000577$; $H = 3^m79$; $h = 3^m79 - 1^m30 = 2^m49$; et m, d'après le tableau du n.° 26, sera 0,61. Ainsi,

$$t = \frac{2 \times 0{,}9506}{0{,}61 \times 0{,}000577\sqrt{2g}}\left(\sqrt{3{,}79} - \sqrt{2{,}49}\right) = 450'' = 7'\,30''.$$

Bossut, opérant avec les données ci-dessus, a eu $7'25{,}5$.

Ce même auteur a fait, avec le même appareil, les trois expériences dont les résultats sont ci-contre. Quoique ceux du calcul soient généralement un peu plus forts, l'excès est si petit qu'on peut le négliger: il n'est vraisemblablement que l'effet de quelque petite erreur d'observation.

DIAMÈTRE de l'orifice.	ABAISSEMENT du niveau.	TEMS de l'abaissement d'après	
		l'expérience.	la formule.
mèt.	mèt.		
0,0271	2,92	20′ 25″	20′ 41″
0,0541	2,92	5′ 6″	5′ 10″
0,0541	1,30	1′ 52″	1′ 52″

Je ferai remarquer que le tems qu'un vase met à se vider entièrement ne saurait être déterminé exactement par les formules: lorsque l'eau, en baissant, n'est plus qu'à quelques centimètres du fond, il s'y forme un entonnoir dont l'air occupe le milieu et rétrécit ainsi l'orifice de sortie. En outre, lorsque l'eau n'est plus qu'à cinq ou six millimètres du fond, l'attraction moléculaire retient ses particules les unes contre les autres, et l'écoulement s'arrête, ou bien, il n'a plus lieu que goutte à goutte.

80. L'expression du tems que le fluide met à baisser d'une certaine quantité donne, par une simple transformation, la grandeur de l'abaissement, ainsi que le volume d'eau écoulé durant ce tems.

Volum d'eau éc en un t donné.

Pour la grandeur de l'abaissement $H - h$, on a

$$\frac{tmS\sqrt{2g}}{A}\left(\sqrt{H} - \frac{tmS\sqrt{2g}}{4A}\right).$$

En multipliant cette expression par A (ce qui se borne à effacer A dans le facteur incomplexe), on obtient le volume d'eau écoulé dans le tems t.

Soit, par exemple, un bassin dont la partie supérieure, qui est sensiblement prismatique, a mille mètres carrés de superficie: l'eau en sort par une ouverture de vanne de 0^m65 de large sur 0^m085 de hauteur; au moment où on lève la

pelle, le niveau est à 2^m70 au-dessus de cette ouverture. On demande de combien il baissera en une heure de tems.

Ici, $A = 1000^{mm}$, $S = 0^m65 \times 0^m085 = 0^{mm}055225$, $H = 2^m70$, $t = 1^h = 3600''$, et m, pour les ouvertures de vanne, est à peu près 0,70. En conséquence, l'abaissement demandé sera $\frac{3600 \times 0{,}70 \times 0{,}055225 \times 4{,}43}{1000} \left(\sqrt{2{,}70} - \frac{3600 \times 0{,}70 \times 0{,}055225 \times 4{,}43}{4 \times 1000}\right) = 0^m918$.

Pour le volume d'eau écoulé, dans le tems de cet abaissement, on aurait $1000 \times 0{,}918 = 918^{mmm}$.

Cas où le bassin reçoit un courant moindre qu'il ne vide.

81. Admettons que le bassin prismatique, tout en se vidant, reçoit un courant (fournissant moins d'eau qu'il n'en sort du bassin); et déterminons, dans ce nouveau cas, le tems que le niveau mettra à baisser d'une quantité donnée.

Conservons les dénominations ci-dessus, appelons de plus q le volume d'eau arrivant au bassin en une seconde de tems, et x la grandeur de l'abaissement dans le tems t: dx sera la hauteur dont le fluide baissera, pendant l'instant infiniment petit dt, au bout du tems t. Adx exprimerait le volume d'eau écoulé durant cet instant, si le bassin ne recevait aucun affluent: mais comme il reçoit q en une seconde, et par conséquent qdt en dt, le volume d'eau réellement sorti sera $Adx + qdt$. Ce même volume, d'après la formule de la dépense par les orifices (16), est encore exprimé par $mSdt\sqrt{2g(H-x)}$, on aura donc

$$Adx + qdt = mSdt\sqrt{2g(H-x)};$$

et, en faisant $H - x = h$, d'où $-dx = dh$,

$$qdt - Adh = mSdt\sqrt{2g}\sqrt{h};$$

qui donne

$$dt = \frac{-A\,dh}{mS\sqrt{2g}\sqrt{h-q}}.$$

Pour intégrer cette équation, je fais $mS\sqrt{2g}\sqrt{h}-q=y$, et il vient

$$dt = \frac{-A}{m^2S^2g}\left(dy+q\frac{dy}{y}\right),$$

dont l'intégrale est

$$t = -\frac{A}{m^2S^2g}\left(y+q\log\text{hyp}\,y\right)+C.$$

Remettant pour y sa valeur ci-dessus, déterminant la constante pour l'origine du mouvement, où $t=o$, $x=o$ et $h=H$, se rappelant qu'aux logarithmes hyperboliques on peut substituer les logarithmes ordinaires en multipliant ces derniers par 2,303, on aura finalement

$$t = \frac{2A}{(mS\sqrt{2g})^2}\left\{mS\sqrt{2g}(\sqrt{H}-\sqrt{h})+2{,}303\,q\log\frac{mS\sqrt{2gH}-q}{mS\sqrt{2gh}-q}\right\}.$$

Lorsqu'il n'y a point d'affluent, $q=o$ et l'on a l'équation du n.° 79.

Un étang, ramené à la forme prismatique, a 3600^{mm} de superficie et 3^m50 de profondeur : il est alimenté par un ruisseau donnant $0^{mmm}95$ d'eau par seconde : la vanne de fond, lorsque la pelle est entièrement levée, a 1^m10 de large et 0^m60 de hauteur. On demande le tems que l'étang mettra à se vider jusqu'à 0^m10 au-dessus du bord supérieur du pertuis. (D'après ce qui a été dit au n.° 79, les formules ne sauraient rendre le tems de l'abaissement lorsque le niveau du fluide n'est plus qu'à une petite hauteur au-dessus de l'orifice de sortie.)

On a ici, pour la charge au-dessus du centre de cet orifice, au moment de la levée de la vanne, ou pour $H=3^m20$

$(=3{,}50-\frac{1}{2}0{,}60)$; pour la charge à la fin, ou $h=0^m40$ $(=\frac{1}{2}0{,}60+0{,}10)$; $S=1^m10\times0^m60=0^{mm}66$; $A=3600^{mm}$; $q=0^{mmm}95$; $m=0{,}70$: par suite, $mS\sqrt{2g}=2{,}0462$, et

$$\log\frac{mS\sqrt{2gH}-q}{mS\sqrt{2gh}-q}=\log\frac{2{,}7105}{0{,}3442}=\log 7{,}875=0{,}8962.$$

D'après cela, l'équation devient

$$t=\frac{2\times3600}{(2{,}0462)^2}\left\{2{,}0462\,(\sqrt{3{,}2}-\sqrt{0{,}4})+2{,}303\times0{,}95\times0{,}8962\right\}$$
$$=7442''=2^h\,6'\,2''.$$ C'est le tems demandé.

82. Si l'on avait à déterminer la grandeur de l'abaissement du niveau en un tems donné, la question se réduirait à déterminer la charge h à la fin de ce tems : et on la retrancherait de la charge H au commencement de l'écoulement. Pour avoir h, on mettra successivement, dans l'équation du numéro précédent, plusieurs valeurs jusqu'à ce qu'elle se trouve satisfaite.

Soit l'étang dont il vient d'être question, et qu'il s'agisse de savoir de combien la surface y baissera en une heure de tems, H étant toujours de 3^m20 : on a en outre $t=3600''$, $A=3600^{mm}$, $q=0^{mmm}95$ et $mS\sqrt{2g}=2{,}0462$.

On mettra ces valeurs numériques dans l'équation, à laquelle on donnera, après réduction, la forme suivante,

$$3600-1719{,}5\{3{,}6604-2{,}046\sqrt{h}+0{,}9473-2{,}1875+\log(2{,}046\sqrt{h}-0{,}95)\}=0.$$

On fera d'abord $h=1{,}5$; l'équation deviendra $+709=0$
puis $h=1{,}20$, et on aura $-51=0$
puis $h=1{,}22$, ... $+5=0$
et finalement $h=1{,}2184$ $0=0.$

Ainsi, la valeur de h sera 1^m2184; et par suite l'abaissement demandé égalera $3{,}20-1{,}2184=1^m982$.

as où l'eau rt par un versoir.

83. Dans le cas ou l'eau sortirait d'un bassin par un déversoir, en admettant que ce bassin ne reçoit pas de nouvelle eau, on aurait, d'après ce

qui vient d'être dit, et d'après ce qui a été exposé ailleurs (65), $A dx = \frac{2}{3} ml\,(H - x)\,dt\sqrt{2g}\sqrt{H - x}$; d'où, par une méthode analogue à celle dont on a fait usage ci-dessus, on déduit

$$t = \frac{3A}{ml\sqrt{2g}}\left(\frac{1}{\sqrt{h}} - \frac{1}{\sqrt{H}}\right).$$

Qu'on ait, par exemple, un bassin dont la surface soit de 100^{mm}, et sur un des bords duquel il y a un déversoir de 0^m50 de large : le niveau de l'eau est à 0^m80 au-dessus du seuil. On demande combien de tems il mettra pour baisser de 0^m60.

Ici $h = 0^m80 - 0^m60 = 0^m20$, $H = 0^m80$, $A = 100^{mm}$, $l = 0^m50$, et $m = 0{,}61$ (72) : de sorte que

$$t = \frac{3 \times 100}{0{,}61 \times 0{,}50 \times 4{,}43}\left(\frac{1}{\sqrt{0{,}2}} - \frac{1}{\sqrt{0{,}8}}\right) = 248'' = 4'\,8''.$$

84. Il n'a été question jusqu'ici que des vases ou bassins prismatiques ; la détermination du tems de l'écoulement, pour toute autre forme, serait beaucoup plus compliquée ; elle est même impossible dans la plupart des cas qui peuvent se présenter. Cas de sins prisma

L'équation fondamentale est bien toujours $A dx = mS dt\sqrt{2g\,(H - x)}$; d'où

$$dt = \frac{A dx}{mS\sqrt{2g(H - x)}}.$$

Mais ici A est variable, et on ne peut effectuer l'intégration qu'après avoir exprimé A en fonction de x : cela ne pourra se faire qu'autant qu'on connaîtra la loi suivant laquelle il décroît, et par conséquent qu'autant que le bassin sera

un solide de révolution dont l'équation de la courbe génératrice est connue.

Dans tous les autres cas, il faudra procéder par approximation et par parties. A cet effet, on divisera le bassin en tranches horizontales d'une petite épaisseur : chacune sera regardée comme un prisme, et l'on déterminera, à l'aide des formules ci-dessus, le tems qu'elle mettra à se vider. La somme de ces tems partiels sera le tems que l'eau aura mis à baisser d'une quantité égale à la somme des hauteurs des prismes.

Soit, par exemple, un étang dont la surface fluide est de 31500^{mm}, et dans lequel elle se tient à $2^{m}40$ au-dessus du centre d'une ouverture de fond, garnie d'une buse pyramidale ayant $0^{m}45$ de côté en carré à la bouche de sortie. On demande le tems qu'il faudra pour que la surface baisse d'un mètre, lorsque cette bouche sera ouverte.

On supposera la tranche d'eau d'un mètre d'épaisseur divisée en deux tranches d'un demi-mètre chacune : d'après les plans et profils de l'étang, qu'on aura levés avec soin et détail, on déterminera la section moyenne de la première tranche ; admettons qu'elle est de 26700^{mm} ; et que celle de la seconde est de 16900^{mm}. Pour la première, on a $h = 1^{m}90$ $(= 2{,}40 - 0{,}50)$, et pour l'autre $1^{m}40$.

En conséquence, le tems que la première mettra à se vider, 0,98 étant le coefficient de la dépense par la buse (47), sera (79) $\frac{2 \times 26700}{0{,}98\,(0{,}45)^2 \times 4{,}43}\,(\sqrt{2{,}4} - \sqrt{1{,}9})$

$= 10379'' = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2^{h}\ 52'\ 59''$

Pour la deuxième tranche, on aurait . . . $2^{h}\ 4'\ 56''$

Ainsi, le tems de l'abaissement demandé sera $4^{h}\ 57'\ 55''$

CHAPITRE III.

DE L'ÉCOULEMENT, LORSQUE LE FLUIDE PASSE D'UN RÉSERVOIR DANS UN AUTRE.

Si un réservoir contenant un fluide, au lieu de le verser dans l'atmosphère par un orifice percé dans sa partie inférieure, le verse dans un autre réservoir renfermant déjà une certaine quantité de même fluide, de manière à ce que l'orifice de communication en soit recouvert, on aura à distinguer trois cas.

Le niveau étant constant dans chacun des deux réservoirs.

85. D'abord, celui où chacun des deux réservoirs conserve sensiblement son même niveau; ce qui arrive lorsqu'un bief de canal fournit l'eau au bief immédiatement inférieur, par un pertuis placé au-dessous du niveau de ce dernier. L'eau est retenue dans le bief supérieur par une porte d'écluse AB, au bas de laquelle est l'ouverture dont BD représente la hauteur. Fig. 19.

Il s'agit de déterminer la quantité d'eau qui en sortira dans l'unité de tems.

Soit C le centre de gravité de l'ouverture ou pertuis. La pression ou force qui tend à faire sortir l'eau est représentée par AC: mais de l'autre côté est une force EC, qui tend à empêcher la sortie, et qui agit dans un sens directement opposé; de sorte que la résultante, ou la force en vertu de laquelle l'écoulement a lieu, est AC — EC = AE. En général, lorsqu'*un fluide passe d'un réservoir dans un autre, par un ori-*

fice recouvert du fluide qui est dans ce dernier, la charge effective sur cet orifice, ou la hauteur due à la vitesse de sortie, en un instant quelconque, est la différence de niveau des deux réservoirs à ce même instant. Tel est le principe fondamental des écoulemens, objet de ce chapitre.

86. Si h' est la différence de niveau des deux réservoirs, S étant toujours la section des pertuis, m le coefficient de contraction pour cet orifice, et Q la dépense en une seconde, on aura

$$Q = mS\sqrt{2gh'}.$$

Mais m a-t-il, dans ce cas, une même valeur que lorsque l'écoulement se fait dans l'atmosphère; en d'autres termes, la veine fluide se contracte-t-elle également dans l'air ou dans l'eau? Il y a cent ans que Daniel Bernoulli a répondu d'une manière affirmative : ayant pris un vase cylindrique percé, à son fond, d'un orifice et rempli d'eau, il remarqua qu'il se vidait dans un même tems, soit que l'orifice fût en plein air, soit qu'il plongeât un peu dans l'eau dormante (*Hydrodyn.*, p. 129). Plusieurs expériences faites sur les pertuis des portes d'écluse, indiquent une dépense à peu près égale; soit que ces pertuis se trouvent sous l'eau, soit qu'ils se trouvent à découvert; elles donnent, dans les deux circonstances, 0,625 (29) pour coefficient de réduction de la dépense théorique à la dépense réelle. Ainsi

$$Q = 0{,}625\,S\sqrt{2gh'}.$$

87. Passons au cas où le réservoir inférieur, celui qui reçoit l'eau, est limité comme le serait un bassin de moyenne grandeur; tandis que le réservoir supérieur est toujours regardé comme d'une étendue indéfinie, ou plutôt comme entretenu à un même niveau. Lorsque l'orifice de communication sera ouvert, à mesure que l'eau arrivera dans le bassin inférieur, sa surface s'y élèvera, et il s'agit de déterminer le tems qu'elle mettra pour atteindre une hauteur donnée.

Le niveau étant constant dans le réservoir supérieur et variable dans l'autre.

Soit M ce bassin, l'eau entrée par l'orifice B est déjà parvenue en C, et il faut trouver l'expression du tems qu'elle mettra pour arriver en D. Fig. 20

Ce problème est exactement l'inverse de celui (79) où, pour un vase qui se vide librement dans l'atmosphère, il faut assigner le tems que le fluide met à y baisser d'une quantité donnée. Dans ce cas-là, à mesure que l'écoulement avait lieu, l'élévation de la surface de l'eau au-dessus de l'orifice, qui était la hauteur due à la vitesse de sortie, vitesse d'où dépend celle de la surface, diminuait graduellement: de même, dans le problème actuel, la hauteur due à la vitesse, à l'orifice B, qui est la différence du niveau des deux vases, diminuera exactement dans le même rapport. Dans le premier cas, la surface fluide était comme poussée de haut en bas par une force qui décroissait progressivement; dans celui-ci, elle sera réellement poussée, mais de bas en haut, par cette même force décroissant suivant une égale progression; de sorte que cette surface mettra un même tems pour parcourir un même espace.

Si H est toujours la charge AC au commencement de ce tems, h la charge AD à la fin, A l'aire de la section du vase qui se remplit, S la section de l'orifice B, m le coefficient de contraction, on aura, comme au n.° 79

$$t = \frac{2A}{mS\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H} - \sqrt{h}\right),$$

et pour le tems du remplissage entier jusqu'en A,

$$T = \frac{2A}{mS\sqrt{2g}}\sqrt{H}.$$

Ces formules sont d'un grand usage; elles servent à déterminer le tems qu'il faut pour remplir un sas d'écluse.

Faisons une application au canal de Languedoc, ou canal du Midi. En admettant le sas moyen, tel qu'il est donné dans l'*Histoire* de ce canal par le général Andréossy (tome I, pag. 158 et 251), on a

Longueur du sas d'une porte à l'autre.	$35^{m}08$
Largeur du sas. . . . . de $6^{m}50$ à	$11^{m}04$
Chute d'un bief à l'autre	$2^{m}274$
Section horizontale du sas $\frac{740,39}{2,274}$	$325^{mm}6$
Section d'un pertuis.	$0^{mm}6286$
Le niveau du bief supérieur au-dessus du centre du pertuis est à	$1^{m}949$
Du même centre jusqu'au bief inférieur, on a	$0^{m}325$
Le coefficient de contraction, les deux pertuis de la porte d'amont étant ouverts à la fois, est (30)	0,548

Considérons d'abord la partie du sas qui est au-dessous du centre de l'orifice. Le tems de son remplissage, déterminé par la règle des écoulemens en plein air (16), sera, en observant qu'on a deux pertuis ouverts,

$$\frac{325,6 \times 0,325}{0,548 \times 2 \times 0,6286\sqrt{2g}\sqrt{1,949}} = 24''85$$

Pour la partie qui est au-dessus du centre de l'orifice, par la formule que nous venons d'établir, on aura

$$\frac{2.325{,}6\sqrt{1{,}949}}{0{,}548\times 2\times 0{,}6286\sqrt{2g}} = 298''.$$

Ainsi, le tems pour remplir le sas entier sera de 323″ ou de 5′ 23″.

L'historien du canal donne, pour ce tems, de 5′ à 6′ : son terme moyen, 5′ 30″, ne différerait presque pas du résultat des formules.

88. Des expériences faites, en Allemagne, sur une écluse du canal de Bromberg, et rapportées par Eytelwein (*Handbuch*, S. 120), mettront encore mieux à même de comparer les résultats du calcul avec ceux de l'expérience.

Le sas avait 49^m59 de long, sa largeur était de 6^m59 à 9^m10 et sa section de 422^{mm} : les pertuis avaient 0^m6277 (2 pieds rhénans) de large; la hauteur de l'un était de 0^m4185 et celle de l'autre 0^m5623. L'eau a été donnée d'abord par le premier et puis par le second; ainsi l'on a eu deux séries d'expériences. Dans chacune, on a préalablement laissé monter l'eau dans le sas jusqu'à 0^m06 au-dessus du bord supérieur du pertuis : alors le bord du premier pertuis se trouvait à 2^m223 en contre-bas du niveau du bief supérieur; et le bord du second était à 2^m197. On comptait le nombre de secondes que l'eau mettait à s'élever d'une certaine quantité (1 ou 2^p) jusqu'à ce que le sas fût plein. Les résultats obtenus sont donnés ci-contre.

NUMERO du pertuis.	QUANTITÉ dont l'eau s'élevait.	TEMS de l'élévation, d'après le calcul.	TEMS de l'élévation, d'après l'expérience.
1	0^m6277	260″	263″
	0^m6277	319	327
	0^m6277	458	491
	0^m3399	667	0,682
	2^m2230	1704	1763
2	0^m31385	93	90
	0^m31385	102	102
	0^m31385	112	114
	0^m31385	128	128
	0^m31385	151	149
	0^m31385	197	197
	0^m31385	476	454
	2^m197	1259	1234

Le tems des élévations partielles a été encore calculé par la formule

$$t = \frac{2A}{ms\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H} - \sqrt{h}\right),$$

où m a été fait égal à 0,625.

La valeur de H, dans chacune de ces expériences partielles, est la somme des élévations notées

dans la seconde colonne et prises à partir du bas de la colonne; l'élévation correspondante au tems indiqué dans les colonnes suivantes est comprise dans cette somme : *h* est cette même somme, mais sans y comprendre la même élévation. On voit, par la comparaison des deux dernières colonnes, que les résultats du calcul concordent assez bien avec ceux de l'expérience : si, dans la dernière observation, on trouve une assez forte différence, elle provient vraisemblablement de l'extrême difficulté qu'il y a de saisir exactement le moment où l'eau finit de monter dans le sas, l'élévation dans les derniers momens ne croissant plus que par degrés infiniment petits.

Le niveau les deux réservoirs étant variable.

89. Venons au troisième cas que peuvent présenter deux réservoirs communiquant entre eux; à celui où tous les deux étant limités, et aucun d'eux ne recevant de nouvelle eau, celle qui se trouve dans l'un baisse pendant qu'elle s'élève dans l'autre. Tel est le cas des deux bassins K et L, communiquant par un gros tuyau EF portant un robinet en G. Avant que ce robinet soit ouvert, le niveau de l'eau est en AB dans le premier bassin, et en CO dans le second : au bout d'un certain tems, après l'ouverture de la communication, il est descendu en MN dans le premier, et il est monté en PQ dans le second; il faut trouver le rapport entre ces deux élévations, ou *vice versa* du rapport entre les élévations il faut conclure le tems qu'a duré l'écoulement.

Fig. 21.

Soit : $t =$ ce tems, BE $=$ H, CF $= h$, NE $= x$, PF $= y$, A $=$ section du premier récipient, B $=$ section du second, $s =$ section du tuyau de communication. Pendant que le fluide se sera élevé dans le second bassin, de la quantité dy, durant

l'instant dt, il aura baissé dans l'autre de dx, et, en remarquant que x diminue lorsque y et t augmentent, on aura

$$A\,dx = -B\,dy,$$

et $A\,dx = -ms\sqrt{2g(x-y)}.dt$, ou

$$dt = -\frac{A\,dx}{ms\sqrt{2g}\sqrt{x-y}}.$$

La première équation étant intégrée, en observant que lorsque $x = H$, $y = h$, devient

$$Ax + By = AH + Bh.$$

En y prenant la valeur de y et la mettant dans la précédente, intégrant et observant que $x = H$, quand $t = o$; il vient

$$t = \frac{2A\sqrt{B}}{ms\sqrt{2g}(A+B)}\left\{\sqrt{B(H-h)} - \sqrt{(A+B)x - AH - Bh}\right\}.$$

Si l'on voulait savoir le tems que le fluide mettrait pour arriver à un même niveau, dans les deux bassins, on ferait $x = y = \frac{AH+Bh}{A+B}$, et cette valeur mise dans l'équation ci-dessus, donnerait

$$t = \frac{2AB\sqrt{H-h}}{ms\sqrt{2g}(A+B)}.$$

Qu'on ait, par exemple, dans la double écluse d'un canal de navigation, deux sas contigus. Lorsqu'un bateau, qui remonte le canal, est entré dans le sas inférieur par sa porte d'aval, on la ferme; on lève les vannes de celle qui le sépare du sas supérieur (dont la porte d'amont est fermée) : l'eau baisse dans ce sas et monte dans l'autre, jusqu'à ce qu'elle soit

à un niveau commun : alors, on ouvre la porte de séparation, et le bateau est introduit dans le sas supérieur. On demande le tems qui s'écoulera depuis le moment de la levée des vannes, jusqu'à celui où l'eau est au même niveau dans les deux sas.

Je suppose qu'il s'agit de la double écluse de Bayard, près de Toulouse (1) : comptons le tems, à partir du moment où l'eau arrivant dans le sas inférieur a atteint le centre du pertuis des vannes : alors on a $H = 4^m14$ et $h = 0^m24$; de plus, $A = 205^{mm}$, $B = 215^{mm}$, $s = 1^{mm}249$ (pour les deux pertuis), et $m = 0{,}548$. On aura donc

$$t = \frac{2.205 \times 215 \times \sqrt{4{,}14 - 0{,}24}}{0{,}548 \times 1{,}249 \sqrt{2g} \times 420} = 137'' = 2'\,17''.$$

L'expérience m'a donné 2′ 29″. Cet excès de 12″ provient de ce que les vannes n'étaient pas encore entièrement levées, lorsque l'eau a atteint le centre de leurs ouvertures ; et la formule suppose qu'elles l'étaient.

90. Les vases partagés en différens compartimens, par des cloisons ou diaphragmes percés d'orifices, présentent, durant l'écoulement des fluides qu'ils renferment, divers phénomènes, qui ont donné lieu à d'intéressantes considérations mathématiques. Mais comme ces questions sont d'un plus grand intérêt sous le rapport de l'analyse que sous celui d'une application immédiate à la pratique, nous ne nous y arrêterons pas, et nous renverrons aux ouvrages où il en est spécialement traité, et notamment à l'*Hydrodynamique* de Daniel Bernoulli, section VIII ; et à celle de Bossut, tom. I, 2.e partie, chap. VII.

(1) *Histoire du canal du Midi.* Tom. I, pag. 251. Tom. II, pl. XI.

SECONDE SECTION.

DES EAUX COURANTES.

91. Les eaux qui coulent naturellement à la surface du globe y forment des ruisseaux, des rivières ou des fleuves que nous comprendrons ici sous le nom générique de *rivières*. On voit encore d'autres eaux couler dans des *canaux* creusés par la main des hommes.

Les unes et les autres se meuvent à découvert: mais il en est encore que l'on enferme dans des *tuyaux de conduite*, pour les mener convenablement sur un point donné. Enfin, on a celles qui sortent de ces tuyaux sous forme de *jets d'eau*.

La considération des diverses circonstances du mouvement, dans ces quatre états, fera l'objet des quatre chapitres de la seconde section.

CHAPITRE PREMIER.

DES CANAUX.

92. Les canaux, différant en cela des rivières, ont un lit régulier, ayant partout même pente, même section, et menant un même volume d'eau sur toute leur longueur. Dans le cas où une de ces conditions ne serait pas remplie; où, Définitio

par exemple, après une certaine pente, il y en aurait une différente, il en résulterait deux canaux, l'un à la suite de l'autre.

Fig. 22. Si, par un point quelconque *a* du fond d'un canal, on imagine une ligne horizontale *ac*, la verticale correspondante *bc* sera la pente du canal sur la longueur *ab*. Elle en serait la *pente absolue*, si les points *a* et *b* étaient les deux extrémités du lit. Ordinairement on prend *ab* égal à l'unité de longueur; alors la fraction de mètre *bc*, que nous désignerons par *p*, en est la pente par mètre, ou la *pente* proprement dite. Pour une longueur λ d'une portion quelconque de canal, δ étant la différence de niveau entre les deux extrémités de cette portion, on aura toujours $p = \frac{\delta}{\lambda}$: on a encore $p = \sin i$, i représentant l'angle d'inclinaison *bac*.

La *section* d'un canal et d'un cours d'eau en général est l'aire d'une section faite, dans la masse fluide qu'il conduit, par un plan perpendiculaire à l'axe du courant: on la désignera par *s*. Si le canal est rectangulaire, que *l* en soit la largeur et *h* la hauteur ou profondeur d'eau, on aura $s = lh$: s'il est trapézoïdal, *l* étant sa largeur au fond, et *n* le talus des parois latérales, ou le rapport de leur base à leur hauteur; ce sera $s = (l + nh)\, h$.

La partie du contour de la section fluide qui est en contact avec les parois du lit, tant celle du fond que celles des côtés ou *berges*, se nomme

le *périmètre mouillé* de la section. En le désignant par c, on a, pour les canaux rectangulaires, $c = l + 2h$; et, pour les trapèzes, $c = l + 2h\sqrt{n^2 + 1}$.

Dubuat a donné le nom de *rayon moyen* de la section, au rapport $\frac{s}{c}$ de l'aire au périmètre mouillé de cette section.

Nature du mouvement de l'eau dans les canaux.

93. La gravité est la seule force qui agisse sur une masse d'eau abandonnée à elle-même dans un lit de figure quelconque, comme dans un réservoir; elle produit tous les mouvemens qui y ont lieu. Cause mouvemeq

Lorsque son action sur chaque molécule est détruite; que chaque molécule est également pressée dans tous les sens, et par conséquent que le fluide est en repos, sa surface est horizontale. Réciproquement, quand la surface fluide est horizontale, chaque molécule est également pressée dans tous les sens, et il ne saurait y avoir du mouvement, quelles que soient d'ailleurs la forme et l'inclinaison du fond du lit. Il n'en est plus ainsi lorsque la surface fluide est inclinée; quand même le fond du lit serait horizontal ou même en contre-pente (sur une petite étendue), l'égalité de pression n'existe plus alors; une molécule quelconque M, prise à la superficie, est pressée du côté de l'amont par le poids d'une colonne

du fluide, infiniment petite à la vérité, mais toujours plus longue que celle qui presse la même molécule en sens contraire; et cette molécule se meut vers l'aval par suite de la différence entre les poids des deux colonnes, différence provenant de celle qu'il y a entre les longueurs des deux colonnes, et celle-ci (st) résulte uniquement de la pente de la surface fluide. Cette différence des poids agit exactement avec la même intensité sur toutes les molécules placées verticalement au-dessous de celle qu'on a prise en considération; ainsi que sur chacune des autres de la masse fluide, en admettant toutefois que l'inclinaison de la surface est partout la même. De là le principe, que *le mouvement des molécules d'un cours d'eau ne provient que de la pente de sa surface.*

rces motrices et accélératrice.

94. La différence du poids des deux colonnes, en amont et en aval de la molécule M, n'est autre chose que la portion st du poids de cette molécule, le poids entier étant représenté par rt: de sorte que si ϖ est ce poids, $\varpi\frac{st}{rt}$, ou $\varpi p'$, en désignant par p' la pente de la surface, sera celui qui pressera continuellement vers l'aval chaque molécule. Soit m la masse de l'une d'elles (elles sont censées égales), on aura $\varpi = mg$; et, par suite, mgp' pour expression de sa force motrice.

La force accélératrice, étant la force motrice sous l'unité de masse, sera gp'.

Lorsque le canal est long et entièrement régu-

lier, que le mouvement y est en conséquence devenu uniforme, il passe nécessairement un même volume d'eau par chaque section de la masse fluide, et avec une même vitesse : toutes ses sections seront donc égales ; et comme elles ont toutes une même largeur, celle du canal, elles auront aussi une même hauteur ; c'est-à-dire que partout, dans le canal, on aura une même profondeur d'eau, et que la *surface fluide y sera parallèle à celle du fond du lit.* La pente de la surface se trouvera donc la même que celle du fond ; et gp, égal à gp', sera la force accélératrice qui meut l'eau dans le canal. On est d'ailleurs ici dans le cas de tous les corps qui descendent sur un plan incliné en vertu de leur poids.

95. Le principe moteur étant une force accélératrice constante, si aucune autre force n'agissait à l'encontre, l'eau descendrait d'un mouvement uniformément accéléré, et sa vitesse ne parviendrait jamais à l'uniformité. Elle y parvient cependant, et au bout d'un tems assez court, au-delà duquel l'accélération est insensible : c'est un fait d'expérience ; il s'observe sur tous les canaux, même lorsque leur pente est très-forte. Ainsi, Bossut, faisant couler de l'eau dans un canal en bois de 200^m de long, avec une pente d'un décimètre par mètre, et y ayant marqué des longueurs de 33^m, a trouvé que chacune, la première exceptée, était parcourue dans un même nombre de secondes (*Hydrodyn.*, §§. 797 et suiv.). Il faut donc qu'au bout d'un court

Résist. du lit.

espace de tems, une force retardatrice vienne détruire, à chaque instant, l'effet de la force accélératrice; il faut donc qu'elle lui soit égale. Alors le fluide ne se mouvra que par suite de la vitesse acquise durant les premiers momens de l'écoulement; phénomène d'ailleurs semblable à celui que présentent presque tous les mouvemens; celui des machines, par exemple.

Mais, dans les canaux, il ne peut y avoir d'autre cause du retard du mouvement, d'autre force retardatrice que celle qui provient de la résistance du lit. Cette résistance ne saurait être révoquée en doute: une expérience déjà citée (51) nous en a fourni un exemple : un tuyau de $0^{m}63$ de long a donné $0^{mmm}148$ d'eau en $100''$; et lorsque sa longueur a été doublée et portée à $1^{m}26$, tout étant entièrement égal d'ailleurs, il a fallu $117''$ pour obtenir le même volume. Ainsi, la vitesse du fluide a été diminuée, dans le tuyau, suivant le rapport de 117 à 100; elle ne peut l'avoir été que parce que le canal dans lequel le fluide coulait a détruit, par suite de l'augmentation de longueur, plus de vitesse, c'est-à-dire, a opposé plus de résistance : il résistait donc au mouvement.

Concluons de là que *lorsque l'eau se meut uniformément dans un canal, la résistance qu'elle y éprouve est égale à la force accélératrice provenant de la gravité :* c'est le principe fondamental du mouvement des eaux courantes.

96. Examinons la nature de cette résistance. Lorsque de l'eau passe sur la surface d'un corps, et qu'il n'y a point de répulsion (d'affinité négative) entre les deux substances, elle *mouille* cette surface; c'est-à-dire, qu'une mince couche du fluide s'applique contre elle, elle en pénètre les pores, et elle y est retenue, tant par cet engagement des molécules que par un effet de l'attraction moléculaire. Nature de la résistance.

C'est sur un tel revêtement ou enduit aqueux, fixé contre les parois du canal, que coule la masse fluide qu'il conduit. La partie ou mince couche de cette masse, qui est immédiatement en contact avec l'enduit, glissant et frottant sur lui, engrène ses molécules avec les siennes; elle y adhère et sa vitesse en est retardée. Par suite de l'adhérence des molécules fluides entre elles, ce retard, tout en diminuant graduellement, se communique de proche en proche aux couches adjacentes, jusqu'aux filets les plus éloignés. La masse prend en conséquence une vitesse moyenne moindre que celle qui aurait lieu sans l'action des parois et sans la viscosité du fluide.

La cause de cette diminution de vitesse est souvent regardée comme un effet du frottement de l'eau contre les parois de son lit. Un tel frottement, s'il a lieu, est d'une nature entièrement différente de celui des corps solides les uns sur les autres : il ne dépend plus ni de la pression ni de la nature des surfaces frottantes. Dubuat s'est convaincu, par des expériences directes, que

la *résistance de l'eau est indépendante de la pression.* Il n'a encore trouvé *aucune variation dans le frottement, pour les différens cas où l'eau coulait sur du verre, du plomb, de l'étain, du fer, du bois et différentes espèces de terres.* (*Principes d'hydraul.*, §§. 34 et 36.)

Ce dernier fait pourrait toutefois s'expliquer par l'observation que, dans tous les cas, le frottement n'a lieu que sur la couche aqueuse qui revêt les parois du lit. Mais un frottement indépendant de la pression? Il paraîtrait assez naturel d'admettre que la résistance ne provient que de l'adhérence des molécules de la masse d'eau en mouvement, tant entre elles qu'avec celles de la couche fluide déjà fixée aux parois du lit.

Cette adhérence équivaut à une force ou effort qu'on peut mesurer, comme tous les autres, par un poids. Dubuat a trouvé que pour détacher des plaques de fer-blanc d'une eau tranquille, avec laquelle il les avait mises en contact, il fallait, abstraction de leur propre poids, un effort de $4^{k}70$ à $5^{k}07$, par mètre carré de leur surface.

Venturi a encore mis en évidence, d'une manière directe, et par une expérience d'ailleurs très-remarquable, l'effet de l'adhérence qui rend les molécules d'un fluide en mouvement capables d'entraîner celles qui leur sont contiguës dans une masse en repos. A un réservoir A, entretenu constamment plein, était adaptée une caisse remplie d'eau, dans laquelle on plaçait une auge CD ouverte à ses deux extrémités, et dont le fond s'appuyait contre le bord D. Le réservoir portait, en O, un bout de tuyau. Dès qu'il était ouvert, le jet qui en sortait, passant au travers de l'eau qui se trouvait déjà dans l'auge, en entraînait la partie adjacente; celle-ci était remplacée par celle qui se trouvait auprès, laquelle l'était à son tour par l'eau de la caisse: de sorte qu'en peu de tems le niveau y avait baissé de GD en *gh*. — C'est principalement sur cette expérience, qui mériterait bien d'être répétée et variée de plusieurs manières, que Venturi a établi son

Fig. 23.

principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides; principe qui a valu à l'hydraulique une belle suite d'expériences que nous avons fait connaître en partie (43, 49, 50).

97. D'après ce qui vient d'être dit sur la résistance du lit et sur ses effets, les divers filets d'un fluide en mouvement dans un canal ont une vitesse d'autant plus grande qu'ils sont plus éloignés des parois; ils ont ainsi des vitesses différentes. Cependant dans l'estimation de la dépense du canal, on peut admettre que leur ensemble, ou la masse d'eau en mouvement, est douée d'une vitesse moyenne : ce sera, comme précédemment (53, 66), celle qui, étant multipliée par la section du canal, donne le volume d'eau écoulé en une seconde. Vitesse moyenne.

98. Puisque la résistance est un effet de l'action des parois du lit, plus ces parois auront d'étendue, c'est-à-dire, plus, sur l'unité de longueur, le périmètre mouillé sera grand, et plus elle sera considérable. Lois de la résistance.

Mais cette résistance du périmètre se répartira entre toutes les molécules de la section, puisque leurs mouvemens sont liés par une adhérence mutuelle; ainsi, plus elles seront nombreuses, c'est-à-dire, plus la section sera grande, et moins la vitesse de chacune et par conséquent la vitesse moyenne en sera altérée. L'effet de la résistance sera donc en raison inverse de la section.

Il croîtra d'ailleurs avec la vitesse. Plus elle sera grande, et plus il faudra, dans un même

2604^{mm}; et il en a conclu $A' = 0{,}00035855$ ou $A = 0{,}00036554$, et $B = 0{,}06638$.

Ainsi, en mettant pour g sa valeur numérique, l'équation fondamentale du mouvement de l'eau dans les canaux devient

$$p = 0{,}00036554\,\frac{c}{s}\,(v^2 + 0{,}0664\,v),$$

ou, en observant que $v = \frac{Q}{s}$, Q étant la dépense

$$ps^3 = 0{,}00036554\,c\,(Q^2 + 0{,}0664\,Qs).$$

Des quatre quantités Q, p, s et c, ou, en se rappelant que $s = (l + nh)\,h$ et $c = l + 2h\left(\sqrt{n^2 + 1}\right)$ (92), des quatre quantités Q, p, h et l, trois étant données, cette équation mettra à même d'assigner la quatrième. Quant à n, talus à donner aux berges, il est indiqué par la nature du terrain dans lequel le canal doit être creusé.

Expression de la vitesse.

101. Rarement la vitesse se trouve-t-elle dans l'énoncé des problèmes à résoudre; pour les cas cependant où l'on en voudrait directement l'expression, la première des deux équations ci-dessus donnerait

$$v = -0{,}0332 + \sqrt{2736\,\frac{ps}{c} + 0{,}0011}.$$

Expression de la dépense.

102. Par suite, on a

$$Q = s\left(-0{,}0332 + \sqrt{2736\,\frac{ps}{c} + 0{,}0011}\right),$$

ou, avec une exactitude bien suffisante,

$$Q = s\left(\sqrt{2736\,\frac{ps}{c}} - 0{,}0332\right).$$

103. **Dans les grandes vitesses, où la résistance est simplement proportionnelle à leur carré, on a**

$$v = 51\sqrt{\frac{ps}{c}}, \text{ et } Q = 51s\sqrt{\frac{ps}{c}}$$

Par exemple. On a un canal dont la section est un trapèze ayant 4^m de large dans le haut, 1^m dans le bas, 1^m5o de hauteur, et 0,001 (un millimètre par mètre) de pente. On veut connaître la quantité d'eau qu'il pourra conduire.

On a ici $p = 0{,}001$, $l = 1^m$ et $h = 1^m5o$. Relativement à n, rapport de la base à la hauteur des berges, je remarque que cette hauteur est celle du trapèze, et que la base est la moitié de la différence entre les deux bases du trapèze: on aura donc $n = \frac{4-1}{2.\ 1{,}50} = 1$. D'après cela $s = (l + nh)h = (1 + 1{,}50)\ 1{,}50 = 3{,}75$, et $c = l + 2h\sqrt{n^2+1} = 1 + 3\sqrt{1+1} = 5{,}242$.

Par conséquent

$$Q = \left(-0{,}0332 + \sqrt{2736\frac{0{,}001 \times 3{,}75}{5{,}242} + 0{,}0011}\right) = 5^{mmm}1232.$$

Si on eût négligé le terme 0,0011 sous le radical, on aurait obtenu $Q = 5^{mmm}1218$; qui ne diffère pas d'un demi-millième de la première valeur.

La formule pour les grandes vitesses eût donné

$$Q = 51 \times 3{,}75\sqrt{\frac{0{,}001 \times 3{,}75}{5{,}242}} = 5{,}115.$$

104. Prenons le canal de l'Ourcq pour exemple de la pente à déterminer. Pente et servation

On avait à disposer de $3^{mmm}0188$ d'eau par seconde; la navigation qu'on y projetait exigeait une profondeur d'eau de 1^m5o; et pour que l'eau ne s'altérât pas, au point de devenir impropre au service des fontaines de Paris, il lui fallait une vitesse de 0^m35 au moins: la nature du terrain permettait de ne donner aux talus que $1\frac{1}{2}$ de base sur 1 de hauteur.

On a ici $Q = 3^{mmm}0188$, $v = 0\ 35$, $h = 1^m5o$ et $n = 1{,}5o$. De plus, d'après les données du problème, s est connu, car $s = \frac{Q}{v} = \frac{3{,}0188}{0{,}35} = 8^{mm}625$; l le sera aussi, puisque de l'ex-

pression $s = (l + n\,h)\,h$ (92) on déduit $l = \frac{s - n\,h^2}{h} = \frac{8{,}625 - 1{,}50\,(1{,}50)^2}{1{,}50} = 3^m50$: par suite, on aura encore $c = l + 2\,h\sqrt{n^2+1} = 8^m908$.

D'après cela, l'équation générale, $p = 0{,}0003655\,\frac{c}{s}\,(\nu^2 + 0{,}0664\,\nu)$, en y substituant les quantités numériques, donne $p = 0{,}00005502$: c'est la pente indiquée par les formules.

M. Girard, ingénieur chargé du tracé du canal, est arrivé à un résultat à peu près pareil. Mais il a fait observer, avec raison, que les plantes aquatiques, qui croissent toujours sur le fond et sur les berges des canaux, augmentent considérablement le périmètre mouillé, et par suite la résistance : il a rappelé que Dubuat ayant mesuré la vitesse de l'eau dans le canal du Jard, avant et après la coupe des roseaux dont il était garni, avait trouvé un résultat bien moindre avant qu'après (*Princ. d'hydraul.*, §. 404). En conséquence, il a presque doublé la pente donnée par le calcul, et il l'a portée à 0,00010056 : la longueur du canal étant de 96000^m, c'est 10^m14 de pente absolue. (1)

Au reste, cet ingénieur, dans son projet, ne distribuait pas uniformément cette pente sur toute la longueur : il la faisait grande à l'origine et très-faible à l'extrémité, de manière à ce que le fond eut la forme d'une courbe *funiculaire*, de la *chaînette*. Je craindrais que, dans la plupart des cas, cette forme n'assurât pas les avantages que lui attribuait l'auteur.

Cas où la
geur ou la
uteur sont
éterminer.

105. Si les dimensions l et h étaient, l'une l'inconnue et l'autre une des données du problème à résoudre, on prendrait les valeurs de s et de c en fonction de ces deux dimensions, et on les substituerait dans l'équation fondamentale (100) : l en serait ensuite déduit par la résolution d'une équation du troisième degré, et h par celle d'une équation du sixième.

(1) *Mémoires sur le canal de l'Ourcq.* Tom. I, p. 316 et suiv.

Qu'il s'agisse, par exemple, de déterminer la largeur que doit avoir, au fond, un canal destiné à conduire $3^{mmm}5o$ d'eau, avec $1^{m}3o$ de profondeur, la pente étant o,oooi : le terrain naturellement éboulueux exige que la base des talus soit double de leur hauteur.

Ainsi, $Q = 3^{mmm}5o$, $p = o,oooi$, $h = 1^{m}3o$ et $n = 2$.

On mettra ces deux dernières quantités dans les expressions de s et de c (92); lesquelles seront à leur tour mises dans l'équation générale. Celle-ci ne renfermera alors d'autre inconnue que l; et, toute réduction faite, ordonnant par rapport à l, elle deviendra

$$l^3 + 7,3oi\ l^2 - 5,358\ l - 114,5 = o.$$

Je fais d'abord $l = 4$, l'équation se réduit à $+ 449 = o.$
Je baisse l à 3,8o, et j'ai . . . . . $+ 25 = o.$
Je le baisse encore à 3,5o, il vient . . . . $- 1 = o.$
Je le remonte à 3,5ii, et on a . . . . . $o = o.$

L'équation, dans ce dernier cas, se trouvant satisfaite, j'en conclus que $l = 3^{m}5ii$.

106. Le plus souvent, l et h ne sont pas dans les données du problème : on n'y a que Q et p, ou le volume d'eau que doit conduire le canal et la pente qu'il peut avoir, et on laisse à l'ingénieur à en déterminer la largeur et la profondeur. Pour obtenir ces deux inconnues, il n'a qu'une équation; le problème est donc indéterminé. Il supplée ce qui lui manque, en fixant la forme à donner à la section du canal; cette forme, indiquant la relation entre les deux dimensions, lui fournit l'équation qui lui était encore nécessaire.

Dans la fixation de cette forme, il a égard à l'objet qu'on veut remplir, et il choisit celle qui le remplit avec le moins de frais d'établissement et d'entretien. Lorsqu'il ne s'agira que de mener

le plus d'eau possible au point où aboutit le canal, on remarquera que, d'après les formules de la dépense (102 et 103), le volume d'eau mené est d'autant plus considérable que la section de la masse fluide est plus grande et que le périmètre mouillé est plus petit : on prendra en conséquence la figure qui, sous un même périmètre, présente la plus grande surface.

Figure de us grande pense.

107. La géométrie apprend que le cercle est cette figure. Le demi-cercle, et par suite un canal demi-circulaire, a la même propriété, le rapport entre le demi-cercle et la demi-circonférence étant le même qu'entre le cercle et la circonférence entière.

Viennent ensuite les demi-polygones réguliers, et avec d'autant moins d'avantage que le nombre de leurs côtés est moindre : ainsi, parmi les formes exécutables, on aura le demi-hexagone régulier, le demi-pentagone et finalement le demi-carré.

Mais encore ces figures ne peuvent être admises pour les canaux à ouvrir dans les terres : leurs berges ne pourraient se soutenir; elles s'ébouleraient. Dans le demi-hexagone régulier, où le talus est encore plus fort que dans les autres de ces figures, le rapport de la base à la hauteur du talus, ou n, n'est que de 0,58, et il faut qu'il soit $1\frac{1}{2}$ ou 2, suivant le plus ou moins de consistance des terres : on est même allé à $2\frac{1}{2}$ pour le canal de Languedoc.

Ainsi, la forme à donner à la section d'un canal sera généralement celle d'un trapèze dont

la petite base sera le fond, et dont les côtés, représentant les berges, seront inclinés à l'horizon de 34° au plus, 34° répondant à $n = 1{,}48$. Encore cette forme s'oblitérera-t-elle : les matières que l'eau dépose, qu'elles proviennent de l'éboulement des berges ou de toute autre cause, s'accumulent principalement sur les angles, elles les arrondissent : de sorte, qu'au bout d'un tems assez court, le périmètre présente une forme arrondie. Au reste, une légère déformation est de peu d'importance; ce qu'on perd d'un côté, on le gagne presque toujours de l'autre.

108. Le trapèze dans lequel $n = 1\frac{1}{3}$ a même surface et même périmètre mouillé qu'un rectangle de même hauteur et dont la base serait la largeur moyenne du trapèze. Comme de tous les rectangles, le plus avantageux est le demi-carré, c'est-à-dire celui dont la base est double de la hauteur; de même de tous les trapèzes où $n = 1\frac{1}{3}$, celui dont la largeur moyenne est double de la hauteur, sera aussi celui de la plus grande dépense.

Le talus $1\frac{1}{3}$ ne sera presque jamais suffisant : il faudra l'augmenter; le rapport entre les deux dimensions que nous venons de nommer, pour le cas du *maximum* de section et de dépense, éprouvera une légère variation. Malgré cela, à moins que quelque circonstance particulière ne porte à en agir autrement, on conservera le rapport de 2 à 1.

Alors la vitesse moyenne $l + nh = 2h$: et

sant ses dimensions et le volume d'eau à dépenser. Mais ce mode particulier de résoudre les questions exigeant des détails et de longs calculs, je renvoie, pour son exposition et pour la manière d'en faire usage, à l'*Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes*, par M. J. B. Bélanger, ingénieur des ponts et chaussées; 1828.

A peu près à la même époque, M. Poncelet, se basant sur le même principe, est arrivé à une équation du même genre : il l'a exposée dans son cours de mécanique à l'école d'application de l'artillerie et du génie, à Metz.

De la prise d'eau des canaux.

Les canaux, à l'exception des canaux de navigation à point de partage, prennent leurs eaux dans des *retenues* ou bassins placés à leur tête, et qui sont presque toujours des parties d'un lit de rivière, où le niveau du fluide est élevé par une digue.

La tête du canal, au point de prise d'eau, est ou entièrement ouverte, ou elle est pourvue de vannes que l'on ouvre plus ou moins. Examinons ce qui a lieu dans les deux cas.

Chute à l'entrée des canaux ouverts.

110. L'eau, à son entrée dans un canal ouvert, éprouve une chute ou dépression de niveau : de manière que sa hauteur constante au-dessus du fond du canal, lorsque le régime est devenu permanent, est moindre que la hauteur du réservoir au-dessus du seuil d'entrée.

Le mouvement s'accélère depuis le haut jusqu'au bas de la chute, ou de la suite des plans inclinés qu'elle présente : au-delà, il se continue uniformément; et la vitesse acquise durant l'ac-

célération est celle du mouvement uniforme. La hauteur de la chute serait en conséquence la hauteur due à cette vitesse : on admet généralement qu'il en est ainsi.

D'après cela, si v est la vitesse de l'eau dans le canal, lorsqu'elle y est parvenue à l'uniformité, $0{,}051v^2$ serait la hauteur de la chute. Mais la contraction que le fluide éprouve à l'entrée augmente un peu cette valeur; à la section contractée, la vitesse est plus grande que v dans le rapport de 1 à m, m étant le coefficient de contraction, elle y est $\frac{v}{m}$: pour la produire, il a fallu une hauteur égale à $0{,}051\,\frac{v^2}{m^2}$; cette expression sera donc la hauteur de la chute à l'entrée du canal. Dans les canaux à grande vitesse, Dubuat a vu m varier de 0,91 à 0,73; et il ne pense pas qu'il descende notablement au-dessous de 0,97 dans ceux où la vitesse est petite (*Principes d'hydraul.*, §. 178). Eytelwein admet 0,95 pour les larges canaux, et 0,86 pour les canaux étroits, comme sont les coursiers des usines : il suppose toutefois, ainsi que Dubuat, que l'origine de leur radier est au niveau du fond du réservoir (1).

111. La chute qui se forme à l'entrée d'un canal diminue, de toute sa hauteur, la pente effective, qui est un des élémens de la dépense. De sorte que si P représente la pente totale, c'est-

(1) Les expériences entreprises par MM. Poncelet et Lesbros, et dont il a été question aux pages 44 et 78, mèneront à des valeurs de m plus précises.

à-dire la différence de niveau entre la surface du réservoir, et la surface fluide à l'extrémité du canal, $P - 0{,}51\,\frac{v^2}{m^2}$ sera la pente effective absolue : divisée par la longueur du canal, elle donnera la pente relative p (92).

La chute, en diminuant la pente effective, diminue la quantité d'eau que le canal peut conduire. On l'affaiblirait et on préviendrait cette diminution en grande partie, car on ne saurait la prévenir entièrement, en évasant convenablement l'entrée du canal : mais cette opération exige des constructions dispendieuses et embarrassantes; aussi n'y a-t-on que rarement recours. Je renvoie pour ces évasemens, ainsi que pour les circonstances d'ailleurs assez compliquées du mouvement de l'eau à son entrée dans les canaux, aux *Princ. d'hydraul.* de Dubuat, §§. 170 — 176.

112. Soit H la hauteur du réservoir au-dessus du seuil d'entrée, h la hauteur de l'eau dans le canal, lorsque le mouvement y est devenu uniforme, et il devient sensiblement tel à une assez petite distance de l'origine : d'après ce qui vient d'être dit $H - h$ sera la chute, et l'on aura $H - h = 0{,}051\,\frac{v^2}{m^2}$, équation dans laquelle on mettra pour v la valeur donnée au n.° 101.

Si le canal était rectangulaire, et que l en fût la largeur, on aurait $s = lh$ et $c = l + 2h$, et l'équation deviendrait

$$H - h = \frac{0{,}051}{m^2}\left(\sqrt{2736\,\frac{plh}{l+2h}} - 0{,}0332\right)^2.$$

Un exemple va montrer la manière de l'appliquer et l'usage dont elle peut être dans la pratique.

On achète une prise d'eau dans une *retenue* ou bassin de rivière, sous la condition que la prise sera faite par une entaille rectangulaire pratiquée au haut de la digue du bassin, entaille dont la largeur aura 4^m, et dont le seuil sera à 2^m au-dessous de l'*étiage*, c'est-à-dire au-dessous des basses eaux de la rivière: l'eau achetée doit être conduite à une usine éloignée de 265^m, sur un point qui est à 0^m44 en contre-bas de l'étiage. On demande quel sera le volume d'eau mené à l'usine par un canal rectangulaire adapté à la prise.

On déterminera ce volume à l'aide de la formule de la dépense des canaux (102); formule pour laquelle on a $s = 4h$ et $c = 4 + 2h$: il faut de plus avoir p, lequel dépend encore de h, puisque (111) $p = \frac{0,44-(H-h)}{265} = \frac{h-1,56}{265}$, H étant 2^m: prenant une moyenne entre les deux coefficiens indiqués par Eytelwein, on aura $m = 905$. Pour obtenir h, on fera usage de l'équation ci-dessus : avec les quantités numériques que nous venons d'indiquer, elle deviendra, toute réduction faite, $h = 2 - 0,06224\left(\sqrt{41,30\frac{h(h-1,56)}{4+2h}} - 0,0332\right)^2$. Substituons, pour h, dans le second membre, diverses valeurs. Remarquant d'abord que h ne doit différer que peu de H, je le fais 1^m90, et il vient $h = 1,795$: cette valeur, mise dans le second membre, donne 1,864; celle-ci, à son tour, donne 1,819 : de cette manière, on obtient successivement 1,845; 1,829; 1,841; 1,833; 1,839; 1,835; 1,837; 1,836. De sorte que la vraie valeur de h tombe entre les deux derniers de ces nombres; je prends le plus petit, et on a $h = 1^m836$.

Il donne $p = 0,00103$.

L'équation de la dépense, où tout est maintenant connu, indiquera un produit de $11^{mmm}82$.

Si l'eau de la rivière arrivait directement au canal avec une vitesse déjà acquise, la hauteur de la chute serait moindre d'une quantité égale à la hauteur due à cette vitesse.

Prise d'eau par les vannes.

113. Lorsque le canal reçoit son eau par les ouvertures d'un vannage établi à sa tête, il peut arriver ou que la hauteur de la section fluide dans le canal est moindre que la hauteur des ouvertures, ou qu'elle est plus grande.

Si elle est moindre ou même égale, la dépense est à peu près la même que si le canal n'existait pas, et que l'eau en sortant de la vanne s'épanchât librement dans l'atmosphère : elle se détermine à l'aide des seules formules de l'écoulement par les orifices.

Si la hauteur de la section est plus grande que celle des ouvertures des vannes, il y a deux cas à distinguer : celui où le bord supérieur de l'ouverture n'est pas recouvert par l'eau du canal, et celui où il l'est. — Dans le premier, la veine fluide, après s'être contractée immédiatement à sa sortie, se dilate par suite de la résistance du lit; sa vitesse diminue, sa section augmente, et sa hauteur finit par être plus grande que celle de l'orifice d'entrée; c'est-à-dire, que la sommité, que le fluide atteint dans le canal, se maintient à un niveau plus élevé que le bord supérieur de cet orifice. De cette sommité jusqu'à ce bord, la surface fluide présente une contre-pente; des masses d'eau se détachant du sommet, roulent sur elle et se reportent vers l'ouverture : le plus souvent elles sont retenues et comme repoussées par la rapidité du courant; quelquefois cependant elles parviennent jusqu'à la vanne, et en recouvrent par momens l'orifice. Encore alors

la dépense est la même que si le canal n'existait pas. Ainsi, Bossut ayant adapté un canal horizontal de 0^m135 de large et de 34^m de long à un réservoir percé d'un orifice, obtenait, sous des charges de 3^m80, 2^m50 et 1^m20 le même volume d'eau dans un même tems, soit par l'extrémité du canal, soit par l'orifice après avoir retiré le canal; et cependant, lorsqu'il était présent, la hauteur de l'eau y était bien plus grande que celle de l'ouverture de la vanne (*Hydrodyn.*, §. 750). Eytelwein a encore eu une même dépense, soit que la pelle fût entièrement levée, soit qu'elle plongeât un peu dans l'eau de l'aval. — Mais si elle y plonge d'une quantité notable, que la masse fluide à sa sortie soit entièrement recouverte d'une eau tranquille, la vitesse avec laquelle elle sort n'est plus due à la charge sur l'orifice, mais bien à la différence entre les niveaux du fluide immédiatement en amont et immédiatement en aval de la vanne; nous avons déjà traité de ce cas (85). Cette différence est, à très-peu près, $H-h$, H étant la hauteur de l'eau dans le réservoir et h dans le canal. Désignant par l' la largeur et par h' la hauteur de l'ouverture de la vanne, sa dépense sera exprimée par $m'l'h'\sqrt{2g(H-h)}$. Elle devra être égale au volume d'eau conduit par le canal, lequel est donné par la formule du n.° 102 : on aura donc

$$m'l'h'\sqrt{2g(H-h)} = s\left(\sqrt{2736\frac{ps}{c}} - 0{,}0332\right),$$

équation qui servira à résoudre les diverses ques-

tions relatives aux vannages placés en tête des canaux. Pour un canal rectangulaire, on a $s = lh$ et $c = l + 2h$.

Qu'il s'agisse, par exemple, de déterminer la quantité h', dont il faut lever la vanne à l'entrée d'un tel canal, où l'on aurait $m' = 0{,}70$, $l' = 1^m10$, $p = 0{,}001$, $l = 1^m30$, $H = 1^m20$, et où l'on voudrait que l'eau se tînt à 0^m80 de hauteur, et par conséquent où $h = 0^m80$. Ces quantités numériques, mises dans l'équation ci-dessus, la changeront en $2{,}157\,h = 0{,}9954$; d'où $h' = 0^m4615$.

Rapport entre la vitesse moyenne et celle de la surface.

114. Nous avons vu (96) que, par l'effet de la résistance des parois du lit, la vitesse des divers filets fluides d'un cours d'eau allait en diminuant à mesure que ces filets étaient plus éloignés de ces parois. D'où il suit : que dans un lit dont la section est un demi-cercle, le filet de plus grande vitesse, qu'on nomme le *fil de l'eau*, correspond au centre de ce demi-cercle, ou au milieu de la surface; que dans un lit de figure quelconque, il est au point de la surface fluide le plus éloigné des parois; et qu'à partir de ce point, la vitesse va en diminuant à mesure qu'on s'approche du fond ou des berges, et par conséquent que pour les points du courant situés sur une même verticale, la vitesse décroît graduellement depuis la surface jusqu'au fond.

La connaissance de la progression selon laquelle s'effectuent ces diminutions est d'une grande importance; elle mettrait à même de conclure de la

vitesse du fil de l'eau à la surface, qui est celle qui se mesure avec le plus de facilité, la vitesse moyenne, celle qui donne la dépense (97). Plusieurs hydrauliciens se sont en conséquence occupés de sa recherche : nous ferons connaître leurs observations au chapitre des *Rivières* (134 et 135), et nous nous bornerons ici à ce qui concerne les canaux.

Dubuat est le seul, à ma connaissance, qui ait fait des expériences précises sur cet objet. Elles sont au nombre de trente-huit : elles ont été exécutées sur deux canaux en bois de 43^m de long; l'un, de forme rectangulaire, avait 0^m487 de large; la section de l'autre était un trapèze dont la petite base avait 0^m156, et dont les côtés étaient inclinés de 36° 20′ à l'horizon ($n = 1{,}36$) : la profondeur d'eau y a varié de 0^m054 à 0^m273 seulement, et la vitesse de 0^m16 à 1^m30. Dubuat a conclu de ces expériences que le rapport entre la vitesse de la surface et celle du fond est d'autant plus grand que la vitesse est plus petite, et que ce rapport est entièrement indépendant de la profondeur; à la même vitesse de surface correspond toujours une même vitesse de fond. Il a observé de plus que la vitesse moyenne est une moyenne proportionnelle entre celle de la surface et celle du fond. Appelant v cette dernière, V celle à la surface et u la vitesse moyenne, il a rendu le résultat de ses observations par les formules $v = (\sqrt{V} - 0{,}165)^2$ et $u = \frac{1}{2}(V + v) = (\sqrt{V} - 0{,}082)^2 + 0{,}00677$.

M. de Prony, après avoir discuté les expériences de Dubuat, a cru plus convenable d'établir

$$u = V\frac{V + 2{,}372}{V + 3{,}153}.$$

J'indique ci-contre les valeurs de u correspondantes à quelques valeurs de V, et données par cette formule.

V	u
0,25	0,77 V
0,5	0,79 V
1	0,81 V
2	0,85 V

M. de Prony, prenant un terme moyen, a pensé que, dans la pratique, on pouvait admettre $u = 0{,}8\,V$; c'est-à-dire que pour avoir la vitesse moyenne d'un courant d'eau, il suffirait de diminuer d'un cinquième celle de la surface. (1)

Quelque confiance que méritent les observations de Dubuat, elles ont été faites sur de si petites profondeurs qu'il m'est bien difficile d'admettre, avec lui, que la vitesse du fond, et par suite la vitesse moyenne, est indépendante de la profondeur; d'autant plus que les observations faites sur les grands fleuves semblent indiquer qu'elle diminue quand la profondeur augmente.

Quoi qu'il en soit, me bornant uniquement à ce qui concerne les canaux peu profonds, j'adopterai, mais seulement comme mode d'approximation, le résultat des expériences de Dubuat, tel qu'il a été présenté par M. de Prony.

(1) *Jaugeage des eaux courantes.* 1802.

CHAPITRE II.

DES RIVIÈRES.

115. L'homme établit et creuse les canaux; la nature a établi et creusé le lit des rivières : elle l'a fait en suivant des lois dont elle ne se départit pas, et conformément auxquelles elle maintient son ouvrage. Nous ne pouvons y rien changer et presque rien y modifier : l'ingénieur, qui a tout fait sur les canaux, ne peut que bien peu de chose sur les rivières. Nous nous bornerons en conséquence, dans ce chapitre, à quelques considérations très-succinctes sur l'établissement de leur lit; à quelques observations sur le mouvement de leurs eaux, sur leur vitesse à différentes profondeurs, sur leur jaugeage, et finalement à l'examen des remous ou exhaussemens de niveau occasionés par les constructions faites sur leur cours.

ART. 1.er *De l'établissement du lit.*

116. La surface du globe, à son origine ou immédiatement après sa consolidation, n'était pas entièrement unie : il y avait des parties élevées et des parties basses; elle présentait des ondulations de différens ordres, et dont les principales, pareilles à de fortes rides, ont donné lieu à nos grandes chaînes de montagnes. Formation du lit.

Les élémens atmosphériques, par leur action

décomposante; les eaux pluviales, et par leurs courans et leur action érosive, attaquèrent bientôt cette surface de roc. Ils en réduisirent la superficie en terre; ils la dégradèrent, la découpèrent et la sillonnèrent de vallées de différentes grandeurs, dirigées en général suivant la ligne de plus grande pente des parties du sol qui les présentent. Les débris des parties élevées furent emportées et puis étendues sur les parties basses, où ils formèrent les *terrains de transport* qui les recouvrent. Tout ce travail de la nature est antérieur à l'époque, au dernier grand cataclysme, d'où est résulté l'état actuel de nos continens, et qui a réduit nos rivières et nos fleuves à la quantité d'eau qu'ils mènent aujourd'hui. (1)

117. Les eaux qui tombent maintenant sur la surface de la terre, se réunissent et coulent dans les plis du terrain, les gorges, les vallons et les vallées primitivement excavés. En passant sur le terrain de transport qui en occupe le fond, elles s'y sont ouvert et y ont façonné un nouveau lit.

Dans les montagnes, contenues par de fortes berges, elles ont été contraintes de suivre l'ancienne voie; elles n'y ont opéré et n'y opèrent que de bien faibles changemens. Si elles coulent immédiatement sur le roc, ce qui est d'ailleurs fort rare, leur tendance à creuser ou à élargir leur lit n'a qu'un effet à peine sensible au bout

(1) Voyez mon *Traité de géognosie*. Tom. I, chap. IV, sur les dégradations que la surface de notre planète a subies, et sur la formation des vallées.

de quelques siècles. — Presque toujours elles roulent sur des blocs, sur les fragmens et débris des rochers tombés des escarpemens et des cimes qui bordent leur cours. Dans les fortes crues, elles poussent et portent plus loin ces matières, qui sont ensuite remplacées par d'autres. Elles les meuvent d'autant plus facilement, et elles les portent d'autant plus loin, que le sol a plus de pente, que ces corps ont moins de pesanteur spécifique, et qu'ils sont moins volumineux : les effets de la pente ne se font guère sentir que vers l'origine des vallées : la pesanteur spécifique des roches et matières pierreuses, ne variant que de 2,2 à 2,6, sera sans effet notable, abstraction faite de quelques parcelles métalliques et de quelques pierres particulières : ce sera ainsi le volume qui influera le plus sur la distance à laquelle les roches et leurs débris seront portés. Aussi, et en général, lorsqu'on descend une grande vallée, on trouve d'abord, à peu de distance de son origine, dans le lit du torrent ou de la rivière qui en occupe le fond, des quartiers anguleux de rocher; puis, et successivement, des blocs arrondis de plus en plus petits, des cailloux roulés, des graviers, et finalement on n'a plus guère que des sables et des terres. — Au reste, cette progression décroissante dans le volume des substances qui forment le lit d'une rivière n'est pas seulement l'effet des impulsions successives des grandes eaux. Elle est encore celui d'une autre cause qui, quoique très-faible en apparence,

n'en est pas moins bien grande dans ses résultats, vu la continuité et la durée de son action, durée qui dépasse souvent une longue suite de siècles; c'est la force décomposante des élémens atmosphériques jointe à l'action des eaux courantes. Plus les matières seront éloignées de leur origine, et plus il y aura de tems, dans la plupart des cas, qu'elles en ont été arrachées; et par conséquent, plus cette force aura agi long-temps sur elles, et en aura réduit le volume primitif. — Ce n'est d'ailleurs qu'en général, je le répète, que les matières qui constituent le lit des rivières sont d'un volume d'autant plus petit, qu'elles se trouvent plus en aval : car on a très-fréquemment aussi des sables dans les parties les plus élevées de la rivière, et des cailloux dans les parties les plus basses. Je remarquerai au sujet de ces cailloux des parties basses que, le plus souvent, ils étaient déjà dans le terrain de transport où le lit a été ouvert; et qu'ils ont été mis à nu par les fleuves mêmes lors de leurs crues.

Dans les régions peu élevées, mais où une rivière coule entre des collines, son lit est encore limité, et elle ne peut guère l'étendre.

Ce ne sera donc que dans les plaines et les larges vallées, dont le sol est comme meuble, que les rivières, moins gênées dans leur cours et trouvant moins d'obstacles, établissent réellement un lit dont les dimensions sont en rapport avec la nature de ce sol, comme avec le volume et la vitesse de leurs eaux. Si le terrain n'a pas une

ténacité proportionnée à cette vitesse et à ce volume, il cédera à l'action des eaux; elles en approfondiront et surtout elles en élargiront le lit. Si, au contraire, la profondeur ou la largeur était trop grande, le fleuve réduirait ces dimensions, en déposant sur son fond ou sur un de ses bords les pierres et terres qu'il charrie dans ses crues.

118. Quand il s'est établi un rapport convenable, que le lit contient toute l'eau que mène la rivière, dans ses grandes crues, sans en être attaqué, il y a *stabilité*, et le *régime de la rivière est établi.* Établissem. du régime.

La vitesse du régime est aussi en rapport avec l'espèce ou plutôt avec la grosseur des substances qui en forment le lit.

Dubuat a fait, à ce sujet, quelques expériences qui me paraissent d'un assez grand intérêt. Il a pris diverses espèces de terres, sables et pierres, qu'il a successivement placées sur le fond d'un canal de bois : en l'inclinant diversement, il y a fait varier la vitesse du fluide qu'il menait; et il a constaté celle qu'il fallait pour mettre chacune de ces matières en mouvement. Il a eu pour

Argile propre à la poterie	0^m08.
Sable fin	0^m16.
Gravier de la Seine, gros comme des pois	0^m19.
Idem, gros comme des féves	0^m32.
Galets de mer, d'un pouce de diamètre	0^m65.
Pierres à fusils, comme des œufs de poule	1^m00.

Il a encore étendu une couche de sable sur le fond de son canal; et il y a fait couler de l'eau avec 0^m30 de vitesse. Au bout de quelque tems, la surface de ce sable a présenté une suite d'ondulations ou de sillons transversaux de 0^m12 de large : le versant vers l'amont avait une pente très-douce; elle était raide vers l'aval. Les grains de sable, poussés par le courant, montaient sur la première; arrivés au sommet, ils tombaient, par leur propre poids, le long de la contre-pente

jusqu'au pied de la pente du sillon suivant, où ils étaient de nouveau repris par le courant: ils mettaient une demi-heure à franchir un sillon. Ils auraient en conséquence parcouru six mètres en vingt-quatre heures. (*Princ. d'hydraul.*, §. 396.)

C'est d'une manière semblable que cheminent les sables des Dunes.

Cause de la plus grande largeur.

119. Toutes choses égales d'ailleurs, les berges du lit d'une rivière résistent moins que le fond à l'action de ses eaux; et il est plus large que profond. Indépendamment de cette action, les berges sont soumises à celle de la pesanteur, laquelle concourt à produire l'éboulement des substances qui les composent; tandis que cette même force, pressant les matières du lit sur celles qui sont au-dessous, pression qui accroît le frottement, rend leur déplacement plus difficile. En outre, lorsque les masses du terrain de transport qui constitue les berges viennent à s'ébouler, l'eau, dans laquelle elles tombent, les délaie; elle emporte les parties terreuses; et les pierres, graviers et sables, qui leur étaient mêlés, demeurent au fond, et ils en augmentent la stabilité par leur plus grande résistance. Ainsi, le lit des rivières sera d'autant plus large, comparativement à sa profondeur, que le terrain est plus meuble et en même tems plus caillouteux.

La profondeur des rivières étant toujours fort petite, n'étant que de quelques mètres, sur une longueur d'un million de mètres et presque toujours plus, le fond du lit sera à très-peu près parallèle à la surface du terrain dans lequel il est creusé. Si sa pente se relève davantage vers

les sources, c'est qu'il en est ainsi de celle du terrain.

120. Lorsqu'une rivière coule dans une vaste plaine dont le sol est peu incliné, la fraction de la gravité (pg) qui meut la masse fluide est petite; cette masse a moins de force pour vaincre les obstacles qui s'opposent à la direction qu'elle tend à prendre, direction qui est la ligne de plus grande pente du plan sur lequel se fait l'écoulement. Le moindre obstacle, un peu plus de dureté ou de ténacité, par exemple, dans le terrain qui se trouve sur cette direction, portera la rivière à en dévier. Elle se jettera tantôt d'un côté, tantôt d'un autre : son cours présentera des divagations, des détours continuels, lesquels, augmentant la longueur du lit sur une même pente absolue, diminueront la pente relative et par suite la vitesse. La masse fluide s'écoulant moins vite, sa largeur et sa hauteur augmenteront, et il pourra en résulter des inondations et des dommages qu'on n'aurait pas eus, si la direction du lit se fût continuée en ligne droite. Observations sur redressem du lit.

Quelquefois, lorsque le cours d'eau n'est pas considérable, et que la nature ainsi que la disposition du terrain le permettent, on entreprend de redresser ce lit. L'on se trouve alors dans le cas d'un canal à mener d'un point à un autre, problème qui a été résolu dans le chapitre précédent.

Nous remarquerons au sujet de tels redressemens, et en général au sujet des travaux à faire sur les cours d'eau, qu'il

faut bien prendre garde de ne pas produire, en amont ou en aval de la localité où se font les travaux, un mal plus grand que celui auquel on voulait remédier. Les questions relatives à ces objets exigent une parfaite connaissance des lieux et de la rivière dans ses divers états : c'est l'expérience et le génie de l'ingénieur qui peuvent mener à une solution convenable, et non les règles ou les considérations générales qu'on expose dans un manuel. Je renvoie en conséquence aux ouvrages des savans, Guglielmini, Manfredi, Frisi, Fabre, etc., qui ont traité de ces redressemens et travaux, et particulièrement à l'*Hydraulique* de Dubuat, SS. 127 — 139.

Ce dernier auteur a encore présenté diverses considérations relatives aux coudes des rivières et aux moyens de les adoucir. Je me bornerai à remarquer à ce sujet, 1.° que la résistance des coudes au mouvement est généralement petite; 2.° que le courant, se portant sur la rive concave, y exerce son action destructive et y donne lieu à une plus grande profondeur, tandis que les dépôts et attérissemens se font au pied de la berge opposée.

ART. 2. *Considérations sur le mouvement, la vitesse et la dépense de l'eau dans les rivières.*

1. *Forme de la surface fluide.*

Figure en 15. 121. Les canaux conduisent un même volume d'eau, leur pente est constante, et leurs dimensions sont les mêmes sur toute la longueur; par suite, le mouvement y est uniforme, et la coupe longitudinale de la surface fluide y est une ligne droite (ou une suite de lignes de même pente). Il n'en est plus de même des rivières, où, depuis la source la plus reculée jusqu'à l'embouchure, le volume d'eau y est augmenté continuellement

par les affluens qu'elles reçoivent, et où, même d'un affluent à l'autre, le lit éprouve de grandes variations, tant dans sa pente que dans ses dimensions.

Avant d'examiner les effets de ces variations, je rappelle (75) un principe particulièrement applicable aux rivières. Dans toute masse fluide qui se meut sans solution de continuité, par chacune des sections faites perpendiculairement à la direction du mouvement, il passe un même volume d'eau dans un même tems; et, par conséquent, la vitesse des molécules à leur passage par les diverses sections est en raison inverse de l'aire de la section, du produit de sa largeur par sa hauteur.

D'après cela, lorsque la pente d'une rivière, après s'être maintenue constante sur une certaine longueur, vient à augmenter, la vitesse augmentant en conséquence, et la largeur du lit demeurant à peu près la même, la hauteur de la section diminuera : le passage de la hauteur première à la hauteur moindre se faisant graduellement, la surface fluide présentera, dans cette partie, une forme convexe, et le mouvement y sera accéléré. Par une raison analogue, la surface serait concave et le mouvement serait retardé, si à une pente quelconque succédait une pente moindre.

Cette pente moindre peut même être, sur une petite étendue, une *contre-pente*, c'est-à-dire, avoir une inclinaison opposée à l'inclinaison générale du lit: telle serait, par exemple, la pente

que présenterait, vers l'amont, un banc de cailloux, épais et peu large, déposé transversalement sur le lit d'un fleuve. Le fluide, par suite de la vitesse antérieurement acquise, le franchira : en y montant, sa surface deviendra concave; elle sera convexe dans la descente. Mais la flèche de la courbe, ou l'élévation de la surface fluide au-dessus de l'obstacle, par rapport au plan général de la surface du fleuve, ne sera pas aussi considérable que l'élévation de l'obstacle lui-même au-dessus du plan général du lit : la gravité agissant sur les molécules fluides, durant leur mouvement ascensionnel, ne leur permettra pas d'atteindre une élévation pareille.

Les élargissemens ou rétrécissemens du lit produiront des effets semblables aux augmentations ou diminutions de la pente. Ainsi, tout demeurant d'ailleurs dans le même état, s'il survient un élargissement, la hauteur de l'eau diminuera, mais dans un rapport un peu moindre que l'augmentation de largeur, vu que la vitesse aura aussi éprouvé une petite diminution, le périmètre mouillé étant devenu plus grand comparativement à la section.

122. Lorsqu'un affluent apporte un nouveau volume d'eau dans un lit qui conserve ses dimensions et sa pente, la hauteur augmente, mais non pas proportionnellement au volume du fluide.

En effet, d'après ce que nous avons vu (92 et 103) on a, à très-peu près, $Q = 51\, lh \sqrt{\frac{plh}{l+2h}}$, l et h étant la largeur

et la hauteur moyennes de la section. Dans le cas où le lit serait fort large et où l'on pourrait en conséquence, sans erreur notable, négliger $2h$ sous le radical, on en conclurait, la pente étant constante, que Q est proportionnel à $lh\sqrt{lh}$; ou même à $h\sqrt{h}$, la largeur demeurant sensiblement la même: alors h croîtrait proportionnellement à $Q^{\frac{2}{3}}$; il serait aussi proportionnel à v^2.

123. Il suit de ce qui vient d'être dit: 1.° Que la coupe longitudinale de la surface d'une rivière faite par un plan vertical présente une suite de lignes droites de peu de longueur, jointes par des lignes courbes, moins longues encore, et tantôt convexes, tantôt concaves; 2.° qu'un mouvement accéléré correspond aux premières courbes, et un mouvement retardé aux secondes; 3.° que les inégalités de cette coupe correspondent à celles du lit, mais qu'elles sont moins fortes; à peu près comme l'indique la figure 24, où AB représente la coupe de la surface et CD celle du lit. Fig. 24

124. La section transversale de la surface d'une rivière présente encore une forme remarquable; c'est une courbe convexe, dont le sommet correspond au fil de l'eau : à partir de ce point de plus grande vitesse, le niveau baisse de part et d'autre jusqu'aux bords, et il baisse d'une quantité tantôt égale, tantôt inégale vers chacun d'eux. Plus la vitesse des différentes parties du courant est grande, et plus leur élévation respective est considérable. Les figures 25 et 26 représentent en réalité cet état des choses; la première se rapporte à une grande rivière et la seconde à un coursier. Figure travers. Fig. 25 et

Cette forme d'un courant serait, d'après Dubuat, la conséquence d'un principe dont il a constaté l'exactitude par des expériences directes, et qu'il énonce en ces termes : *si par une cause quelconque, une colonne fluide comprise dans un fluide indéfini ou contenu entre des parois solides, vient à se mouvoir avec une vitesse donnée, la pression qu'elle exerçait latéralement avant son mouvement contre le fluide ambiant ou contre la paroi solide, sera diminuée de toute celle qui est due à la vitesse avec laquelle elle se meut* (1). Par suite, les molécules du fil de l'eau et des filets environnans, allant plus vite que celles des bords, exerceront contre elles une pression moindre; et il en faudra un plus grand nombre, c'est-à-dire une colonne plus haute, pour leur faire équilibre. Je dois toutefois remarquer que le principe de Dubuat, et la justesse de son application au cas actuel, ont été contestés par divers auteurs. (2) Cependant il pourrait bien n'être qu'une extension d'un autre principe dont il a été déjà fait mention (44) et sur lequel nous insisterons dans le chapitre suivant (173).

2. *Détermination de la vitesse.*

125. La connaissance de la vitesse d'une rivière est souvent nécessaire, soit pour mettre à même

(1) Dubuat, *Principes d'hydraulique*, §. 453.

(2) Bernard, *Nouveaux principes d'hydraulique*, p. 172. — Navier, *Architecture hydraulique de Bélidor*, pag. 342.

d'apprécier l'action du courant sur son lit, soit, et plus fréquemment, pour en déduire le volume d'eau mené, volume qu'il faut connaître pour savoir ce qu'une rivière peut fournir à la navigation, aux usines ou aux irrigations d'une contrée, pour répartir, avec justice ou convenance, ses eaux entre divers services, etc.

On emploie à la détermination de la vitesse des grands cours d'eau, 1.° les formules qui donnent celle des canaux, lorsque quelque portion d'une rivière peut être assimilée à un canal : 2.° les mesures physiques ; elles indiquent la vitesse de plusieurs points d'une même section, et l'on en conclut la moyenne pour cette section.

126. Lorsqu'une rivière, sur une longueur de mille mètres au moins, présente une pente assez uniforme, et un lit assez régulier pour qu'on puisse admettre une section moyenne ; et, en même tems, qu'au-dessus ou au-dessous d'une telle longueur, le mouvement n'éprouve aucune perturbation notable, on mesurera avec un grand soin cette pente, et on prendra le profil de quelques sections de la masse fluide. On en déduira les valeurs de p, s et c ; on les substituera dans les formules des n.os 101 ou 103, et l'on aura la vitesse cherchée.

Ce mode de détermination, bien qu'il ne puisse être regardé que comme approximatif, sera cependant employé de préférence toutes les fois que les localités en permettront l'application.

les hydromètres. Mais rarement la permettront-elles; et il faudra avoir recours aux mesures directes : nous allons en traiter dans les numéros suivans; nous y ferons d'abord connaître les instrumens ou *hydromètres* avec lesquels on effectue ces mesures. Commençons par ceux qui donnent la vitesse à la surface.

flotteurs. 127. Le plus simple, le plus direct, et même le plus sûr lorsqu'il est convenablement employé, est un *flotteur*, qui, placé sur l'eau, en prend la vitesse. Dans l'usage ordinaire, on se sert de morceaux de bois, ou autres corps d'une pesanteur spécifique presque égale à celle de l'eau, et l'on compte le nombre de secondes qu'ils emploient à parcourir une distance préalablement mesurée. Lorsqu'on veut plus d'exactitude, on fait usage de boules de fer-blanc ou de cuivre creuses, qu'on leste avec de la grenaille de plomb, de manière à ce qu'elles s'enfoncent presque en entier dans l'eau. On les place sur le plus fort du courant, et assez en amont du point d'où l'on commence à compter le nombre de secondes dans lequel est parcouru l'espace mesuré, pour qu'en y arrivant elles aient déjà acquis la vitesse du fluide circonvoisin. De cette manière, et en répétant deux ou trois fois l'opération, on peut espérer d'avoir assez exactement la vitesse du filet allant le plus vite. Mais pour les filets compris entre lui et les bords, ce mode ne peut plus servir; le flotteur ne se maintiendrait pas dans la direction nécessaire.

Je dois remarquer que les flotteurs ne doivent pas s'élever sensiblement au-dessus de la surface fluide; autrement leur direction, comme leur vitesse, serait influencée par le vent. De plus, s'ils étaient trop saillans, et que la pente fût considérable, pareils à des corps placés sur un plan incliné, leur vitesse s'accélérerait jusqu'à ce qu'elle fût réduite à l'uniformité par la résistance du plan; et si ce plan se mouvait lui-même, leur vitesse absolue serait plus grande que la sienne; c'est-à-dire que celle des flotteurs serait plus considérable que celle de la surface fluide.

Volant à aubes. 128. La vitesse, en un point donné de cette surface, se détermine très-convenablement à l'aide d'un volant, ou petite roue à aubes faite d'un bois très-léger, et très-mobile sur son axe. En l'établissant sur le courant de manière qu'une aube

plonge dans le fluide, son centre de percussion en prendra à très-peu près la vitesse. Dubuat s'est servi, avec succès, d'une roue en sapin de 0^m73 de diamètre, et portant huit aubes carrées de 0^m08 de côté; l'arbre tournait sur deux petits tourillons en fer retenus dans des chappes de cuivre : le tout ne pesait que 0^k69. (*Hydraul.*, S. 441.)

129. Le *pendule hydrométrique*, qu'on emploie aussi au même usage, consiste en une boule d'ivoire ou de métal creux soutenue par un fil dont l'extrémité est fixée au centre d'un quart de cercle gradué. On établit cet appareil au-dessus du point dont on veut avoir la vitesse, de manière que la boule plonge dans l'eau. Le courant l'entraîne; le fil s'incline; et la racine carrée de la tangente d'inclinaison, multipliée par un nombre constant, donne la vitesse cherchée. Pendule hydrométrique Fig. 27

Soit, en effet, ϖ le poids absolu de la boule A; construisons le parallélogramme ABCD, où $AD = \varpi$, et l'angle d'inclinaison $EOA = CAD = i$. Dans la position où est la boule, son poids effectif, la force avec laquelle elle tend à descendre, sera $\varpi \cos i$. AB, qui est la portion du poids qui fait équilibre à l'action du courant, qui en mesure l'effort, sera $\varpi \sin i$, et $\varpi \frac{\sin i}{\cos i} = \varpi \operatorname{tang} i$ comparativement au poids effectif : cet effort est donc proportionnel à la tangente de l'angle d'inclinaison. Il l'est encore, ainsi que nous le verrons dans la section suivante, au carré de la vitesse du courant. Cette vitesse sera donc proportionnelle à la racine de la tangente d'inclinaison, et l'on aura $v = n\sqrt{\operatorname{tang} i}$.

Le multiplicateur n sera constant pour une même boule; et, par prudence, on le déterminera directement par l'expérience. A cet effet, on essayera le pendule avec sa boule sur un courant dont la vitesse aura été déjà déterminée par un autre moyen, comme par le volant à aubes; et cette vitesse, divisée par la racine de la tangente de l'inclinaison qu'on aura eue dans cette expérience, donnera la valeur de n.

On peut voir dans l'Hydraulique de Venturoli, une théorie plus générale de ce pendule simple, et des pendules composés.

Venons aux hydromètres destinés à mesurer les vitesses au-

dessous de la surface. On en a imaginé et employé un grand nombre : je cite les trois suivans.

Fig. 28. Tube de Pitot.

130. Le plus simple est le *tube de Pitot;* ainsi appelé du nom de celui qui le premier en proposa l'usage (1). Les essais qu'il en fit sur la Seine lui découvrirent le fait si important de la diminution graduelle dans la vitesse des rivières, depuis la surface jusqu'au fond; fait qui était en opposition avec les idées généralement reçues par les savans d'Italie, les plus avancés de l'Europe dans la connaissance du mouvement des eaux courantes. Ils admettaient que dans une rivière aussi la vitesse des molécules est en rapport avec la pression de la masse qui se trouve verticalement au-dessus; et par conséquent qu'elle augmente avec la profondeur.

L'instrument dont Pitot se servait, était un simple tube de verre recourbé par le bout inférieur. On l'enfonçait dans le courant jusqu'à ce que l'orifice de ce bout, tourné vers l'amont, fut au niveau de la veine dont on voulait avoir la vitesse. Cette veine, pressant le fluide contenu dans le tube, le faisait monter dans la branche verticale; et l'on regardait la hauteur à laquelle il s'élevait au-dessus de la surface de la rivière, comme la hauteur due à la vitesse du courant.

Il n'en est pas exactement ainsi. Cette hauteur mesure bien la somme des pressions exercées sur l'orifice du tube. Mais la pression qui s'exerce sur un corps plongé dans l'eau est dépendante de la forme de ce corps, ainsi que nous le verrons par la suite. De plus, celle des divers filets fluides de la veine choquante va en diminuant du centre à la circonférence, de sorte qu'il faut isoler en quelque sorte un filet, le filet central, par exemple, et qu'en outre il faut consulter l'expérience sur les effets de la forme du tube. Dubuat, auteur de ces observations, a trouvé, qu'en donnant à l'orifice la forme d'un entonnoir, dont on ferme l'entrée à l'aide d'une plaque percée d'un petit trou au centre, les deux tiers seulement de l'élévation dans le tube étaient la hauteur due à la vitesse, et que l'on avait en conséquence $v = \sqrt{2g\frac{2}{3}h} = 3{,}62\sqrt{h}$; h étant la hauteur de l'eau dans le tube au-dessus de la surface du courant. (*Hydraul.*, S. 572.)

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris.* Année 1732.

M. l'ingénieur Mallet termine la branche horizontale du tube par un cône n'ayant qu'un millimètre d'ouverture au sommet. Comme Michelotti, il fait son tube en tôle et d'environ $0^{m}03$ de diamètre; il y introduit un flotteur surmonté d'une petite tige; et il le fixe à une perche, comme il est fait pour les hydromètres dont il sera bientôt question. Lorsque l'instrument est mis en place, et au point dont on veut avoir la vitesse, le cône étant exactement dans la direction du courant et tourné vers l'amont, on observe la hauteur de la tige: puis, on retourne l'instrument vers l'aval, et on prend encore note de la hauteur de la tige. La différence des deux hauteurs, multipliée par un coefficient particulier à ce tube et donné par une expérience préalable, sera la hauteur due à la vitesse de la partie du courant correspondante au cône.

Malgré la simplicité de l'instrument et de la méthode, on en fait peu d'usage. On ne peut mesurer la hauteur de l'eau avec une exactitude suffisante, pour en déduire une vitesse précise, surtout lorsque cette vitesse est fort petite.

131. On a cherché des indicateurs plus sensibles dans des plaques que l'on exposait directement au choc de la partie de la rivière dont on voulait avoir la vitesse : le poids qu'il fallait employer pour les maintenir contre l'action du courant, en mesurait la force; et on en concluait la vitesse, d'après les règles qui seront données dans la section suivante. La forme de ces *balances* ou *romaines hydrométriques* a été variée de diverses manières. Je me bornerai à donner une idée de celle que Brünings a employée dans les nombreuses expériences dont il sera bientôt question, et à laquelle il a donné le nom de *tachomètre* (mesureur de vitesse).

Tachomètre de Brüning Fig. 29.

Il consiste en une plaque A fixée à l'extrémité d'une tige AB qui se meut, dans la douille *m*, perpendiculairement à la barre DE, dont le bas repose sur le fond du lit, et sur laquelle on arrête l'instrument à la hauteur convenable. En B est fixé un cordon qui passe sur la poulie de renvoi C, et va aboutir à l'extrémité du petit bras d'une romaine, dont l'autre bras porte le poids P. Lorsque le tachomètre est convenablement placé, pour la détermination à laquelle on veut le faire servir, le courant agit sur la plaque, il tend à la pousser de A en B; et on recule le poids P, jusqu'à ce qu'il la main-

tienne en équilibre. De sa position, on conclut l'effort du courant, et par suite sa vitesse.

Moulinet de Voltmann. fig. 30 et 31.

132. On met actuellement, surtout en Allemagne, au-dessus de tous ces instrumens, le *moulinet hydrométrique de Woltmann*, dont ce savant a publié la description et l'usage en 1790. Il présente un arbre tournant qui porte quatre petites ailes disposées comme celles d'un moulin à vent. Le courant les fait tourner, et du nombre de révolutions faites en un certain tems, lequel est indiqué par l'instrument même, on conclut directement la vitesse.

En effet, abstraction faite de la très-petite résistance due au frottement de l'arbre sur ses supports, la vitesse du courant est proportionnelle à celle des ailes, et celle-ci l'est au nombre n de tours faits dans l'unité de tems, ou, ce qui revient au même, au nombre N fait dans un tems T et divisé par ce tems; de sorte qu'on a $v = \alpha n = \alpha \frac{N}{T}$: α étant un coefficient constant pour un même moulinet, et à déterminer par l'expérience.

A cet effet, on place le moulinet dans un courant dont la vitesse a été déterminée par un autre moyen : on prend le nombre de tours qu'il y fait pendant un certain tems, on divise ce nombre par ce tems; on divise encore la vitesse par le quotient qu'on vient d'obtenir, et l'on a α. Plus simplement encore, en admettant (et je crois qu'il en est ainsi, dans ce cas) que la pression exercée par un fluide en repos sur une petite plaque en mouvement, est égale à celle que le fluide en mouvement exerce contre la plaque en repos, la vitesse étant la même dans les deux cas; on fait parcourir au moulinet un certain espace dans une eau stagnante, dans un bassin, par exemple, dont on fait plusieurs fois le circuit; et l'on divise l'espace parcouru par le nombre de tours de l'arbre; le quotient est encore la valeur de α; car $v = \frac{E}{T}$, ainsi $E = \alpha N$ ou $\alpha = \frac{E}{N}$.

L'utilité dont cet instrument peut être, me porte à faire connaître la disposition et les dimensions de ses parties principales, que la figure 31 représente d'ailleurs à moitié de leur grandeur naturelle. Les ailettes, au nombre de quatre,

sont de minces plaques de cuivre carrées de $0^{m}025$ de côté, et dont le milieu est à $0^{m}05$ de l'axe de rotation : leur plan fait un angle de 45 degrés avec cet axe. Pour les petites vitesses, où il faut un instrument plus sensible, on double et le côté des ailes et leur distance à l'arbre tournant. On a ainsi deux assortimens d'ailes; et l'on monte, sur cet arbre, celui qui est le plus convenable à l'opération que l'on se propose de faire. — Les roues dentées ont chacune 50 dents; et le pignon, qui transmet le mouvement de l'une à l'autre, n'en a que 5; de sorte qu'elles peuvent indiquer jusqu'à 500 tours. Elles sont portées sur un châssis mobile autour d'une de ses extrémités, et qu'un ressort à boudin tient éloigné de l'arbre tournant. Sur cet arbre, comme sur une vis sans fin, est une courte hélice, dans les pas de laquelle s'engrènent les dents des roues, lorsqu'elles sont suffisamment rapprochées; ce rapprochement s'effectue en tirant de bas en haut, à l'aide d'un cordon, l'extrémité mobile du châssis.

Lorsqu'on veut opérer, on commence par faire en sorte que les parties tournantes de l'instrument aient toute la mobilité possible; et on place le zéro du numéro des dents de chacune des deux roues vis-à-vis l'index respectif fixé au limbe. Puis l'on introduit une perche de bois, ou mieux une tige de fer, dans la douille du moulinet, que l'on y fixe à un point dépendant de la profondeur où l'on veut avoir la vitesse. Si cette profondeur est petite, on place et assujettit la tige à quelques mètres en avant de l'extrémité antérieure d'une nacelle, que l'on amarre au lieu de l'opération. Pour les grandes profondeurs, on se sert de deux bateaux, que l'on joint par de forts madriers allant de l'un à l'autre; et c'est sur ce ponton que l'on s'établit : on le conduit et on le fixe au point voulu; et puis on descend la barre portant le moulinet, jusqu'à ce que son extrémité soit au fond de la rivière. — Lorsque tout est prêt, une personne, au signal donné par celui qui doit compter le tems, tire le cordon du châssis portant les roues dentées, et elle les tient ainsi pressées contre l'arbre tournant, lequel leur communique alors le mouvement. A un second signal, on lâche le cordon; le ressort à boudin repousse le châssis, l'engrenage cesse et les roues s'arrêtent. On retire l'instrument de l'eau, et on

lit, vis-à-vis les index, le nombre de tours faits par le moulinet dans l'intervalle de tems qui s'est écoulé entre les deux signaux : ce nombre, divisé par ce tems et multiplié par le coefficient propre au moulinet, est la vitesse cherchée.

Vitesse moyenne d'une section.

133. A l'aide des hydromètres dont nous venons de parler, on ne détermine, dans une opération, que la vitesse d'un des filets fluides d'une section. Pour avoir sa vitesse moyenne, il faudrait, 1.° prendre, sur la limite supérieure de la Fig. 32. section, plusieurs points *a, b, c, d,* etc.; imaginer une verticale abaissée de chacun d'eux, et calculer l'aire de chaque portion de la section comprise entre deux d'entre elles : 2.° prendre sur la même ligne d'autres points intermédiaires a', b', c', d', etc.; conduire et fixer, sur chacun d'eux, le ponton portant l'hydromètre; descendre successivement cet instrument, de manière à avoir la vitesse à six, sept, huit, etc., points pris verticalement les uns au-dessous des autres; sommer ces vitesses et diviser la somme par leur nombre, pour avoir la *vitesse moyenne d'une même verticale* : 3.° multiplier chaque vitesse moyenne par l'aire de la portion respective de la section : 4.° enfin, ajouter ces produits et diviser leur somme par l'aire de la section entière.

On voit par cet exposé combien de tems, de soins et de frais exige la détermination de la *vitesse moyenne de la section* d'une grande rivière, et combien il serait avantageux de pouvoir la conclure de la simple vitesse de fil de l'eau pris à la surface, vitesse qui se détermine avec assez de facilité et d'exactitude. Il suffirait, pour pou-

voir en agir ainsi, de connaître le rapport entre ces deux vitesses.

Mais on est bien loin d'avoir une telle connaissance. On n'a pas même encore celle du rapport qui peut exister entre la vitesse moyenne et celle de la surface pour une même verticale. Ce dernier rapport a été cependant l'objet des recherches de quelques hydrauliciens; j'expose les principales.

Rapport de la vite moyenn à celle de surface, une mêm verticale

134. Déjà, dans la seconde moitié du dernier siècle, on s'était occupé, en Italie, de déterminer, par l'expérience, la loi que suit le décroissement de la vitesse des rivières depuis leur surface jusqu'au fond. Quelque tems après, en 1789 et 1790, Brünings exécuta dix-huit suites d'expériences sur autant de points pris sur les différens bras du Rhin qui traversent la Hollande: pour chaque suite, il détermina, à l'aide de son tachomètre (131), la vitesse du fleuve à un pied (0^m31) au-dessous de la surface; et puis, de pied en pied, sur la même verticale jusqu'au fond.

De ces observations on conclut qu'en général la vitesse diminue graduellement à partir de la surface, ou plutôt à partir d'une petite distance prise au-dessous; et que la diminution, faible d'abord, devient de plus en plus forte à mesure qu'on approche du fond.

Mais ces expériences présentent trop d'anomalies et quelquefois même des faits trop contradictoires pour qu'on puisse en déduire la loi suivant laquelle se fait la diminution, même en

faisant abstraction des nombreuses causes perturbatrices dues aux irrégularités du lit et à ses coudes. Woltmann avait regardé cette loi comme étant celle que suivent les ordonnées d'une parabole renversée : ainsi, sur la figure 16, si BC représentait la vitesse à la surface et PM celle au fond, DE serait la vitesse à la profondeur BD. A la parabole, Funk substitua la logarithmique; c'est-à-dire que, selon lui, pendant que la profondeur croîtrait en progression arithmétique, la vitesse décroîtrait en progression géométrique. Eytelwein, après avoir observé qu'on ne pouvait reconnaître aucune loi constante dans les résultats des expériences, finit par admettre, provisoirement et comme mode d'approximation, une décroissance de vitesse en progression arithmétique, et une diminution de $\frac{1}{40}$ de la vitesse de la surface par chaque mètre d'enfoncement : de sorte que V étant cette vitesse, et p la profondeur de la rivière, au point que l'on considère, la vitesse moyenne des molécules de la verticale serait $V(1 - 0{,}0125p)$. Mais les expériences de Brünings sont loin d'autoriser une telle conclusion.

135. Je fais connaître, par le tableau suivant, la vitesse de la surface et la vitesse moyenne des verticales sur lesquelles cet observateur a opéré. La vitesse moyenne a été déterminée en divisant la somme des vitesses de la verticale, prises de pied en pied, par le nombre de pieds de cette verticale. La dernière ligne du tableau présente le résultat d'une série d'expériences faites par Ximenès sur l'Arno.

FLEUVE.	PROFONDEUR.	VITESSE à la surface V.	VITESSE moyenne u.	$\frac{u}{V}$
	mèt.	mèt.	mèt.	
Waal.....	1,57	0,670	0,627	0,934
Idem.....	1,57	0,708	0,664	0,938
Bas-Rhin	1,88	0,874	0,779	0,892
Idem.....	2,51	1,001	0,926	0,925
Haut-Rhin	2,51	1,097	1,058	0,965
Issel.....	2,82	1,263	1,218	0,965
Idem	2,82	1,289	1,243	0,965
Bas-Rhin	2,82	1,307	1,259	0,963
Waal.....	3,45	1,025	0,938	0,915
Bas-Rhin	3,45	1,379	1,320	0,957
Haut-Rhin	3,76	1,307	1,220	0,936
Bas-Rhin	3,76	1,397	1,286	0,921
Idem	3,76	1,416	1,361	0,962
Idem	3,76	1,433	1,369	0,954
Idem	4,08	1,484	1,341	0,934
Waal.....	4,39	1,184	1,068	0,902
Idem.....	4,39	1,226	1,131	0,923
Haut-Rhin	4,39	1,467	1,332	0,908
Arno	4,57	1,004	0,923	0,919

Un simple coup d'œil sur la dernière colonne montre qu'il n'y a aucun rapport suivi entre les deux vitesses. Peut-être de l'ensemble des observations pourrait-on conclure que ce rapport augmente un peu (s'éloigne de l'unité) avec la profondeur?

J'ai été étonné en voyant des différences aussi petites entre la vitesse de la surface et la vitesse moyenne : elles ne s'élèvent pas à un dixième de la valeur de la première de ces deux vitesses; tandis que dans les expériences sur le canal de Dubuat, la différence avait été de deux dixièmes, terme moyen (114).

Jaugeage des cours d'eau.

136. La détermination de la vitesse d'une rivière et d'un cours d'eau en général a principalement pour objet la détermination du volume du fluide qu'il mène; c'est-à-dire, le *jaugeage du cours d'eau.*

Il s'effectue en multipliant la vitesse moyenne d'une section par l'aire de la section.

Lorsque cette vitesse est donnée par les formules relatives aux canaux, ces formules font encore connaître la dépense.

Quand la vitesse moyenne est le résultat des mesures hydrométriques faites sur divers points, ce que nous avons dit à son sujet (133) indique également la manière d'obtenir le volume d'eau.

Jaugeage à l'aide des mesures.

Ce mode de jaugeage est si long et si compliqué qu'on y a rarement recours. Cependant il a été employé sur quelques fleuves de l'Allemagne, sur l'Elbe, le Weser, la Saale, etc. Funk a consigné dans son *Hydrotechnie* (1) quelques détails des opérations qui ont été faites à ce sujet. On ne se bornait pas à une seule section du fleuve que l'on voulait jauger; on en a pris jusqu'à 150 pour la Saale. Je vais citer, comme exemple, les résultats obtenus sur une d'elles.

(1) *Versuch....* ou *Essai d'une exposition des principales doctrines de l'hydrotechnie fondée sur la théorie et l'expérience.* Berlin, 1820.

Cet ouvrage est remarquable par des tableaux contenant 841 expériences faites, tant par l'auteur que par les principaux hydrauliciens de l'Europe, sur le mouvement de l'eau dans des canaux, des rivières, et à la sortie des réservoirs.

137. La figure 32 donne une idée de cette section (en observant toutefois que l'échelle des profondeurs y est triple de celle des largeurs). Elle a été divisée en sections partielles, A, B, C, etc., dont on a calculé l'aire. Les vitesses, sur divers points des verticales abaissées de a', b', c', etc., ont été déterminées à l'aide du moulinet de Woltmann : je me borne à donner leur moyenne dans le tableau suivant. A côté, j'indique la moyenne obtenue par la formule que M. de Prony a déduite des expériences de Dubuat (114). J'en agis de même pour la dépense : on a eu celle de chaque section partielle, en multipliant son aire par sa vitesse moyenne; et la somme de ces produits ou dépenses partielles a été la dépense totale du fleuve.

SECTIONS PARTIELLES.			VITESSE à la surface.	VITESSE MOYENNE d'après		DÉPENSE d'après	
Désignation.	Profondeur.	Aire.		l'expér.	Dubuat.	l'expér.	Dubuat.
	mèt.	mèt. carr.	mèt.	mèt.	mèt.	mèt cub.	mèt. cub.
A	0,55	12,31	0,403	0,403	0,315	4,96	3,87
B	0,91	16,75	0,471	0,442	0,370	7,41	6,19
C	2,70	36,03	0,431	0,267	0,337	9,62	12,15
D	6,28	40,78	0,451	0,264	0,353	10,78	14,37
E	6,71	50,12	0,412	0,248	0,322	12,44	16,13
TOTAL...		156,01				45,21	52,71

Si la vitesse est plus grande ici en B qu'en C ou en D, ce sera vraisemblablement l'effet de quelque coude en amont, qui aura dirigé le fil de l'eau vers la rive A.

Jaugeage par les déversoirs

138. On peut encore jauger un cours d'eau en le faisant passer sur un déversoir, et à l'aide des formules (72) relatives à l'écoulement par de telles ouvertures.

Ce moyen, il est vrai, n'est que très-rarement applicable à une grande rivière. Pour qu'il le fût, il faudrait que la crête de la digue, qui en barre le cours, eût tous ses points à un même niveau, et qu'elle fût étroite et saillante; tandis que,

presque toujours, même en admettant qu'elle soit horizontale, on a, après l'arête d'amont, un glacis sur lequel l'eau descend : il faudrait de plus, que l'épaisseur de la lame fluide qui passe sur la crête fût de 0^m05 au moins.

Mais ce mode de jaugeage convient fort bien aux petits cours d'eau. Malgré ses petites incertitudes, il est plus exact que tout autre; et il doit leur être appliqué toutes les fois que cela se peut. On barre le courant par une cloison en planches, sur le haut de laquelle on pratique une ouverture rectangulaire, de manière que l'eau se tienne au-dessus de seuil à 0^m10 au moins, et l'on calcule la dépense par la formule $Q = 1{,}80\, l H \sqrt{H}$.

Je fais quelques observations pratiques.

On choisira un lieu où l'opération puisse être convenablement faite : par exemple, un resserrement du lit où les berges sont peu inclinées.

On verra, par aperçu, quelles doivent être les dimensions de la cloison de barrage et du déversoir qui doit y être pratiqué. Le seuil devra en être à une hauteur, au-dessus du fond du lit, un peu supérieure à la profondeur du courant dans cette partie, avant le barrage; afin que l'eau, après son déversement, ne reflue pas jusqu'au seuil. Entre les bords latéraux du déversoir et les berges, il conviendra de laisser, de chaque côté, une portion de cloison ayant de deux à trois décimètres de large.

Lorsque la cloison sera faite et que le lit sera disposé pour la recevoir, on l'établira : on bouchera les joints avec de la mousse, des étoupes, du suif, etc.; on fermera les issues par lesquelles l'eau passe, sur le fond et sur les côtés, avec des gazons, de l'argile, des mottes de terre, de manière que le barrage soit bien étanche pendant l'opération du jaugeage,

et pendant le peu de tems qu'il a fallu avant que le régime propre au nouvel état de choses fût bien établi.

Quand il l'est, que l'écoulement est stable, on détermine H, ou la hauteur de la surface du courant au-dessus du seuil. A cet effet, je remarquerai que l'eau se tient contre les portions de la cloison comprises entre les berges et les bords du déversoir, à très-peu près au même niveau qu'en amont du déversoir avant que le fluide commence à s'infléchir vers lui. En conséquence, sur chacune de ces deux portions, on prendra un point de la ligne de flottaison; de l'un à l'autre on tendra un cordon, et sa distance verticale au seuil sera H. On la prendra au milieu du seuil pour atténuer l'erreur qui pourrait résulter du défaut de sa parfaite horizontalité.

139. Il peut se présenter un cas que je ne saurais passer sous silence, c'est celui des *déversoirs incomplets*: Dubuat désigne sous ce nom tout déversoir ou barrage dont le seuil C est à un niveau inférieur à celui de la surface B du fluide dans le canal en aval du déversoir. Déversoir incomplet Fig. 3

Pour obtenir la dépense, on divisera, par la pensée, l'épaisseur aC de la tranche d'eau qui passe sur le seuil en deux parties; l'une supérieure et l'autre inférieure au point b. L'écoulement par la première se fait exactement comme par un déversoir complet: ainsi, en appelant q le volume d'eau écoulé par cette partie, et h la hauteur ou charge Ab, on a $q = 1{,}80\, lh\sqrt{h}$. Pour la partie du fluide qui passe au-dessous du point b, on est dans le cas de l'écoulement par un orifice rectangulaire, dont le bord supérieur est recouvert ou au moment de l'être par l'eau de l'aval: en faisant $b\mathrm{D} = a$, $c\mathrm{D} = b$, la hauteur de l'orifice sera $a - b$; sa largeur étant l, sa

charge demeurant h, u étant la vitesse de la tranche d'eau qui passe par bC, avant qu'elle soit à l'orifice, et appelant q' sa dépense, il vient (35, 38 et 85) $q' = 2{,}75\, l(a-b)\sqrt{h + 0{,}051\, u^2}$. Ainsi, pour la dépense totale, on a

$$Q = 1{,}80\, lh\sqrt{h} + 2{,}75\, l(a-b)\sqrt{h + 0{,}051\, u^2}.$$

Nous avons déjà vu (68, 114) la manière dont on obtient u.

Vitesse et dépense absolues des rivières.

140. Avant de terminer nos considérations sur la vitesse et la dépense de l'eau dans les rivières, disons quelques mots de la grandeur absolue de cette vitesse et de cette dépense.

Depuis le plus petit ruisseau des plaines, jusqu'au torrent impétueux des montagnes, jusqu'au grand fleuve des Amazones, on a une suite tellement continue de vitesses et de dépenses, qu'il est bien difficile de les prendre pour base d'une classification des rivières. De plus, les divers pays étant inégalement répartis, à la surface du globe, sous le rapport hydrographique, ce qui serait grand dans l'un, ne le serait plus dans un autre.

Cependant, en ce qui concerne exclusivement la France, nous pourrons dire que la vitesse d'une rivière est faible, lorsqu'elle sera au-dessous de 0^m50; celle de la Seine tient de bien près à cette limite, elle est moyennement de 0^m60 à 0^m65 aux environs de Paris. De 0^m60 à 0^m90 et même à 1^m, on a une vitesse ordinaire: au-dessus, elle serait grande; et très-grande, si

elle dépassait 2^{m}; ce qui est à peu près celle du Rhône et de la Durance; elle y est même double dans les fortes crues. — Quant au volume d'eau charrié, ou à la grandeur proprement dite, un cours d'eau prendra déjà place parmi les rivières lorsque, dans son état ordinaire, il mènera de dix à douze mètres cubes d'eau par seconde. De trente à quarante, ce sera une rivière navigable, à moins de quelque circonstance particulière. A cent mètres et au-dessus, on a nos fleuves : la Seine, sur une largeur moyenne de 130^{m} et 1^{m}50 de profondeur moyenne, roule environ cent trente mètres : la Garonne, à Toulouse, qui dans ses très-basses eaux n'en mène pas même cinquante, en a près de cent cinquante dans son état ordinaire.

Je fais connaître, dans le tableau suivant, quelques circonstances que présentent trois grands fleuves peu éloignés de nos frontières, et qui ont été l'objet de mesures faites avec soin; sur le Rhin, par Brünings; sur l'Elbe, les vitesses ont été déterminées avec le moulinet de Woltmann, dans un lieu où le fleuve est resserré entre les fortifications de Magdebourg.

FLEUVE.	Aux eaux	Largeur moyenne.	Profondeur moyenne.	PENTE.	Vitesse moyenne.	VOLUME d'eau en 1$''$
		mèt.	mèt.		mèt.	mèt. cub.
RHIN	ordinaires	514	3,63	0,000115	0,91	1673
à Nimègue.	hautes	521	4,93	0,000115	1,31	3395
WESER	basses	105	1,98	0,000411	1,58	328.
à Vlotow.	hautes	144	4,12	0,000550	2,41	1428?
ELBE	basses	96	2,64	0,000254	1,15	294
à Magdebourg.	hautes	96	4,07	0,000363	1,63	639

ART. 3. *Des remous.*

141. Un remou, dans la stricte acception de ce mot, est une eau sans mouvement progressif dans le lit d'une rivière, sur un des côtés du courant, et qui y tournoie sur elle-même par suite de l'impulsion de la partie adjacente du courant. On donne aussi ce nom à tout retour de l'eau contre la direction de la rivière. Dubuat, étendant cette dernière acception et prenant la partie pour le tout, a appelé *remou* tout exhaussement de la surface du courant au-dessus du plan général de cette surface, produit par la rencontre d'un obstacle; exhaussement qui, en se propageant vers l'amont, semble accompagné d'un rebroussement du fluide ou d'un vrai remou. Nous adopterons cette extension de nom.

Fig. 34. Dans tout remou, on a à considérer l'exhaussement de niveau ou sa *hauteur* AG, et la distance à laquelle il se propage ou son *amplitude* AB.

Il est produit ou par un obstacle, tel qu'une digue qui barre entièrement le cours de la rivière; ou par une jetée qui n'occupe qu'une partie de la largeur du lit; ou par des constructions qui rétrécissent le passage de l'eau, telles que les piles d'un pont. Nous allons examiner ces trois cas.

Hauteur du remou. 142. Lorsqu'une digue ferme entièrement une rivière, elle force l'eau à s'élever et à se déverser par-dessus. La hauteur de l'élévation au-dessus

de la digue sera la quantité désignée par H, dans la formule $Q = 1{,}80\, l H \sqrt{H}$, et on la déterminera ainsi qu'il est dit au n.° 73. (1)

Si on nomme b la hauteur de la digue sur le fond du lit, b' la profondeur de l'eau avant l'établissement de la digue, la hauteur du remou sera évidemment $H + b - b'$.

Dans le cas d'un déversoir incomplet, on éliminerait h de l'équation du n.° 139, et il serait la hauteur cherchée.

143. Prenons pour terme de comparaison, avec les calculs sur les remous, quelques-unes des belles expériences que M. Bidone a faites à leur sujet.

Il se servait d'un canal en maçonnerie de forme rectangulaire, ayant 0^m3248 de large et dont le fond était légèrement incliné; et il y introduisait un courant dont le volume d'eau était exactement connu. Lorsque le régime était bien établi, que toutes les circonstances du cours d'eau étaient notées, on le barrait par de petites digues en bois, dont on augmentait progressivement la hauteur. On mesurait ensuite, et avec soin, la hauteur et l'amplitude de chaque remou. Je présente ci-après les résultats obtenus, et je renvoie pour les détails à l'important ouvrage de l'auteur. (2)

---

(1) La formule $Q = 1{,}78\, l H \sqrt{H + 0{,}1 w^2}$, plus exacte en théorie, l'est moins en réalité.

Nous avons vu quelque chose d'analogue au sujet des expériences d'Eytelwein et de Bidone sur les déversoirs (68, 69). On n'aurait donc aucun compte à tenir de la vitesse du courant, dans la détermination de sa dépense, par la formule $1{,}80\, l H \sqrt{H}$; H y aurait toujours une même valeur, pour un même volume d'eau, quelle que fût sa vitesse d'arrivée: on dirait que la force vive du fluide, dès qu'il tombe dans la sphère d'activité du déversoir, s'y convertit en une hauteur d'eau, et s'ajoute à celle qui y était d'ailleurs, pour former la charge ou hauteur totale H, laquelle comprendrait alors la fonction convenable de la vitesse d'arrivée.

(2) *Mémoires de l'Académie des sciences de Turin.* Tome XXV.

EAU dépensée en 1″	COURANT sans la digue, vitesse.	COURANT sans la digue, profond.	HAUT. de la digue.	REMOU hauteur sur la digue.	REMOU amplitude.	AMPLITUDE hydrostatique.	DIFFÉRENCE entre les deux amplitudes d'après l'obs.	DIFFÉRENCE entre les deux amplitudes d'après le calc.
mèt. cub.	mèt.	mèt.	mèt	mèt.	mèt.	mèt.	mèt.	mèt.
0,0208	1,361	0,047	0,134	0,102	4,33	6,69	2,56	2,43
			0,160	0,100	4,87	7,44		
			0,188	0,102	5,70	8,28		
			0,217	0,102	6,53	9,04		
0,0351	1,683	0,064	0,136	0,137	3,66	7,32	3,73	3,71
			0,161	0,140	4,44	8,17		
			0,189	0,143	5,22	9,01		
			0,215	0,144	5,87	9,71		
			0,242	0,143	6,69	10,29		
0,0467	1,936	0,074	0,135	0,167	3,36	7,90	4,56	4,91
			0,161	0,168	4,09	8,61		
			0,187	0,167	4,70	9,31		

Pour la hauteur H au-dessus de la digue, dans les trois séries d'expériences, la formule eût donné respectivement 0^m108, 0^m153 et 0^m185 : ces nombres sont plus forts que ceux de l'expérience et d'autant plus que la vitesse est plus grande : vraisemblablement la différence provient de quelque circonstance particulière au canal sur lequel on a opéré.

Amplitude des remous.

144. Si par le point culminant du regonflement, point qui n'est qu'à une très-petite distance de la digue, on imagine une ligne horizontale, prolongée jusqu'à la rencontre de la surface du courant, telle qu'elle était avant l'établissement de la retenue, cette ligne serait l'amplitude du remou, si l'eau regonflée était en repos et indépendante de l'action du courant; elle en serait l'*amplitude hydrostatique*.

Fig. 34.

Dubuat, le premier des auteurs qui se soit occupé de la forme et de l'étendue des remous, observant que la profondeur d'eau allait en aug-

mentant à partir de l'origine du regonflement jusqu'au barrage, et qu'en conséquence la vitesse, et par suite l'inclinaison de la surface y allaient en diminuant, conclut que cette surface devait être une courbe concave : il pensa qu'elle différait très-peu d'un arc de cercle, dans sa coupe longitudinale ; et, en appelant H' la hauteur du remou, p la pente du courant avant l'établissement du barrage, et p' la pente de l'eau exhaussée immédiatement avant le point culminant, il la fit égale à $\frac{1,9H'}{p-p'}$. $\frac{H'}{p}$ est l'amplitude hydrostatique, et comme p' est habituellement très-petit par rapport à p, l'amplitude réelle serait à peu près double de l'autre.

Funk, après avoir montré que la méthode de Dubuat péchait par excès, sans d'ailleurs être conduit par une théorie ou par la discussion raisonnée d'un grand nombre d'observations, admit que les filets fluides de la surface du remou étaient des arcs concaves d'une parabole dont le sommet serait sur la surface du courant, à une distance du barrage égale à deux fois l'amplitude hydrostatique, et dont le paramètre serait $\frac{1}{2}H'p$. En conséquence, à une distance quelconque a du barrage, la hauteur du regonflement au-dessus de la surface primitive du courant est $2H' - pa - \sqrt{H'^2 - \frac{1}{2}H'pa}$. Lorsque $a = \frac{3H'}{2p}$, cette hauteur est zéro, et l'on a le point où la surface du remou joint celle du courant ; l'amplitude serait donc $\frac{3H'}{2p}$, c'est-à-dire une fois et

demie l'amplitude hydrostatique. Funk, voulant faire voir qu'il en était réellement ainsi, a comparé quelques amplitudes observées, avec celles que donnait sa règle: les unes et les autres sont notées ci-contre.

AMPLITUDE.	
Observat.	Calcul.
mèt.	mèt.
7127	7007
5868	6984
1940	2128
785	900

On regardait généralement la surface d'un remou comme concave, et plus longue que l'amplitude hydrostatique, lorsqu'en 1820, M. Bidone, par les expériences citées plus haut, où toutes les circonstances du mouvement avaient été bien constatées et toutes les dimensions exactement mesurées, vint montrer des remous à surface plane et horizontale, plus courte que l'amplitude hydrostatique, et qui se joignait à la surface du courant par une courbe convexe, presque un quart de cercle : de sorte que l'eau s'élevait, par un saut brusque, de cette surface à celle du regonflement; ainsi qu'on le voit à la figure 32, laquelle présente, sur une échelle de 1 à 60, un des remous observés.

Mais, huit ans après, M. l'ingénieur Bélanger, étendant ses principes du mouvement permanent aux remous, qui en offrent un exemple particulier, ne vit dans les faits rapportés par M. Bidone qu'un cas, pour ainsi dire, exceptionnel à la loi générale, loi qu'il avait établie par l'équation différentielle dont nous avons déjà parlé (page 119), et dont il montre l'application au cas où l'on aurait à déterminer la hauteur du

regonflement à une distance donnée du barrage. D'ailleurs sa formule indique une grandeur infinie pour l'amplitude; de sorte que le remou se perdrait insensiblement dans le courant, à une distance qu'on ne saurait assigner avec précision. Lorsque cette formule aura reçu la sanction de l'expérience, le problème des remous sera résolu.

145. Revenons au cas très-remarquable signalé par M. Bidone, et qui certainement a des analogues, sinon sur des rivières, du moins sur des canaux. Voyons quelle est l'amplitude dans ce cas.

L'expression qu'en donne l'auteur est très-compliquée; mais en examinant ses observations, j'ai remarqué que pour un même canal et une même dépense d'eau, quelle que fût d'ailleurs la hauteur du barrage, la différence entre l'amplitude réelle et l'amplitude hydrostatique était à très-peu près la même, ainsi que le montre le tableau ci-dessus (143), et cette observation m'a paru devoir conduire à une expression plus simple.

J'en expose une qui s'est d'abord présentée à moi; mais que je ne donne que comme pouvant conduire à une première approximation. — Nous avons déjà eu occasion de voir que lorsque de l'eau, sortant d'une ouverture de vanne, entrait avec rapidité dans un canal où se trouvait déjà d'autre eau se tenant à une plus grande élévation, elle repoussait cette dernière jusqu'à une certaine distance. Il en serait de même ici : le courant arrivant avec une certaine vitesse sur l'eau du regonflement, eau presque stagnante, ou s'avançant moins vite, la poussera devant lui; il la forcera en quelque sorte à rebrousser chemin; et la longueur du rebroussement, qui est la différence entre les deux amplitudes, sera d'autant plus grande que la vitesse du courant sera plus forte, ainsi qu'on le voit dans le tableau des expériences. Le courant est ici comme une force qui bande une suite de ressorts; c'est une force vive, et son effet, la longueur du rebroussement doit être proportionnelle au carré de la vitesse (et il en est à

peu près ainsi dans toutes les expériences de M. Bidone). Je trouve, en admettant une telle proportionnalité, 1,31 ν^2 pour cette longueur. Les résultats de cette expression sont portés à la dernière colonne du tableau, et l'on remarquera qu'ils ne diffèrent que peu de ceux de l'expérience. D'après cela, l'amplitude serait exprimée par $\frac{H'}{p} - 1{,}3\,\nu^2$.

Nous avons vu ailleurs (124) que dans un courant régulier la vitesse était plus grande au milieu que sur les bords. En conséquence des observations qui viennent d'être faites, le remou devra s'y étendre moins loin dans le milieu : et effectivement, dans toutes les expériences de M. Bidone, sa longueur y a été de deux à quatre centièmes plus petite que sur les bords.

Remou produit par rétrécissement du lit.

146. Si une construction faite dans une rivière ne s'étendait pas sur toute la largeur du lit, qu'elle n'en barrât qu'une partie, toute l'eau obligée de passer par l'autre, c'est-à-dire par un espace plus étroit, devra y passer plus vite : l'excès de vitesse ne peut être produit que par un exhaussement de la surface du courant en amont de la construction, lequel cesse en aval et donne lieu à une chute, cause de l'augmentation de vitesse.

Cet exhaussement sera égal à la différence entre les hauteurs dues aux vitesses avant et après l'établissement du barrage. Soit x sa valeur, L la largeur moyenne de la rivière avant le rétrécissement, l la largeur de l'espace rétréci, V la vitesse à cet espace, v celle de la rivière lorsqu'elle était libre, et h la profondeur de l'eau à cette même époque : la section de la masse fluide était alors Lh; après le rétrécissement, elle sera $l(h+x)$, ou plutôt $ml(h+x)$,

m étant le coefficient de contraction à l'entrée de l'espace rétréci. Puisque les vitesses sont en raison inverse des sections, on aura $V : v :: Lh : ml(h+x)$; d'où $V = v\,\frac{Lh}{ml(h+x)}$. La hauteur due à cette vitesse sera $0{,}051\,v^2\left(\frac{Lh}{ml(h+x)}\right)^2$; la hauteur due à v est $0{,}051\,v^2$; on aura donc

$$x = 0{,}051\,v^2\left\{\left(\frac{Lh}{ml(h+x)}\right)^2 - 1\right\}$$

Dans l'application, on négligera d'abord la fraction $\frac{h}{h+x}$; ce qui donnera une première valeur de x, à l'aide de laquelle on en obtiendra une seconde qui sera plus rapprochée; et qui, à son tour, en donnerait une troisième, si on voulait plus d'exactitude.

147. Les ponts qu'on établit sur les rivières, en rétrécissant la voie de l'eau, donnent lieu, immédiatement au-dessus d'eux, à un rehaussement de niveau de même nature que celui dont nous venons de parler, et qui se calcule de la même manière. Remou occasionné un pon

La somme des intervalles compris entre les piles sera l'espace rétréci par lequel passe toute l'eau; elle sera la quantité désignée ci-dessus par l: et L représentera la largeur de la rivière près du pont. La contraction sera plus forte que dans le cas précédent: Eytelwein l'estime à 0,855 pour les piles dont les avant-becs présentent carrément leur face antérieure au courant; et à 0,95

lorsqu'ils lui présentent un angle aigu, c'est-à-dire lorsque leur coupe horizontale est un triangle acutangle. Dubuat, pour rendre la contraction aussi petite que possible, a proposé de courber les faces des avant-becs suivant une loi à laquelle il a été conduit par une hypothèse dont on pourrait contester l'exactitude : cette courbe différerait d'ailleurs trop peu de la ligne droite pour produire un effet sensiblement plus avantageux, et elle compliquerait la simplicité des constructions : il suffira d'arrondir l'arête antérieure des avant-becs, arrondissement qui est en outre commandé par d'autres considérations.

Donnons un exemple du remou occasioné par un pont : le Weser nous le fournira.

En 1804, au rapport de Funk, il y fut fait plusieurs expériences sur l'exhaussement auquel le pont de Minden donnait lieu : la largeur moyenne du fleuve, en amont, était de $180^{m}71$, et sa profondeur moyenne de $5^{m}37$: il roulait alors 1318^{mmm} d'eau ; et la hauteur du remou fut trouvée de $0^{m}383$. La somme des ouvertures du pont, ou l, était $96^{m}03$.

La vitesse du fleuve en amont du remou, d'après ce qui vient d'être dit, était de $1^{m}358 \left(= \frac{1318}{180,7 \times 5,37}\right)$: mais, comme dans les questions relatives aux remous, c'est la vitesse de la couche supérieure qu'il faut introduire dans le calcul ; et que, d'après des observations faites (135) sur de grands fleuves, comme le Weser, elle est de près d'un dixième plus considérable que la vitesse moyenne, nous ferons $v = 1^{m}494$. Devant les piles, il y avait des constructions destinées à arrêter les glaces, et qui gênaient l'entrée de l'eau sous les arches ; nous donnerons, en conséquence, au coefficient de contraction la plus grande valeur indiquée par Eytelwein, 0,855. Nous avons de plus $L = 180'7$ et $h = 53'7$.

Avec ces valeurs numériques, la formule ci-dessus deviendra

$$x = \frac{(1{,}494)^2}{2g}\left\{\left(\frac{180{,}7 \times 5{,}37}{0{,}855 \times 96\,(5{,}37+x)}\right)^2 - 1\right\}.$$

Négligeant d'abord $\frac{5{,}37}{5{,}37+x}$, on a, pour

première valeur de x . . . . . 0^m437,
laquelle indique pour deuxième valeur . . . . . 0^m358;
puis, on a en troisième valeur . . . . . 0^m370;
et finalement, en quatrième . . . . . 0^m369.

Cette dernière valeur est le résultat du calcul, celui de l'expérience était . . . . . 0^m383.

Les variations qu'éprouve continuellement le coefficient de contraction, ainsi que celui qu'on adoptera pour réduire la vitesse moyenne à celle de la surface, ne permettront jamais de résoudre, avec une grande exactitude, les questions relatives aux remous. Dans la pratique également, leur hauteur et leur amplitude ne sauraient être prises très-exactement; et, de tout côté, on ne peut avoir que des approximations.

Chute en aval du pont

148. Je fais une remarque sur l'inclinaison de la surface d'une masse fluide, qui passe entre deux piles, ou dans un rétrécissement de lit en général. Non-seulement, cette surface s'élève en amont, ainsi que nous venons de le voir; mais encore, en passant dans le défilé, et même un peu au-delà, elle s'abaisse. Par suite de la chute totale, l'eau, un peu au-delà du rétrécissement, possède une vitesse notablement plus grande qu'en amont. Avec cette plus grande vitesse, une plus grande inclinaison et une moindre profondeur, elle atteindra plus facilement le fond; et elle y exercera une plus forte action. Ce sera donc un peu à l'aval d'un pont, que le courant tendra plus particulièrement à creuser son lit et à affouiller les piles. L'ingénieur doit prendre cette circonstance en considération dans les constructions qu'il a à projeter ou à faire exécuter.

Fig. 35.

CHAPITRE III.

DU MOUVEMENT DE L'EAU DANS LES TUYAUX DE CONDUITE.

Similitude du mouvement dans les tuyaux et dans les canaux.

149. Dans un long tuyau incliné, comme dans un canal, l'eau se meut en vertu de son poids, ou plutôt de la partie de son poids rendue active par la pente du tuyau : la force accélératrice, dans l'un et l'autre cas, est gp (n.° 94). De sorte que, si à la partie supérieure d'un réservoir M, on adapte, en AB, soit un canal, soit une suite de tuyaux, en admettant qu'aucun obstacle ne s'oppose à l'action de cette force, le fluide sortirait du point B avec une vitesse due à la hauteur EB.

Fig. 36.

Dans un canal ouvert à sa partie supérieure, il n'est pas exercé de pression sur le fluide qui y entre; tandis qu'il y en a habituellement une en tête des tuyaux. Par exemple, si on descend en CD le tuyau AB, on aura, en C, une force de pression, par suite de laquelle l'eau entrera dans le tuyau avec une vitesse due à la hauteur AC. D'après les premiers principes du mouvement accéléré, cette vitesse doit s'ajouter à celle que le fluide acquiert par l'effet de la pente de C en D : de sorte, qu'abstraction faite de tout obstacle, il sortirait avec une vitesse due à AC + FD, ou à ED, hauteur qui représente la force en vertu de laquelle l'écoulement tend à se faire. Au reste, ce dernier cas peut encore être ramené

aux canaux; si on prolonge CD, jusqu'en G, au niveau du réservoir, et si on établit un canal de G en D, l'eau tendra encore à en sortir avec une vitesse due à ED. Ainsi, dans tous les cas, dans les tuyaux et dans les canaux, la force accélératrice et les effets qu'elle tend à produire sont les mêmes.

Sous l'empire d'une telle force, le mouvement dans les tuyaux devrait s'accélérer continuellement; et cependant, à une très-petite distance de leur origine, il est sensiblement uniforme. Il faut donc qu'au-delà de cette distance, à chaque instant, une force opposée détruise l'effet de la première. Cette force opposée ne peut être que la résistance des parois des tuyaux; laquelle, comme dans les canaux, provient de l'adhérence des molécules fluides à ces parois, et les unes aux autres (96).

Ainsi, dans les tuyaux, on a même force accélératrice et même force retardatrice que dans les canaux: le mouvement y est de même nature, et l'on pourrait dire que dans les tuyaux il n'est qu'un cas particulier de celui des canaux, le cas où la partie supérieure du canal serait fermée.

Toutefois, cette différence dans la forme du lit donne lieu, dans le mouvement, à des circonstances particulières qui exigent des considérations spéciales: elles vont être l'objet de ce chapitre.

ART. 1.er *Des conduites simples.*

En hydraulique, et particulièrement dans l'art du fontainier, on donne le nom de *conduite* à une longue file de tuyaux joints exactement les uns aux autres. La conduite est *simple*, par opposition à un *système de conduites*, lorsqu'elle ne consiste qu'en une seule file de tuyaux, menant, jusqu'à son extrémité, toute l'eau qu'elle a reçue à son origine.

1. *Conduite rectiligne et de diamètre uniforme.*

150. Pour plus de simplicité, réunissons en une seule les deux forces qui tendent à produire la vitesse de sortie, la pression AC en tête de la conduite, et celle FD qui provient de la pente: à cet effet, imaginons que la conduite donnée CD est placée horizontalement, en HI, au fond d'un réservoir dont la profondeur AH est égale à AC + FD = ED. Rien ne sera changé dans les données du problème; on aura toujours la même force et la même résistance, cette dernière étant indépendante de la position de la conduite.

Cette force en vertu de laquelle l'eau tend à sortir, ou, plus immédiatement, la hauteur verticale ED, ou la différence de niveau entre l'orifice de sortie et la surface du fluide dans le réservoir est appelée la *charge de la conduite.* Nous la désignerons habituellement par H.

Si la conduite n'opposait aucune résistance au mouvement, en faisant abstraction de toute contraction à l'entrée, l'eau sortirait avec une vitesse due à toute cette hauteur, ainsi que nous venons de le voir. Mais il n'en est pas ainsi; la résistance des parois, opposant un obstacle, diminue cette vitesse; elle absorbe par conséquent une portion de la force motrice H. L'écoulement n'a plus lieu qu'en vertu de la portion restante : cette portion seule est la hauteur due à la vitesse de sortie, et même à la vitesse sur tous les points de la conduite, puisque le mouvement y est uniforme et qu'elle a partout une même section. Soit v cette vitesse, $\frac{v^2}{2g}$ sera la hauteur due ou la portion effective de la charge : $H - \frac{v^2}{2g}$ sera donc la portion absorbée par la résistance; il la représentera.

151. Puisque la résistance provient de l'action des parois, elle sera proportionnelle à leur étendue, c'est-à-dire, à la longueur de la conduite et au périmètre de la section, qui est ici le périmètre mouillé; car on suppose que l'écoulement se fait à plein tuyau, autrement on serait dans le cas d'un simple canal. D'un autre côté, plus la section sera grande, et plus la résistance des parois se distribuera sur un plus grand nombre de molécules; par conséquent elle affectera moins chacune d'elles et la masse totale : elle sera donc en raison inverse de ce nombre, lequel dépend de la grandeur de la section. Enfin, encore ici,

comme dans les canaux (98), elle sera proportionnelle au carré de la vitesse plus une fraction de la simple vitesse.

D'après cela, si L est la longueur de la conduite, S sa section, C le contour ou le périmètre mouillé, A et B deux coefficiens constans, l'expression de la résistance sera

$$A\frac{CL}{S}(v^2 + Bv),$$

et l'on aura (comme au n.° 99)

$$H - \frac{v^2}{2g} = A\frac{CL}{S}(v^2 + Bv).$$

Équation fondamentale.

152. Reste à déterminer les coefficiens A et B. M. de Prony, qui le premier a entrepris cette détermination d'une manière convenable, s'est servi à cet effet de cinquante et une expériences faites par nos plus habiles hydrauliciens et que Dubuat avait déjà employées à l'établissement de ses formules. Il en a déduit A = 0,0003485 et B = 0,0498. (1)

Des cinquante et une expériences, dix-huit avaient été exécutées par Dubuat même, sur un tuyau en fer-blanc de 0^m027 de diamètre et de 20^m de long; vingt-six l'avaient été par Bossut sur des tubes également en fer-blanc de 0^m027, 0^m036 et 0^m054 de diamètre, et dont la longueur a varié de 9^m74 à 58^m47; enfin, sept avaient été faites sur deux grandes conduites du parc de Versailles, une avait 0^m135 de diamètre sur 2280^m de long, une autre 0^m49 de diamètre et 1169^m de long.

(1) *Recherches physico-mathématiques sur la théorie du mouvement des eaux courantes.* 1804.

Douze ans après, Eytelwein a traité de nouveau la question du mouvement des eaux courantes (1) : il a cru devoir prendre en considération la contraction de la veine à l'entrée des conduites, et m étant le coefficient de cette contraction, il a établi

$$H - \frac{v^2}{2g.m^2} = 0{,}0002803\,\frac{CL}{S}\,(v^2 + 0{,}084\,v).$$

Mais m, dont l'effet est d'ailleurs insensible dans les grandes conduites, se trouve implicitement dans la valeur de A donnée par l'expérience. En conséquence, et en n'ayant égard qu'aux observations les plus exactes, et notamment à celles de Couplet, j'adopterai l'équation

$$H - \frac{v^2}{2g} = 0{,}0003425\,\frac{CL}{S}\,(v^2 + 0{,}055\,v).$$

Pour les canaux, H étant l'équivalent de P, on avait (100)

$$H - \frac{v^2}{2g} = 0{,}0003655\,\frac{CL}{S}\,(v^2 + 0{,}066\,v).$$

Ces deux équations sont semblables et à très-peu près les mêmes, ainsi que cela devait être (149). La petite différence dans les coefficiens numériques ne provient vraisemblablement que des erreurs dans les observations. S'il en est ainsi, comme les observations peuvent être faites avec beaucoup plus d'exactitude sur les conduites que sur les canaux et les rivières, il est encore à présumer que les coefficiens de l'équation des conduites sont aussi les plus exacts.

153. La section des tuyaux étant un cercle, si D en représente le diamètre, on aura $S = \pi' D^2$

(1) *Untersuchungen*... ou *Recherches sur le mouvement de l'eau*, etc., dans les *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*, 1814-1815 : traduites et insérées dans les *Annales des mines*. Tom. XI.

et $C = \pi D$; et, en mettant pour π, π' et g, leur valeur numérique, l'équation fondamentale du mouvement de l'eau dans les conduites deviendra

$$H - 0{,}051\, v^2 = 0{,}001337 \frac{L}{D} (v^2 + 0{,}055\, v).$$

La vitesse est très-rarement au nombre des quantités données ou cherchées dans les problèmes à résoudre; elle y est presque toujours remplacée par la dépense. Soit Q cette dépense, ou le volume d'eau écoulé en une seconde, on a $Q = \pi' D^2 v$ ou $v = 1{,}273 \frac{Q}{D^2}$: cette valeur de v, mise dans l'équation ci-dessus, la transforme en

$$H - 0{,}08264 \frac{Q^2}{D^4} = 0{,}002221 \frac{L}{D^5} (Q^2 + 0{,}0432\, QD^2).$$

Telle est l'équation qu'on aura habituellement à employer pour la solution des questions relatives au mouvement de l'eau dans les conduites; en ayant toutefois égard, lors de ses applications à la pratique, aux observations qui seront faites au n.° 170. Des quatre quantités Q, D, H et L, trois étant connues, elle donnera la quatrième.

Équation pour les grandes vitesses.

154. Lorsque la vitesse est grande, qu'elle excède 0^m60, la résistance est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse : le terme où elle n'est qu'à la première puissance disparaît; et l'on a, d'après les expériences de Couplet,

$$H - 0{,}051\, v^2 = 0{,}001435 \frac{Lv^2}{D};$$

ou, en fonction de Q,

$$H - 0{,}08264 \frac{Q^2}{D^4} = 0{,}002326 \frac{LQ^2}{D^5}.$$

On se rappellera que le second membre des équations ci-dessus est l'expression de la résistance provenant de l'action des parois de la conduite.

155. Déduisant la valeur de Q de l'équation générale, il vient

Expressio de la dépens

$$Q = -\frac{0{,}0216\,LD^2}{L+37{,}2\,D} + \sqrt{\frac{450{,}2\,HD^5}{L+37{,}2\,D} + \left(\frac{0{,}0216\,LD^2}{L+37{,}2\,D}\right)^2}.$$

Dans les longues conduites, où 37 D est fort petit comparativement à L, on peut le négliger; on négligera encore le second terme sous le radical, et, pour les cas ordinaires de la pratique, on aura

$$Q = 21{,}22\sqrt{\frac{HD^5}{L}} - 0{,}0216\,D^2.$$

156. Dans les grandes vitesses, c'est

$$Q = 20{,}73\sqrt{\frac{HD^5}{L+35{,}5\,D}} \text{ ou } Q = 20{,}3\sqrt{\frac{HD^5}{L}}.$$

Si la vitesse était demandée, on en aurait la valeur en divisant la dépense Q par la section $\pi' D^2$.

157. Le diamètre des conduites est très-souvent la quantité à déterminer. Pour procéder à cette détermination le plus facilement possible, on met l'équation fondamentale sous la forme suivante

Expressio du diamètre

$$D^5 - \left\{0{,}00009594\,\frac{LQ}{H}D^3 + 0{,}0826\,\frac{Q^2}{H}D + 0{,}00222\,\frac{LQ^2}{H}\right\} = 0.$$

On néglige, pour une première approxima-

tion, les deux premiers termes sous la parenthèse, et l'on a

$$D = \sqrt[5]{0{,}00222\,\frac{LQ^2}{H}} = 0{,}295\sqrt[5]{\frac{LQ^2}{H}}.$$

Cette valeur sera un peu faible : on y fera successivement de petites augmentations, jusqu'à ce que le premier membre de l'équation soit réduit à zéro. La quantité qui aura mené à ce résultat, sera le diamètre cherché.

158. Pour les vitesses au-dessus de 0^m60, on aura directement et simplement

$$D = 0{,}298\sqrt[5]{\frac{LQ^2}{H}}.$$

Je ne dirai rien sur les déterminations de H et de L, l'équation du n.° 153 les donne par une simple transformation.

Venons à des exemples de la détermination des dépenses et des diamètres.

I. On a une conduite de 0^m25 de diamètre et de 1450^m de long : on demande quel volume d'eau elle débitera, sous une charge de 5^m32.

On aura donc $D = 0^m25$, $H = 5^m32$, $L = 1450^m$ et $L + 37{,}2D = 1459{,}3$; et par conséquent $Q = -\frac{0{,}0216.(0{,}25)^2.1450}{1459}$

$$+\sqrt{\frac{450{,}2\times 532(0{,}25)^5}{1459} + \left(\frac{0{,}0216.(0{,}25)^2.1450}{1459}\right)^2} = -0{,}00134$$

$$+\sqrt{0{,}01603 + 0{,}0000018} = -0{,}00134 + 0{,}04006 = 0^{mmm}03872.$$

La formule simplifiée eût donné $Q = 0{,}04017 - 0{,}00135 = 0{,}03882$.

Celle pour les grandes vitesses (156), applicable d'ailleurs au cas actuel où la vitesse est 0^m789, eût indiqué $0{,}03842$.

II. On demande le diamètre d'une conduite de 757^m de long et qui doit mener $0^{mmm}089$ en une seconde, sous une charge de 1^m.

Mettant ces quantités numériques dans l'équation du n.° 157, elle devient, toute réduction faite,

$$D^5 - (0{,}006464\,D^2 + 0{,}0006547\,D + 0{,}013318) = 0.$$

Négligeant d'abord les deuxième et troisième termes, on a $D = \sqrt[5]{0{,}013318} = 04216$. Cette valeur étant trop faible, je la porte

à 0,425, et l'équation se réduit à	— 0,00090 = 0
avec 0,427, il vient	— 0,00058 = 0
avec 0,430	— 0,00009 = 0
avec 0,4306	0 = 0

Ainsi le diamètre cherché est 0^m4306.

La formule des grandes vitesses (158) eût donné $D = 0{,}298 \sqrt[5]{\frac{757\,(0{,}089)^2}{1}} = 0^m4264$.

159. Nous avons admis jusqu'ici que les conduites étaient entièrement ouvertes à leur extrémité : mais, presque toujours, elles sont terminées par des bouches d'eau, ou des robinets, ou en général par des ajutages qui en rétrécissent l'ouverture. Dès-lors la vitesse du fluide à sa sortie n'est plus la même que dans la conduite; et par conséquent les équations du mouvement que nous avons données (151 — 154), et qui sont basées sur la supposition de cette identité, ne peuvent plus convenir à ce cas. Le premier membre de ces équations, $H - 0{,}051\,v^2$, présente la portion de la charge absorbée par la résistance de la conduite; et cette portion est la charge H, moins ce qu'il en reste, à l'extrémité de la conduite, pour y produire la vitesse de sortie (150): si cette vitesse est désignée par V, le premier membre de l'équation sera en général $H - 0{,}051\,V^2$. Le second membre est l'expression de la résis-

Équation lorsque les conduit sont termi nées par les ajutag

tance des parois (151), laquelle est une fonction de la vitesse dans la conduite ou de v; v devra donc rester dans ce membre, et il ne changera pas de valeur.

Dans les conduites, plus encore s'il était possible que dans les autres cas d'un fluide qui se meut sans solution de continuité, les vitesses sont en raison inverse des sections (75); de sorte que si d est le diamètre de l'ajutage à son orifice de sortie, m le coefficient de contraction qui le concerne, D étant toujours le diamètre de la conduite, on a $V : v :: \pi' D^2 : \pi' m d^2$, d'où $V = v\frac{D^2}{md^2} = 1{,}273\frac{Q}{D^2}\cdot\frac{D^2}{md^2} = 1{,}273\frac{Q}{md^2}$. L'équation du mouvement sera donc

$$H - 0{,}08264\frac{Q^2}{m^2d^4} = 0{,}02221\frac{L}{D^5}(Q^2 + 0{,}0432QD^2).$$

Des cinq quantités qu'elle renferme, quatre étant données, elle indiquera la valeur de la cinquième.

Qu'il s'agisse, par exemple, de déterminer le diamètre à donner à un orifice circulaire percé dans une mince platine adaptée à l'extrémité d'une conduite de 0^m08 de diamètre et de 532^m de long; la quantité d'eau débitée devant être de $0^{mmm}02$ par seconde, et la charge de 4^m50.

L'équation ci-dessus donnera

$$d = \sqrt[4]{\frac{0{,}0826\,Q^2D^5}{m^2\{HD^5 - 0{,}0222\,L(Q^2 + 0{,}0432\,QD^2)\}}}$$

Mettant les valeurs numériques, réduisant et extrayant la racine quatrième, il vient $d = 0^m0234$.

160. Pour les vitesses au-dessus de 0^m60, on a

$$H - 0{,}0826\frac{Q^2}{m^2d^4} = 0{,}00233\ \frac{LQ^2}{D^5};$$

$$Q = 20{,}73\sqrt{\frac{HD^5}{L + 35{,}47\frac{Q^2}{m^2d^4}}}\ ;\ \text{et}$$

$$D = 0{,}298\sqrt[5]{\frac{LQ^2}{H - 0{,}0826\frac{Q^2}{m^2d^4}}}$$

Je donne deux exemples.

I. A la conduite, dont il a été déjà question à la page 176, on a adapté un ajutage conique de 0^m03 de diamètre : tout demeurant d'ailleurs dans le même état, on demande d'assigner la dépense qui aura lieu.

Ici $D = 0^m25$, $L = 1450^m$, $H = 5^m32$, et pour m, vu la convergence de l'ajutage (46), on prendra 0,90. Par conséquent $m^2d^4 = 0{,}0000006561$ et $35{,}47\ \frac{D^5}{m^2d^4} = 52795$.

Ainsi $Q = 20{,}73\sqrt{\frac{5{,}32\ (0{,}25)^2}{1450 + 52795}} = 0{,}006415$.

L'équation complète du n.° 159 eût également donné 0,006415.

Je fais une remarque.

Si, au lieu d'un ajutage de 0^m03 de diamètre, on en eût mis un de 0^m125 (moitié du diamètre de la conduite), la dépense aurait été de 0,03667
avec un diamètre de 0^m1875 (trois quarts) 0,03852
sans ajutage, on avait 0,03872

Ce qui montre que lorsque le diamètre d'un ajutage est grand comparativement à celui de la conduite, qu'il en est plus que moitié, la dépense ne diffère que très-peu de celle qu'on obtient en laissant la conduite entièrement ouverte.

Dans plusieurs de mes expériences sur les conduites de Toulouse, ce fait m'avait frappé : la différence y était encore bien moindre que celle que la théorie indiquait; elle était insensible. Par exemple, à l'extrémité d'une conduite de 0^m05 de diamètre et 424^m de long, qui dépensait
sans ajutage 0,001722

199

avec des ajutages de 0^m035 et 0^m03, on avait . . 0,001720
avec un ajutage de 0^m02 de diamètre. 0,001581
avec un ajutage de 0^m01. 0,000822

II. Déterminer le diamètre d'une conduite de 834^m de long, et qui, sous une charge de 6^m50, doit débiter $0^{mmm}011$ en une seconde, par plusieurs orifices, placés les uns près des autres, lesquels, pris ensemble, équivalent en surface à un orifice circulaire de 0^m04 de diamètre : le coefficient de contraction est estimé être 0,85.

On a $m^2d^4 = 0{,}000001849$ et $0{,}0826\frac{Q^2}{m^2d^4} = 5{,}408$; et par conséquent

$$D = 0{,}298\sqrt[5]{\frac{834\,(0{,}011)^2}{6{,}50 - 5{,}408}} = 0^m1853.$$

2. *Conduites coudées et rétrécies en quelques points.*

Trois sortes de résistances.

161. Nous venons de considérer les conduites comme étant en ligne droite, et d'égale section dans toute leur longueur : mais habituellement elles présentent des coudes; et quelquefois il s'y trouve des parties de moindre section, soit sur une très-petite étendue et comme un étranglement, soit sur une longueur assez considérable.

L'eau qui se meut dans de telles conduites, en arrivant aux coudes, est obligée de changer de direction. Dans ce changement, elle perd une partie de sa vitesse; et par conséquent elle y éprouve une résistance qui absorbe encore une portion de la force motrice.

Aux étranglemens, elle en éprouve encore une autre, et d'espèce encore différente : ayant à passer par une section plus étroite, elle doit y avoir une plus grande vitesse; pour la contraindre à la

prendre, il faut une force ou charge spéciale; c'est un nouvel emploi, une nouvelle absorption de la force ou charge totale.

Ainsi, l'eau, en se mouvant dans les conduites, éprouve ou peut éprouver trois sortes de résistance : celle qui est due à l'action des parois, et c'est la principale; celle qui provient des coudes, et celle des étranglemens. Les forces ou charges partielles employées à les vaincre se retranchent de la charge totale; et ce n'est qu'en vertu de la partie restante que l'écoulement a lieu : cette partie seule est la hauteur due à la vitesse de sortie.

Nous avons traité en détail de la résistance des parois (150 — 154); nous allons examiner les deux autres.

Résistance des coudes.

162. Tout mobile qui, après avoir suivi une direction, en change brusquement, perd une partie de sa vitesse représentée par le sinus-verse de l'angle que forment les deux directions. Si, dans son mouvement, il suit une ligne courbe, il change de direction, il est vrai, à chaque instant; mais la perte de vitesse, à chaque changement, n'est qu'un infiniment petit du second ordre; et par conséquent, quoique le nombre de pertes soit infini, la perte totale ne sera qu'un infiniment petit du premier ordre, et comme nulle : en d'autres termes, tout corps en mouvement qui arrive tangentiellement à une courbe, et qui la suit sur une longueur quelconque, jouit, en la quittant, de la même vitesse qu'il avait à

son arrivée. D'où il suit que si un coude de conduite était bien arrondi, quelle que fût d'ailleurs la nature de la courbe, et que le fluide en suivît exactement la courbure, il n'éprouverait aucune perte de vitesse, aucune résistance.

Mais il n'en est pas ainsi : les molécules dont le fluide est composé étant indépendantes les unes des autres, lors même que celles qui sont comme en contact avec les parois en suivraient la courbure; les autres, étant dirigées contre ces parois, seront réfléchies par elles, ou par les molécules interposées, sous un angle qui peut être assez grand. Par exemple, le filet central
Fig. 37. *a*C, tend à aller frapper, en C, la paroi ACB, et puis à se réfléchir suivant C*b*, en faisant un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, lequel sera moitié du supplément de l'*angle du coude aCb*. L'action réciproque des molécules les unes sur les autres fera que dans leur ensemble, c'est-à-dire dans la masse fluide, il y aura perte de vitesse; elle sera généralement plus faible que celle du filet central pris isolément, mais toujours plus grande que celle des filets voisins des parois.

Cette diminution de vitesse, et par suite de dépense, quoique réelle, sera habituellement très-petite. Ainsi, Bossut ayant pris un tuyau de $0^{m}027$ de diamètre et de $16^{m}24$ de long, l'a étendu horizontalement et en ligne droite; et sous une charge de $0^{m}325$, il a obtenu $0^{mmm}02084$, en une minute : puis, l'ayant plié en forme de serpen-

teau, de manière à lui faire jusqu'à six coudes, bien arrondis il est vrai, cet auteur a encore eu, tout étant égal d'ailleurs, $0^{mmm}02040$. (*Hydrodynamique*, §§. 659 et suiv.)

Quant aux lois que suit la résistance des coudes, et à sa mesure, c'est encore à Dubuat qu'on est redevable des connaissances que nous avons à ce sujet. Diverses considérations et quelques expériences préliminaires l'avaient porté à admettre que cette résistance était proportionnelle au carré de la vitesse, ainsi qu'au carré du sinus des divers angles de réflexion. Pour s'en assurer, comme pour déterminer la grandeur ou le coefficient de la résistance, il a pris différens tuyaux, d'abord rectilignes; et il a mesuré la charge nécessaire pour qu'ils débitassent un certain volume d'eau en un certain tems: puis, il les a coudés de diverses façons, et de manière que le filet central tendît à y faire des angles de réflexion en nombre et grandeur déterminés; et il a de nouveau constaté la charge sous laquelle ils débitaient le même volume d'eau dans le même tems. La différence entre les deux charges, pour un même tuyau, tantôt rectiligne, tantôt coudé, était évidemment la charge due aux coudes, et par conséquent la mesure de leur résistance.

Dubuat a fait ainsi vingt-cinq expériences, dont les principales sont l'objet du tableau suivant. On y remarquera que, dans le dernier tuyau, l'eau éprouvait douze réflexions.

TUYAU.			VITESSE de l'eau.	RÉSISTANCE due aux coudes.	COEFFICIENT conclu.
Diamètre.	Longueur.	Angles, nombre et valeur.			
mèt.	mèt.		mèt.	mèt.	
0,0271	3,167	1 de 36°	2,300	0,0203	0,0111
0,0271	3,167	2 36	2,300	0,0406	0,0111
0,0271	3,167	3 36	2,300	0,0674	0,0123
0,0271	3,167	4 24,57	2,300	0,0406	0,0111
0,0271	3,167	10 36	1,939	0,1598	0,0123
0,0271	3,749	4 36	1,572	0,0444	0,0130
0,0271	3,749	4 36	0,794	0,0111	0,0127
0,0271	19,95	4 36	0,776	0,0106	0,0127
0,0541	6,910	4 36	2,336	0,0785	0,0099
0,0541	6,910	4 36	1,590	0,0360	0,0103
		6 24,57			
0,0541	6,910	5 36,00	2,336	0,2339	0,0124
		1 56,23			

Ces expériences, tout en montrant que la résistance des coudes est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse et au carré du sinus des angles de réflexion, donnent, pour le coefficient cherché, 0,0123, avec d'assez faibles variations: et l'on en conclut que, dans une conduite où les sinus de ces angles seront s_1, s_2, s_3, etc., la résistance due aux coudes sera exprimée par

$$0{,}0123\, v^2 (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + \text{etc.}):$$

ou, en fonction de Q, par

$$0{,}02 \frac{Q^2}{D^4} (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + \text{etc.}).$$

plication et narques. ?ig. 38.

163. Lorsqu'on voudra procéder à l'application de ces formules sur une conduite donnée, il faudra déterminer le nombre et la valeur des angles de réflexion pour chaque coude. Or, un simple tracé graphique montre, 1.° que dans un tuyau coudé en arc de cercle, et l'on n'aura point des arcs d'une autre espèce, le demi-diamètre du tuyau, divisé par le rayon

de l'arc, donne le sinus-verse de l'angle de réflexion, et par suite son cosinus et sa valeur en degrés; 2.° que le nombre de degrés de l'arc (c'est le supplément de l'angle du coude), divisé par le double de l'angle de réflexion, donne le nombre d'angles.

Qu'on ait, par exemple, une conduite de 0^m25 de diamètre, menant $0^{mmm}05$ d'eau, et qui présente un coude de 95°, le rayon de courbure étant de 2^m10 : on demande la résistance occasionée par ce coude. — D'après ce qui vient d'être dit, le sinus de l'angle de réflexion sera $0{,}0595\left(=\frac{0{,}125}{2{,}1}\right)$, et son cosinus $0{,}9405\ (=1-0{,}0595)$, lequel appartient à un angle de 19° 52′ : c'est l'angle de réflexion. L'arc de courbure 85° $(=180°-95)$, divisé par 39°,73, double de cet angle, en donnera le nombre; ce sera 3, le quotient étant 2,14. Le sinus de 19° 52′ est 0,3398, et son carré 0,1155, la résistance demandée sera en conséquence

$$0{,}02\ \frac{(0{,}05)^2}{(0.25)^4}\ (0{,}1155+0{,}1155+0{,}1155)=0^m00442;$$

quantité fort petite en comparaison de celle qu'on a habituellement dans les grandes conduites pour la résistance des parois; et cependant nous avions ici un coude assez fort, et une vitesse (1^m02) supérieure à celles qu'il y a d'ordinaire dans les distributions d'eau. Nous verrons plus bas (188) d'autres exemples de ce très-faible effet des coudes.

On le diminue encore, et on le rend presque toujours négligeable, en prenant un grand rayon de courbure : plus il est grand, plus, à la vérité, on aura d'angles de réflexion; mais ils seront plus faibles, et en résultat la somme des carrés des sinus, et par suite la résistance sera moindre.

Si l'effet des coudes bien arrondis est insensible, il n'en serait pas de même de celui des angles proprement dits. Une expérience de Venturi en montre l'influence : ce savant a fait faire trois tubes de 0^m38 de long et 0^m033 de diamètre; l'un était rectiligne, le second présentait un coude de 90° faiblement arrondi, et le troisième avait un angle vif de ce même nombre de degrés : sous une charge de 0^m88, ils ont rempli un vase de $0^{mmm}137$, respectivement, en 45″, 50″ et 70″ (Venturi, 23.e expérience). On voit par là avec quel soin il faut éviter tout angle dans les conduites.

Eytelwein a fait plusieurs expériences qui mettent ce fait en pleine évidence. — Il a pris des tubes de o^m0262 de diamètre, et dont la longueur est notée à la 1.re colonne ci-contre : à chacune de leurs extrémités était une mince feuille de cuivre percée d'un orifice de o^m131 de diamètre. Ils ont été adaptés horizontalement à un réservoir, et l'on a constaté la dépense de chacun d'eux : cette dépense, comparativement à la dépense théorique, qui est représentée par 1, est portée à la seconde colonne ; elle va graduellement en diminuant, et par conséquent la résistance va en augmentant, à mesure que la distance entre les deux orifices est plus grande. — Eytelwein a encore placé dans un tube de o^m0262 de diamètre, et à o^m0065 l'une de l'autre, quatre petites platines percées d'un orifice ayant également o^m0065 de diamètre : la dépense obtenue a été de 0,622. Puis, les plaques ont été portées à o^m314 l'une de l'autre, et la dépense n'a plus été que de 0,331.

DISTANCE.	DÉPENSE.
mèt.	
0,007	0,626
0,013	0,622
0,026	0,614
0,052	0,568
0,079	0,509
0,131	0,487
0,314	0,481
0,628	0,478

166. Ce que nous venons de dire sur les étranglemens causés par de minces platines percées de petits orifices, s'applique également à ceux qui seraient produits par des tubes très-courts et d'un diamètre plus petit que celui de la conduite.

Je cite une expérience de Venturi (sa 24.e). Cet ingénieux physicien a composé son appareil de deux sortes de tubes alternant entre eux : les
Fig. 39. uns, B, B, avaient o^m045 de long et o^m0203 de diamètre ; celui des autres, C, C, était de o^m05414, et leur longueur avait tantôt o^m088, tantôt o^m172. Venturi n'a d'abord fait usage que d'un seul tube C ; puis de deux, de trois, de quatre et finalement de cinq : il a adapté successivement

ces divers assemblages à un réservoir, et il a produit l'écoulement sous une charge de 0^m88. Je donne quelques-unes des dépenses qu'il a obtenues.

Avec le seul tube B . . 0,001258 mèt. cub.
Avec un tube C 0,000933
Avec trois tubes C . . . 0,000714
Avec cinq tubes C . . . 0,000572

J'ai essayé de comparer ces résultats avec ceux des méthodes de calcul ci-dessus indiquées : les différences ont été tantôt grandes, tantôt peu considérables; ainsi, pour le dernier cas, j'ai eu $Q = 0{,}000525$.

Effet d renfleme

167. Malgré les fortes irrégularités que présentent ces expériences, elles sont fort remarquables, principalement en ce qu'elles font ressortir d'une manière très-saillante l'effet des renflemens qui peuvent exister sur une conduite; effet tout aussi préjudiciable que celui des étranglemens pris au-dessus d'une certaine limite.

L'appareil entier, qui a 0^m975 de longueur, peut être considéré comme un tuyau de 0^m0203 de diamètre portant les cinq renflemens C. Il a donné, ainsi que nous venons de le voir, une dépense de 0,000572;

Venturi a pris ensuite un tube de même longueur, ayant partout le diamètre uniforme de 0^m0203, et il a obtenu . . . . . 0,000926.

Les renflemens avaient ainsi diminué la dépense dans le rapport de 100 à 62.

ranglem.t l'entrée s tuyaux.

168. Il est encore un étranglement dont je dois faire mention, celui qui résulte de la contraction qu'éprouve toute masse fluide à son entrée dans un tuyau d'un diamètre plus petit que celui du tuyau qui précède immédiatement en amont. La résistance provenant de cet étranglement sera évidemment la même que si à l'entrée du tuyau on eût placé une platine percée d'un orifice dont la section serait à celle du tuyau comme m à 1, m étant le coefficient de contraction convenable : son expression sera donc

$$0{,}0826\,\frac{Q^2}{D^5}\left(\frac{1}{m^2}-1\right);$$

c'est le cas particulier de la formule générale (164) où $B = D$.

La valeur de m ne pourra être jamais prise que par approximation. Pour un très-court tuyau, comme pour les ajutages cylindriques, elle sera 0,82 (40). Mais dans les tuyaux proprement dits, elle se rapprochera davantage de 1, et d'autant plus que le tuyau est plus long, et même, d'après M. de Prony (1), que son diamètre est plus grand : de sorte que dans les grandes conduites l'effet de la contraction sera très-petit. On le rend plus petit encore en évasant leur entrée, et en raccordant celles de leurs parties d'un moindre diamètre à celles en amont d'un

(1) *Recueil de cinq tables*, pag. 22. Dans ces expériences, il faudrait distinguer et séparer les effets de la contraction de ceux de la résistance des parois.

plus grand diamètre, par de courts tuyaux coniques qui mènent graduellement de l'un à l'autre.

Au reste, et ainsi que nous l'avons remarqué (152), l'effet de la contraction à l'entrée d'une conduite simple est implicitement compris dans les valeurs des coefficiens de l'équation fondamentale : et son effet à l'entrée d'un tuyau qui s'embranche sur une plus grosse conduite sera compris dans la détermination de la charge de ce branchement (183). De sorte que, dans tous les cas, on peut se dispenser d'y avoir égard.

Si un étranglement ou plutôt une diminution dans la section d'une conduite avait lieu sur une longueur assez considérable, on serait dans le cas où une portion de conduite est d'un diamètre moindre que la portion qui précède et que celle qui suit. A la résistance des parois de cette portion on ajouterait la hauteur correspondante à l'excès de vitesse dans cette même partie. Les dépôts terreux qui se font quelquefois dans les tuyaux, fournissent des exemples d'un tel étranglement ou rétrécissement : la valeur de D à mettre alors dans la formule sera donnée par $s = \pi D^2$, s étant la section rétrécie.

169. Réunissons les trois sortes de résistances. Prenons pour celle des parois l'expression à un seul terme $0{,}00233\frac{LQ^2}{D^5}$ (154), et nous aurons

Équation générale

$$H - 0{,}0826\frac{Q^2}{m^2d^4} = 0{,}00233\frac{LQ^2}{D} + 0{,}02\frac{Q^2}{D^4}(s_1^2 + s_2^2) + 0{,}0826\,Q^2\left(\frac{1}{m^2B^4} - \frac{1}{D^4}\right).$$

Remarquons que Q^2 se trouve dans tous les termes, à l'exception du premier : désignons par α, ζ, γ, δ les quatre coefficiens numériques constans, et par ξ, ζ, σ, η les quatre mul-

tiplicateurs de Q^2 qui varient dans les différentes portions de la conduite, il viendra

$$H = Q^2 (\alpha\xi + \zeta\zeta + \gamma\sigma + \delta\eta).$$

Généralisons encore, en observant que dans une même conduite il peut y avoir des parties d'un diamètre différent, qu'il peut y avoir plusieurs coudes et plusieurs étranglemens : soient ζ, ζ', etc. ; σ', σ'', etc. ; η', η'', etc., les multiplicateurs de Q^2 qui se rapportent respectivement à ces parties, à ces coudes et à ces étranglemens, on aura pour équation générale dans une conduite simple

$$H = Q^2 \{\alpha\xi + \zeta(\zeta + \zeta' + \zeta'' + \text{etc.}) + \gamma(\sigma + \sigma' + \sigma'' + \text{etc.}) + \delta(\eta + \eta' + \eta'' + \text{etc.})\}$$

Modifications aux formules pour application.

170. Les coefficiens des formules que nous venons de donner, notamment en ce qui concerne la principale des résistances, celle due à l'action des parois, ces coefficiens ont été déterminés par des expériences faites sur des conduites ayant presque toutes un petit diamètre et une assez petite longueur (152) ; elles n'étaient en quelque sorte que des tuyaux bien calibrés, bien unis, bien nets. De telles formules peuvent-elles être appliquées sans modification à des conduites qui ne sont plus dans le même cas, à celles qui servent aux grandes distributions d'eau ? C'est une question que nous devons examiner.

Les tuyaux qui composent les conduites sont presque toujours plus ou moins déformés par l'effet du moulage ou de la coulée : leur section n'est plus parfaitement circulaire, et par conséquent, tout étant égal d'ailleurs, elle est moins grande qu'elle ne devrait être. Leur paroi intérieure porte des bavures et des aspérités qui retardent le mouvement. Lorsqu'on les a joints, l'axe de leur ensemble, c'est-à-dire celui de la conduite, n'est pas toujours une ligne sans brisure : la paroi intérieure n'est pas une surface parfaitement cylindrique ; le bord du bout de quelques tuyaux s'avance dans l'intérieur, et il y forme saillie ; les filets fluides qui arrivent sur la partie saillante, sont arrêtés, divisés et quelquefois rejetés en arrière : de là des perturbations dans le mouvement, des pertes de force vive, et par suite une diminution dans la dépense. Lors même que les tuyaux seraient bien calibrés,

que l'intérieur en serait bien uni et bien régulier, à chaque joint, il n'y en aurait pas moins, dans cet intérieur, un petit vide annulaire ou une solution de continuité, qui produirait, jusqu'à un certain point, l'effet des saillies, et qui, répété pour ainsi dire à chaque pas, sur une conduite qui en a plus de mille, ne peut que donner lieu à une réduction sensible dans la dépense. M. l'ingénieur des mines Gueymard a insisté avec raison sur cette cause de réduction ; il a cherché a en affaiblir l'effet dans son bel établissement des fontaines de Grenoble, et il l'a fait avec succès.

De plus, lorsque les conduites sont sinueuses dans leur plan vertical, et presque toutes le sont, si au sommet des parties saillantes il n'y a point d'évents, l'air que l'eau mène toujours avec elle, et qui s'en dégage en plus ou moins grande quantité, se porte dans ces parties élevées ; il s'y rassemble, s'y cantonne, et y donne lieu à des étranglemens : nous en avons vu le mauvais effet. Les eaux les plus limpides en apparence charrient toujours des corps étrangers, et surtout des molécules terreuses extrêmement déliées, qui se déposent dans certaines parties des conduites : à la longue, elles en rétrécissent la section, et donnent ainsi lieu à une diminution de dépense. Je ne parlerai pas des molécules calcaires et séléniteuses, qui, réellement dissoutes dans l'eau, se précipitent sur les parois des tuyaux, et les revêtent d'une croûte pierreuse, qui, en augmentant continuellement d'épaisseur, finirait par les obstruer tout-à-fait, si on ne l'enlevait à tems : ce mal n'est particulier qu'à quelques localités.

Par suite des causes dont je viens de faire mention, il est très-souvent arrivé que, dans des expériences faites sur des conduites que tout portait d'ailleurs à croire en fort bon état, la dépense a été trouvée d'un quart et d'un tiers moindre que celle qui était indiquée par les formules ; presque jamais elle ne lui a été égale. J'ai cité plusieurs de ces expériences dans mon *Histoire de l'établissement des fontaines à Toulouse.*

D'après ces faits généralement reconnus, les ingénieurs des eaux de Paris, lorsqu'ils font usage des formules de la dépense, diminuent d'un tiers leur coefficient numérique. J'ai adopté une méthode analogue, en augmentant de moitié en sus la quantité d'eau que doit mener une conduite à établir : si elle

est destinée à cent pouces d'eau, par exemple, j'en admets cent cinquante, et je fais en conséquence les calculs relatifs à la détermination des diamètres, etc. C'est, à mon avis, avec une telle latitude que l'ingénieur chargé de projeter ou d'exécuter un plan de distribution d'eau, doit employer les formules que nous avons exposées; il préviendra de cette manière les mécomptes qu'il éprouverait souvent, s'il s'en tenait uniquement aux résultats donnés par des conduites faites avec une précision que les siennes n'auront presque jamais.

Du pouce d'eau.

171. Dans les grands systèmes de distribution, et dans tout ce qui tient aux fontaines publiques, au lieu d'exprimer les dépenses et les quantités d'eau à conduire en fractions décimales du mètre cube débitées par seconde, on les exprime en *pouces d'eau*, unité particulière, indépendante du tems et plus convenable à un tel objet.

Les anciens fontainiers, qui avaient introduit cette unité et cette dénomination, la donnaient, ainsi qu'on l'a déjà vu (63), à la quantité d'eau qui sort d'un orifice ayant un pouce de diamètre, et percé sur la paroi d'un bassin contre laquelle le fluide se tient à une ligne au-dessus du sommet de cet orifice.

La détermination exacte de cette quantité est nécessaire dans un grand nombre de cas, et il faut la traduire en une expression précise, qui mette à même de procéder à une vérification, en cas de contestation. Mariotte fit le premier une tentative à cet égard; elle le mena à établir que le pouce d'eau fournissait 14 pintes de deux livres-marc chacune en une minute: une telle estimation répondrait à $19^{mmm}76$ en vingt-quatre heures. Depuis, on a fixé la pinte à 48 pouces cubes, et le pouce d'eau a répondu à $19^{mmm}19$. Enfin, dans ces derniers tems, appliquant ici le système métrique des poids et des mesures, on a porté ce nombre à 20^{mmm}: M. de Prony a proposé le nom de *double module d'eau* pour ce produit.

Ainsi, le pouce d'eau, tel qu'il est établi aujourd'hui, et tel que je l'ai exclusivement employé dans l'établissement des fontaines de Toulouse, donne vingt mètres cubes en vingt-quatre heures, ou $0^{mmm}000231\,5$ par seconde. De sorte que $4320\left(=\frac{1}{0,000231\,5}\right)$ pouces fourniront un mètre cube par seconde, et que, pour réduire en pouces les fractions de

mètre cube employées dans les calculs, il suffira de les multiplier par 4320.

D'après cela, l'expression usuelle de la dépense donnée au n.° 155, devient

$$Q = 91666 \sqrt{\frac{HD^5}{L}} - 93\ D^2 \text{ pouces d'eau.}$$

3. *De la pression sur les parois des conduites.*

Après avoir traité des circonstances du mouvement de l'eau dans les conduites, examinons les effets qui en résultent sur la pression que le fluide exerce contre les parois des tuyaux qui le contiennent : nous exposerons ensuite les conséquences les plus importantes de cet examen.

172. Soit une conduite horizontale AB adaptée à un réservoir entretenu constamment plein. Sa nat et son expr sion.

Fermons d'abord l'extrémité B. Chacun des points de la conduite éprouvera une pression égale à la charge AC : et si, sur quelques-uns d'eux, H, I, K, etc., pris à volonté, on implante des tubes verticaux, l'eau s'y élèvera jusqu'à ce que le poids des colonnes HL, IM, KN soit en équilibre avec la pression exercée en ces points: en conséquence elle s'élèvera, dans tous, jusqu'au niveau CD. (En disant que la pression est égale sur tous les points de la conduite, nous faisons abstraction de celle qui résulte du poids de l'eau contenue dans les tuyaux : elle est d'ailleurs nulle à leur partie supérieure, qui est celle dont nous nous occupons.) Fig. 4

Débouchons maintenant l'ouverture B; supposons que les parois des tuyaux n'opposent aucune

résistance au mouvement, comme dans le cas d'un tube très-court, et qu'il n'y a aucune contraction à l'entrée A. L'eau coulera dans la conduite et elle en sortira avec la vitesse due à la charge totale AC. Toute la force de cette charge agira donc parallèlement à l'axe de la conduite; il n'en résultera aucune action perpendiculaire à cette direction, et par conséquent aucune pression sur les parois : on sera dans le cas de l'eau qui se meut dans les canaux, où aucune pression ne tend a en soulever la surface. Le fluide des tubes HL, IM, baissera donc jusqu'à la partie supérieure de la conduite. (Nous avons même vu (44) qu'il descendrait au-dessous, et par conséquent que la pression serait négative, si des circonstances particulières rendaient la vitesse dans la conduite plus grande que celle due à la hauteur AC.)

173. Si l'on ne débouche qu'en partie l'ouverture B, que l'orifice de sortie soit moindre que la section du tuyau, les phénomènes ne seront plus les mêmes. L'eau sortira bien toujours avec la vitesse due à AC; mais la vitesse dans le tuyau sera plus petite, suivant le rapport inverse des sections. Soit v cette vitesse plus petite, $0{,}051\,v^2$ sera la force ou partie de la charge AC employée à la produire; agissant encore parallèlement à l'axe, elle n'exercera aucune pression sur les parois. Mais la portion restante de la force totale, ou $H - 0{,}051\,v^2$, en faisant $AC = H$, agissant sur toutes les molécules, s'y répandant dans tous

les sens, pressera de bas en haut le fluide en I, K, etc.; et il montera dans les tubes verticaux à une hauteur égale à H — 0,051 v^2; laquelle sera limitée par l'horizontale EF, CE étant égal à 0,051v^2. De là le grand principe que Bernoulli a établi par le calcul, confirmé par des expériences, et dont il a fait la base de son *Hydraulico-statique* (*Hydrodynamica, sectio XII*); à savoir : *la pression que l'eau en mouvement, dans un tuyau, exerce contre un point quelconque de ses parois, est égale à la charge* (*effective*) *sur ce point, moins la hauteur due à la vitesse dans ce tuyau.*

174. La résistance ne détruit ce principe en aucune manière; elle diminue seulement H, ou la charge que l'on eût eue sans elle, au point que l'on considère. — Entrons dans quelques détails à ce sujet. La résistance est proportionnelle à la longueur des conduites (151); c'est-à-dire à la longueur du trajet fait par l'eau : ainsi, sur une même conduite, elle ira en croissant progressivement, depuis son origine A, où elle est zéro, jusqu'à son extrémité B, où elle est $0^m00233 \frac{LQ^2}{D^5}$ (154). De sorte que si, sur BD, on prend FG, égal à cette expression, comme représentant la résistance en B, et que l'on mène la droite EG, les résistances en H, I, K, etc., seront représentées par les lignes ae, $a'e'$, $a''e''$, etc. (puisque ae : FG :: Ee : EF). Désignons par r, r', r''..... R ces résistances. A chacun des

points que nous venons d'indiquer, en I, par exemple, la colonne MI, mensuratrice de la pression dans l'état de repos, baissera 1.° de Me ($= 0{,}051\,v^2$); car, dans ce cas, comme dans le précédent, cette portion de la force motrice, étant dirigée suivant l'axe de la conduite, n'exercera aucune pression sur ses parois : 2.° de $a'e'$ ($= r'$); cette autre partie de la force totale ayant été absorbée, et comme anéantie, par la résistance que la conduite a opposée au mouvement du fluide, depuis A jusqu'en I, ne saurait plus avoir aucune action à ce dernier point : la pression y sera donc simplement mesurée par $a'\mathrm{I} = \mathrm{H} - r' - 0{,}051\,v^2$. En général, la pression, en un point quelconque d'une conduite horizontale, où r représente la résistance éprouvée depuis l'origine de cette conduite, est exprimée par $\mathrm{H} - r - 0{,}051\,v^2$.

A l'extrémité de la conduite, où la résistance est R, la pression $\mathrm{GB} = \mathrm{H} - \mathrm{R} - 0{,}051\,v^2$. Si cette extrémité était entièrement ouverte, on aurait (151) $\mathrm{R} = \mathrm{H} - 0{,}051\,v^2$, et par conséquent $\mathrm{GB} = 0$, c'est-à-dire que la pression à l'extrémité de la conduite serait nulle, et que les colonnes, mesurant la pression à ses divers points, auraient la ligne EB pour limite supérieure.

Fig. 41. 175. Venons enfin au cas d'une conduite ordinaire, d'une conduite inclinée et résistante. Dans l'état de repos, les colonnes indiquant la pression s'élèveront jusqu'à l'horizontale CD, niveau du fluide dans le réservoir; c'est là loi des *tubes communicans* : elles, et par suite les pressions, seront inégales; chacune aura pour mesure la

différence de niveau entre le point où elle s'exerce et la surface du réservoir. Dans l'état de mouvement, ces colonnes subiront les mêmes diminutions qu'au numéro précédent, et par l'effet des mêmes causes; leur sommet n'atteindra que la ligne EG, qui en sera la limite (elles seraient limitées par EB, si la conduite était tout-à-fait ouverte): en conséquence, la pression sur un point quelconque, dont H_0 est l'abaissement au-dessous du réservoir, sera exprimée par $H_0 - r - 0{,}051v^2$.

L'expression serait la même pour une conduite contournée comme AH'I'K'B. Seulement les sommités des colonnes ne seraient plus sur une ligne droite; les résistances, étant proportionnelles aux longueurs des tuyaux, suivront bien les rapports de AH', AI'; mais non ceux de E*e*, E*e'*, condition nécessaire pour que les points A, *a*, *a'*, soient en ligne droite.

176. Nous avons appelé *charge d'une conduite*, et désigné par H, la différence de niveau entre la surface du fluide dans le réservoir et l'orifice de sortie : elle serait la hauteur due à la vitesse de sortie, si les tuyaux n'opposaient aucune résistance au mouvement (150). Mais la résistance diminue cette *charge entière* : de sorte que la *charge effective* de la conduite, ou la hauteur en vertu de laquelle le fluide sort réellement, sera moindre de toute la résistance qu'il aura éprouvée, depuis l'origine jusqu'à l'extrémité des tuyaux; R étant cette résistance, la charge effective sera H — R.

Charge tière, ch effective.

Par analogie, pour tout autre point de la conduite, sa *charge entière* sera la hauteur du réservoir, H_o, au-dessus de lui; et sa *charge effective* sera cette même hauteur diminuée de la résistance éprouvée par le fluide depuis l'origine de la conduite jusqu'à lui, ou $H_o - r$.

Différence entre la charge et pression.

177. Puisque la pression sur ce même point est $H_o - r - 0{,}051\ v^2$, $0{,}051\ v^2$ sera la différence entre les deux quantités. En général, la hauteur due à la vitesse de l'eau en un point quelconque d'une conduite, est la différence qu'il y a entre la charge effective, ou la charge proprement dite, et la pression sur ce point. Il y a donc erreur lorsqu'on prend l'une pour l'autre; mais dans les grandes conduites, où la hauteur due à la vitesse n'est que de quelques centimètres, l'erreur est presque toujours sans conséquence.

Du piézomètre, et de son usage.

178. Les tubes que nous avons supposé être placés sur les conduites, et qui, par la hauteur à laquelle le fluide s'y élève, mesurent la pression qui a lieu sur les parties auxquelles ils sont adaptés, prennent le nom de *piézomètres* (πιεσις, πιεσεος pression, et μετρων mesure).

Un tel instrument en verre, que j'ai fait établir sur une des conduites des fontaines de Toulouse, et qui monte dans l'hôtel-de-ville, en face du bureau du contrôleur des eaux, lui indique à chaque instant l'état de son service et les perturbations qu'il éprouve.

Soit P la hauteur indiquée par un piézomètre placé sur un point d'une conduite : d'après ce qui vient d'être dit, on aura $P = H_o - r - 0{,}051\ v^2$. Pour un autre point de la même conduite, ce serait $P' = H_1 - r' - 0{,}051\ v^2$. Retranchant ces deux valeurs l'une de l'autre, il vient $P - P' = H_o - H_1 - r + r'$; d'où $r' - r = (H_1 - P') - (H_o - P)$. Sur la figure, en prenant I et K pour les deux points auxquels sont adaptés les deux piézomètres, on a $(H_1 - P') - (H_o - P) = (NK - a''K)$

Fig. 41.

— (MI — a'I) = Na'' — Ma' = $\alpha a''$; et $\alpha a''$ est la différence de niveau entre les sommets des deux colonnes piézométriques. De plus, r est la résistance éprouvée par le fluide depuis l'origine de la conduite jusqu'au premier piézomètre, et r' la résistance jusqu'au second; de sorte que $r' - r$ sera celle qui a lieu de l'un à l'autre. Ainsi, *la résistance qu'une conduite oppose au mouvement de l'eau, d'un point à un autre, est immédiatement donnée par la différence de niveau entre les sommets des hauteurs de deux piézomètres placés à ces points.*

Si le second de ces instrumens était établi sur une conduite faisant suite à celle sur laquelle est placé le premier, mais d'un diamètre différent, les vitesses dans les deux conduites étant différentes, on aurait $r' - r = \{H_1 - (P' + 0{,}051\ v'^2)\} - \{H_0 - (P + 0{,}051\ v^2)\}$, c'est-à-dire que la résistance d'un point à un autre eût été la différence de niveau entre les sommets des hauteurs piézométriques augmentées des hauteurs dues aux vitesses respectives.

179. De l'expression $P = H_0 - r - 0{,}051\ v^2$, d'où $r = H_0 - (P + 0{,}051\ v^2)$, il suit que, *si sur un point d'une conduite on établit un piézomètre, que l'on prenne la hauteur qu'il atteint lorsque l'orifice de sortie est bouché* (c'est la hauteur du réservoir, ou H_0), *et qu'ensuite on fasse passer successivement différentes quantités d'eau dans la conduite, les abaissemens successifs de la colonne piézométrique, augmentée de la hauteur due à la vitesse sous le piézomètre, indiqueront les différentes résistances opposées au mouvement de l'eau depuis l'origine de la conduite jusqu'au point où est l'instrument.*

180. De la pression dépend encore l'épaisseur qu'il convient de donner aux tuyaux composant une conduite. Épaisseu à donne aux tuya de condui

Soit H la plus grande pression qu'un tuyau ait à éprouver, sa plus grande charge entière, D son diamètre, e l'épaisseur cherchée, et f l'effort ou poids capable de rompre la matière qui le constitue, sous l'unité de surface, poids qui représente également la résistance que cette matière oppose à la rupture. Celle que le tuyau opposera, sous l'unité de longueur, sera ef, ou $2ef$, s'il s'agit de séparer entièrement une partie de l'autre, puisqu'alors $2e$ ($= aa' + bb'$) est la largeur de la partie à rompre. — Voyons maintenant l'effort que le fluide exercera Fig. 4

pour opérer une telle séparation. Prenons un tuyau ayant également 1^m de long : pour fixer les idées, plaçons-le horizontalement ; imaginons qu'il soit divisé en deux moitiés par un plan horizontal, que la moitié inférieure soit fixement assujettie, et qu'on ait à séparer d'elle l'autre moitié, en la poussant verticalement de bas en haut. Divisons par la pensée la surface intérieure de cette moitié en un très-grand nombre d'élémens longitudinaux, dont la largeur, extrêmement petite, soit τ ; chacun éprouvera, dans une direction à lui perpendiculaire, de la part du fluide, une pression ou effort égal au poids d'un prisme d'eau qui aurait $1 \times \sigma$ pour base et H pour hauteur, et qui pèserait en conséquence $1000\sigma H^k$. Cet effort, estimé dans le sens vertical, se réduira à $1000\sigma' H$, σ' étant la projection de σ sur un plan horizontal : la somme de tous les efforts sera donc 1000H, multiplié par la somme des σ', et celle-ci est évidemment le diamètre ab, ou D : ainsi l'effort total, tendant à séparer les deux moitiés du tuyau, sera 1000DH. — Dans le cas où il serait simplement équilibré par la résistance, on aurait $1000DH = 2ef$, d'où l'on déduirait la valeur de e.

Pour la fonte de fer, matière la plus ordinaire des tuyaux, on aurait, d'après Tredgold, $f = 30.000.000^k$, ce qui donnerait seulement $e = 0^m000016\,7DH$: avec une telle épaisseur le tuyau serait sur le point d'être partagé en deux. On sent qu'il faut se tenir loin de ce *minimum*. Des expériences du même ingénieur apprenant que, pour qu'une pièce de fonte n'éprouve pas d'altération permanente, il ne faut pas exercer sur elle un effort de plus de $10.750.000^k$, il faudrait donc faire tout au moins $e = 0^m000046\,5DH$; mais encore, pour se réduire à une si petite épaisseur, qui dans la plupart des cas n'excéderait pas 0^m0003, il faudrait qu'il y eût possibilité de l'obtenir à la coulée, et que la matière fût entièrement compacte et sans défectuosités. Il est loin d'en être ainsi : la fonte est une substance poreuse, qui laisse suinter l'eau sous de fortes pressions ; elle renferme habituellement des soufflures qui diminuent considérablement l'épaisseur des parties où elles se trouvent ; coulée trop mince, elle se fige avant d'avoir entièrement rempli le moule. Les tuyaux doivent être capa-

bles de résister non-seulement aux plus grandes pressions ordinaires, mais encore aux chocs et *coups de bélier* auxquels ils sont exposés lorsque la masse d'eau qu'ils conduisent est brusquement arrêtée, comme par la trop prompte fermeture d'un robinet : enfin, la rouille les attaque, les corrode, et, à la longue, elle pourrait en réduire l'épaisseur outre mesure. De sorte qu'il est une épaisseur au-dessous de laquelle on ne doit jamais descendre : je l'ai fixée à 0^m01 ; ce sera une quantité constante à admettre pour tous les tuyaux en fonte, et à laquelle on en ajoutera une autre proportionnée au diamètre et à la charge. Il est maintenant d'usage de soumettre les tuyaux, avant de les recevoir, à une épreuve faite sous une charge de cent mètres ; alors, puisque $H = 100$, $e = 0{,}005D + 0{,}01$. J'aurai encore égard à toutes les difficultés de l'art du fondeur ; je doublerai le premier des deux termes, et j'établirai définitivement

$$e = 0{,}01D + 0^m01 :$$

c'est un centième du diamètre, plus un centimètre.

Dans l'établissement des fontaines de Toulouse, me tenant plus près des anciens usages, j'avais admis $e = 0{,}03D + 0{,}007$. Suivant ces usages, introduits par les fondeurs et dans leur intérêt, on donnait aux tuyaux une ligne d'épaisseur par pouce de diamètre : on les faisait courts, gros et épais. Maintenant on leur donne de 2^m à 2^m50 de long, et on proportionne leur diamètre et leur épaisseur au service qu'ils doivent faire.

Les tuyaux de plomb offrent bien moins de résistance. M. Jardine, d'Édimbourg, en a soumis à l'essai un qui avait 0^m0508 de diamètre, et 0^m00508 d'épaisseur : il a commencé à se dilater sous une charge de 245^m, et il s'est déchiré sous une de 305^m. Cette expérience, donnant $e = 0{,}000408HD$, indique une résistance qui n'est pas la neuvième partie de celle que présente la fonte. Cette moindre ténacité et un prix plus que double ont fait renoncer aux conduites en plomb, généralement employées autrefois, et l'usage des tuyaux en fonte est devenu presque exclusif pour tous les grands établissemens.

Les conduites en bois résistent à une assez forte pression, et elles ne sont pas chères ; mais elles se pourrissent : il faut les changer souvent, et elles exigent des soins particuliers.

Quant à celles en poterie, elles ne peuvent être employées que sous de petites charges : il est difficile d'en bien luter les joints, et elles sont sujettes à se rompre ; par suite, leur usage n'est point à recommander.

ART. 2. *Des systèmes de conduites.*

181. Il est bien rare que l'on ait une simple conduite portant, jusqu'à son extrémité, toute l'eau qu'elle a reçue à son origine : presque toujours, sur divers points de sa longueur, il est fait des prises d'eau qui sont reçues et menées par des tuyaux secondaires. Ainsi, dans une grande distribution d'eau à une ville, à un *tuyau principal* s'adaptent des *tuyaux répartiteurs* qui portent l'eau dans les différens quartiers ; sur ceux-ci se branchent, pour les différentes rues, des *sous-répartiteurs ;* d'où partent des *tuyaux de service* pour les diverses maisons : c'est un tronc qui se ramifie et se sous-ramifie de différentes manières.

Problème à résoudre.

Déterminer toutes les circonstances du mouvement dans les diverses parties d'un tel ensemble ou *système de conduites,* et cela par la seule connaissance des dimensions et de la position respective de ses parties, est un problème compliqué, et dont il n'a pas encore été donné de solution : je ne connais à cet égard qu'un premier essai, fait par MM. Bélanger et Genieys.

Il me semble cependant, d'après ce qui a été dit, notamment sur la résistance des conduites et sur la pression dans les tuyaux, qu'on pourrait

arriver à la détermination de la charge effective des différens points du système par la seule connaissance des dimensions et de la quantité d'eau que doit conduire chacune de ses parties. Réciproquement, lorsqu'on connaîtra ces charges, et toutes les autres données du problème, sauf une, le diamètre des tuyaux, par exemple, il sera possible d'en conclure celle-ci.

Des charges et pertes de charge.

182. Les charges entières des divers points d'un système seront toujours connues : ce sont les différences de niveau entre ces points et la surface du réservoir. En en retranchant les *pertes de charge* éprouvées par le fluide depuis l'origine du système jusqu'à chacun d'eux, on aura respectivement leurs charges effectives (176).

Ces pertes proviennent : 1.° et principalement de la résistance des tuyaux; 2.° des perturbations dans le mouvement occasionées par les prises d'eau ou *érogations* qui ont lieu sur divers points des conduites; 3.° du changement de direction dans le mouvement, lorsque l'eau passe d'une conduite dans un branchement. Tout ce qui concerne les résistances des tuyaux a été exposé dans le premier article de ce chapitre, voyons, dans celui-ci, l'effet des deux autres causes.

Effet des érogations.

183. MM. Mallet et Genieys ont consulté l'expérience sur celui des érogations.

Ils ont placé un piézomètre sur une conduite de 0^m25 de diamètre, un peu en amont du point où se branchait un tuyau de 0^m081, et ils en ont établi un second sur ce branchement, à peu de distance de son origine : ce dernier se tenait à 0^m12 plus bas que l'autre, lorsque le branchement dé-

pensait $o^{mmm}oo435$, et par conséquent que la vitesse y était de $o^{m}847$. La hauteur due était donc de $o^{m}o366$: d'après la théorie, l'abaissement du piézomètre eût dû lui être égal, et il a été 3,3 fois plus grand. — Dans une autre expérience, où la vitesse dans le branchement s'élevait à $1^{m}oo3$, et où la hauteur due était en conséquence de $o^{m}o513$, l'abaissement piézométrique a été de $o^{m}153$, et par suite 3,oo fois plus grand. La hauteur due à la vitesse dans la conduite était très-petite et entièrement négligeable.

Les auteurs de ces expériences en concluent que la perte de charge à l'entrée d'un branchement est égale à trois fois la hauteur due à la vitesse dans ce branchement (1). Le tiers de cette perte étant la charge nécessaire pour produire la vitesse de sortie, les deux autres tiers en seront imputés à l'érogation.

Lors même que les résultats de ces expériences auraient été influencés par quelques circonstances particulières, j'admettrai la conclusion qui en a été tirée, jusqu'à ce que d'autres observations aient porté un nouveau jour sur cette matière. La résistance provenant de l'étranglement qui a lieu à l'entrée du branchement, par suite de la contraction de la veine fluide, sera comprise dans l'effet que nous venons d'attribuer à l'érogation, deux fois la hauteur due à la vitesse dans le branchement.

184. Si le second piézomètre, au lieu d'être placé sur le branchement, l'eût été sur la conduite même, immédiatement après le point d'érogation, quelle eût été son indication?

(1) *Essai sur les moyens de conduire, d'élever et de distribuer les eaux*, par M Genieys, ingénieur des eaux de Paris; pag. 145.

J'avais d'abord pensé qu'elle serait sensiblement la même qu'au-dessus de ce point, et j'avais établi, en 1827, sur cette base mon mode de détermination des dépenses et des diamètres dans un système de conduites (1). Mais ensuite quelques inductions me portèrent à croire qu'il en était autrement, et que le piézomètre en aval de l'érogation se tenait beaucoup plus bas qu'en amont: je voulus résoudre par l'expérience cette importante question.

Sur une conduite de 0^m08 de diamètre et 637^m de long, à 431^m de son origine, je fis placer une tubulure portant un robinet, par lequel on faisait sortir à volonté une quantité d'eau plus ou moins considérable; à 0^m50 en amont, et à 0^m70 en aval, on établit un grand piézomètre. La charge en tête de la conduite demeurant à très-peu près la même (7^m40), et son extrémité étant entièrement ouverte, on a fait écouler par la tubulure les volumes d'eau indiqués ci-contre : ceux qui sortaient en même tems de l'extrémité de la conduite sont notés à côté, ainsi que les hauteurs auxquelles les deux piézomètres se tenaient au-dessus de l'orifice d'érogation. Comme on ne saurait répondre de ces hauteurs à deux centimètres près, on peut conclure qu'elles ont été les mêmes en amont et en aval du point d'érogation. — Cette égalité de pression et même de charge, car l'effet de la vitesse sous les piézomètres a été insensible, s'est maintenue dans plusieurs autres expériences que j'ai exécutées sur la même conduite. (2)

EAU SORTIE		PIÉZOMÈTRE	
à l'érogation.	à l'extrémité.	en amont.	en aval.
mèt. cub.	mèt. cub.	mèt.	mèt.
0,000000	0,001694	1,90	1,91
0,000269	0,001491	1,55	1,55
0,000836	0,001021	0,91	0,93
0,001310	0,000579	0,18	0,17
0,001380	0,000514	0,12	010,

Ainsi, une prise d'eau faite sur une conduite ne diminue pas sensiblement la charge des points de cette conduite qui sont immédiatement en aval de celui où elle est ouverte.

(1) *Traité du mouvement de l'eau dans les tuyaux de conduite*, pag. 36, 40, 43 et 45.

(2) *Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse.* Tom. II, pag. 378. 1830.

Perte due à obliquité.

185. Venons à la petite perte de charge due au changement de direction que l'eau subit en passant d'une conduite dans un branchement qui lui est adapté.

Soit C la charge effective à un point de la conduite immédiatement en amont du branchement : c'est la force qui pousse l'eau au-delà de ce point; elle comprend implicitement la hauteur due à la vitesse dans la conduite (177). Si le branchement était dans la direction du mouvement, qu'il fût sur le prolongement de l'axe de la conduite, l'eau y entrerait aussi en vertu de la vitesse acquise, et la hauteur ou force partielle ($0{,}051v^2$) employée à la lui donner aurait son entier effet. Cet effet serait absolument nul si le branchement était perpendiculaire à la conduite, la force $0{,}051v^2$ serait entièrement perdue, et l'eau n'entrerait dans le branchement qu'en vertu de $C - 0{,}051v^2$; c'est-à-dire en vertu de la seule pression piézométrique : il est d'ailleurs évident qu'il doit en être ainsi. Dans toute autre position du branchement, pour avoir la force impulsive, à cette pression il faudra ajouter une portion de la hauteur due à v d'autant plus grande que l'angle que le branchement fait avec la conduite sera plus petit : si i est cet angle, d'après le principe de la décomposition des forces, cette portion utilisée sera $0{,}051v^2 \cos i$. Par conséquent, la portion perdue ou la perte de charge due au branchement égalera $0{,}051v^2 (1 - \cos i)$.

186. Il suit de ce qui vient d'être exposé, que pour un branchement où H serait la hauteur du fluide en tête du système, [R] la somme des résistances ou pertes de charge sur la conduite depuis l'origine du système jusqu'au point de branchement, $[R_1]$ la somme des résistances sur le tuyau branché, v_1 la vitesse dans ce tuyau; sa charge effective, celle qui agit à son extrémité, aurait pour expression $H - [R] - [R_1] - 2.051v_1^2 - 0{,}051v^2(1 - \cos i)$. Équation mouvement dans un branchement

D'après ce qui a été dit (150, 159, 176), cette charge est la hauteur due à la vitesse avec laquelle l'eau sort du branchement, hauteur dont la valeur est $0{,}051v_1^2\frac{D_1^4}{m^2d^4}$, d étant le diamètre de l'orifice de sortie, m son coefficient de contraction, et D_1 le diamètre du branchement. Cette expression devra donc être égale à la précédente.

En appelant Q_1 la dépense du branchement, Q la quantité d'eau menée par la conduite, dont D est toujours le diamètre; en exprimant les vitesses v et v_1 en fonction des dépenses respectives; en mettant dans le premier membre tout ce qui concerne la conduite, et dans le second tout ce qui est relatif au branchement, on aura l'équation

$$H - R - 0{,}0826\frac{Q^2}{D^4}(1 - \cos i) = [R_1] + 0{,}165\frac{Q_1^2}{D_1^4} + 0{,}0826\frac{Q_1}{m^2d^4}.$$

Lorsque le branchement est entièrement ou-

vert à son extrémité, les deux derniers termes se réunissent en un seul, qui devient $0{,}248\,\frac{Q'}{D'^4}$. On peut regarder le premier membre de l'équation comme exprimant la charge effective en tête du branchement.

187. Si on prend deux points sur une conduite, la perte de charge de l'un à l'autre sera la somme des résistances éprouvées par le fluide dans la portion de conduite comprise entre eux (178) : soit Π cette perte et $[R']$ cette somme, on a $\Pi = [R']$.

Cette équation et la précédente serviront à résoudre tous les problèmes relatifs aux différentes parties d'un système de conduites.

Exemple d'une grande distribution d'eau.

188. Appliquons les principes et les règles que nous venons de donner à la détermination des diamètres d'un grand système. Cette application nous mettra à même de voir quelques cas dont il n'a pas encore été question, et de faire quelques observations d'une utilité directe dans la pratique.

On a à distribuer environ 260 pouces d'eau sur divers points d'une ville. Ces points, et la quantité d'eau qui doit être versée sur chacun d'eux, sont donnés par l'administration.

L'ingénieur, à l'aide d'un nivellement, déterminera leur abaissement au-dessous du niveau ordinaire de l'eau dans le bassin alimentaire : ces abaissemens feront les charges entières des conduites et des branchemens qui doivent aboutir à ces points. Il tracera sur un plan ces conduites et branchemens; il en mesurera la longueur, ainsi que les angles de leurs coudes. D'après l'observation faite au n.° 170, il augmentera de moitié en sus la quantité d'eau affectée à chacun d'eux. Ces données du problème à résoudre, pour la portion du système comprise dans la figure, sont notées au tableau suivant. (B), (C) et (D) y sont des *points de partage*.

Fig. 43.

POINTS DE VERSEMENT.				TUYAUX.		
Désignation.	Abaissem. sous le réservoir.	Eau versée, en		Désignation.	Longueur.	Diamètre calculé.
		pouces.	mètres cubes avec augment.			
	mèt.	pouces.	mèt. cub.		mèt.	mèt.
(B)				AB	757	0,431
a	8,10	4	0,00139	*ia*	641	0,061
b	10,30	2	0,00070	*lb*	255	0,036
c	16,80	5	0,00174	*kc*	260	0,041
(C)		75	0,02604	BC	405	0,260
d	(11,80) 4,30	63	0,02185	C*d*	680	0,225
e	(8,30) 2,50	35	0,01215	B*o*	108	0,157
f	8,8	5	0,00174	*oq*	281	0,069
				pf	201	0,054
g	9,8	3	0,00104	*qg*	108	0.040
h	9,5	2	0,00070	*qh*	49	0,024
(D)		65		BD	1213	0,231
j	9,3	2	0,00070	*sj*	240	0,034
		261	0,09062			

On a de plus $ai = 190^m$, $ik = 85^m$, $il = 401^m$, $op = 111^m$ et $pq = 170^m$. Ses angles sont en *l* de 40°, en *k* de 50°, en *m* de 110°, en *n* de 75°, en *r* de 90° et en *s* de 138°; le rayon de courbure de tous les coudes est de 3^m82.

On ne saurait descendre par une perte de charge uniforme depuis le réservoir jusqu'à chacun des points extrêmes, et lors même que cela se pourrait, il ne serait presque jamais à propos d'en agir ainsi : ce sera à l'ingénieur à fixer la perte qu'il convient de faire depuis le réservoir jusqu'à chacun des principaux points de partage des eaux à distribuer, et il doit le faire de manière à tirer de ces eaux tous les avantages qu'elles peuvent procurer et avec le moins de frais possible. Si dans les premières, et par suite les plus grosses branches du système, il admettait une trop forte perte, il pourrait ne pas rester dans les suivantes assez de charge pour mener les eaux à leur destination, de manière que, dans un cas de nécessité, elles y pussent arriver en plus grande abondance que d'ordinaire; si la perte admise était trop faible, le diamètre

des premières branches serait trop grand, et elles coûteraient beaucoup plus cher. — Appliquons cette observation au problème donné. A un des points extrêmes *d* on veut avoir un jet d'eau qui s'élève à 7^m50 au-dessus du pavé, lequel est, dans cette partie de la ville, à 11^m80 en contre-bas du réservoir; de sorte qu'il ne peut y avoir que 4^m30 de perte de charge de A en *d*. On la distribuera ainsi qu'il suit : 1^m de A en B, point de partage principal; 1^m90 de B en C, autre point de partage : il restera par conséquent 1^m40 de C en *d*. On admettra, de l'autre côté, une perte de 2^m20 de B en D.

Ces données secondaires, ajoutées à celles qu'on avait déjà, soit par la disposition du sol, soit par suite d'une volonté supérieure, suffiront à la détermination des diamètres.

Commençons par celui de la conduite principale AB : c'est le tronc de l'arbre; il mène presque toutes les eaux jusqu'en B. — Les quantités qu'il en abandonne aux points d'érogation *i* et *k* sont trop peu considérables pour qu'il y ait lieu à diminuer le diamètre en aval de ces points : on le fera partout égal. Cependant, comme ce tuyau conduit plus d'eau de A en *i* que de *i* en *k*, et que de *k* en B, la résistance sera plus considérable dans ces deux premières parties, et il faudra admettre une quantité d'eau moyenne qui, allant de A en B, produise une résistance égale à celle qui aura effectivement lieu. Les résistances étant à peu près comme les carrés des vitesses ou des quantités d'eau, la moyenne cherchée sera $\sqrt{\frac{(0,0906)^2.190+(0,0885)^2.85+(0,0878)^2.482}{190+85+482}} = 0,0880$. Pour prévenir tout mécompte, mettons $0^{mmm}089$: c'est le volume d'eau à conduire par un tuyau de 757^m de long et avec une perte de charge de 1^m. — La résistance provenant de l'action des parois, en observant que $Q = 0,089$ et $L = 757$, sera (153)

$$0,00222\ \frac{757}{D^5}\left\{(0,089)^2 + 0,0432.0,089.D^2\right\} = \frac{0,01332}{D^5} + \frac{0,006464}{D^3}.$$

Il faut y ajouter la résistance due à un coude qui a lieu près l'origine de la conduite. — Le réservoir est une cuvette établie au haut d'un château où l'eau est portée par des pompes : la conduite AB, qui y est adaptée, descend d'abord verticalement, et puis elle se courbe horizontalement, en fai-

sant un angle de 90°; l'eau y subit deux réflexions de 22° 30′, et on a pour la résistance à ce coude (162)

$0{,}02\,(2.\sin^2 22°\,30')\,\frac{(0{,}0906)^2}{D^4} = \frac{0{,}0000481}{D^4}$. Puisque la somme des résistances doit être égale à la perte de charge (187), il viendra $\frac{0{,}01332}{D^5} + \frac{0{,}006464}{D^3} + \frac{0{,}0000481}{D^4} = 1$; d'où l'on déduit, par la méthode du n.° 157, $D = 0^m4292$.

Au point B, où se termine la conduite AB, ainsi qu'en C et en D, autres points principaux de réunion de plusieurs tuyaux, on a une petite *cuve de distribution*. De telles cuves sont des cylindres ou tambours en fonte de 0^m50 à 0^m80 de diamètre et d'environ 0^m60 de haut : leur surface convexe porte des tubulures auxquelles s'adaptent les tuyaux.

Si la conduite AB, au lieu d'aboutir à une cuve, eût versé ses $0^{mmm}089$ d'eau en plein air, sous une charge de 1^m, on eût trouvé pour le diamètre 0^m4306, ainsi qu'on l'a vu (page 177). Dans l'équation qui a donné ce résultat, on a retranché de 1^m la hauteur due à la vitesse dans la conduite : mais ici cette hauteur ou force n'est pas entièrement perdue; elle se retrouve à la cuve; elle y presse le fluide, et contribue ainsi à la charge des conduites qui en partent. Cependant une portion considérable en est absorbée par les remous et autres mouvemens irréguliers qui ont lieu dans la cuve : cette portion ne pouvant être calculée, il sera plus prudent d'admettre la perte de la hauteur entière, et l'on prendra en conséquence $D = 0^m431$.

Pour assurer la continuité du service des fontaines, au lieu de mener les $0^{mmm}089$ d'eau par une seule conduite jusqu'en B, on pourrait employer deux conduites égales et parallèles, menant chacune $0^{mmm}0445$: leur diamètre serait de 0^m327. Pendant que l'une serait en réparation, l'autre fournirait toujours au service. Dans l'établissement des fontaines à Toulouse, j'ai ainsi dédoublé les trois conduites principales.

Passons au branchement *ia*. La quantité d'eau qu'il doit mener jusqu'en *l* est de $0^{mmm}00209$, et puis jusqu'en *a* $0^{mmm}00139$: *al* étant petit comparativement à *ai*, nous admettrons que la première de ces quantités est conduite jusqu'en *a*, et nous aurons $Q = 0{,}00209$. Dans l'équation du

n.° 186, qui doit donner le diamètre, on aura $H = 8^m10$: c'est la charge entière en a; [R], ou la somme des résistances sur la grande conduite, par suite de l'action des parois et du coude, égale $\frac{0,0133}{(0,431)^5} + \frac{0,006464}{(0,431)^3} + \frac{0,000481}{(0,431)^4} = 0^m2550$; l'angle i étant droit, $\cos i = 0$, et le terme qui le renferme est 0^m0197 : ainsi, on a pour premier membre de l'équation $8,1 - 0,255 - 0,0197$ ou 7^m825. Mettant dans le second, pour [R,], sa valeur développée (153), il vient $7,825 = 0,00222\ \frac{641}{D_1^5}\{(0,00209)^2 + 0,0432.0,00209\ D_1^2\} + 0,248\ \frac{(0,0209)^2}{D_1^4}$; d'où l'on tire $D_1 = 0^m0610$.

Au sous-branchement *ib*, pour le premier membre de l'équation, on aura à déduire de la charge entière en *b*, qui est 10^m30 : 1.° Les résistances de A en *i*; elles sont, comme nous venons de le voir, 0^m2550. 2.° La résistance de *i* en *l*; elle sera $0,00222\ \frac{401}{(0,061)^5}\{(0,00209)^2 + 0,0432.0,00209\,(0,061)^2\} = 4^m962$. 3.° Trois fois la hauteur due à la vitesse dans le branchement *il* (deux pour l'érogation et une pour la vitesse imprimée); mais comme cette même hauteur, multipliée par $\cos 40°$, doit ensuite être ajoutée pour avoir la charge en tête de *ib*, on n'aura à déduire que $0,0826\ \frac{(0,00209)^2}{(0,061)^4}(3 - \cos 40°) = 0^m0582$: ce premier membre sera en conséquence 5^m025. L'équation entière, en prenant la résistance du branchement telle qu'elle est donnée par la formule des grandes vitesses (154) deviendra donc $5,025 = 0,00233\ \frac{255\ (0,0007)^2}{D_1^5} + 0,248\ \frac{(0,0007)^2}{D_1^4}$. Elle donne $D_1 = 0^m0358$.

Dans le tuyau *kmnc*, nous porterons principalement notre attention sur ses coudes. Pour le premier membre de l'équation, retranchant de la charge entière 16^m80, 1.° la résistance de A en *i*; 2.° de *i* en *k*, déterminée de la même manière; 3.° la hauteur due à la vitesse dans *ik*, multipliée par $1 - \cos 50°$, il vient 16^m43. Le second membre se composera de la résistance des parois du branchement, de celle des coudes et de trois fois la hauteur due à la vitesse v_1. La première résistance

sera $0{,}00233\,\frac{26a\,(0{,}00174)^2}{D_1^5}$. Celle des coudes exige la connaissance du diamètre : une simple approximation suffira. On la fera en prenant uniquement, pour second membre, l'expression ci-dessus, et on obtiendra pour première valeur du diamètre 0,0407 ; je la porte à 0^m0408. Le rayon de l'arc du coude étant 3^m82, on aura, pour le sinus-verse de l'angle de réflexion, $0{,}00534\left(=\frac{0{,}0408}{2.3{,}82}\right)$; pour le cosinus, $0{,}99466$ $(=1-0{,}00534)$; et pour l'angle, 5° 55′ : le carré de son sinus sera 0,01064. En m, on aura 6 angles de réflexion $\left(=\frac{180°-110°}{2\,(5°\,55'}\right)$; en n, le coude étant de 75°, il y en aura 9 ; en tout 15. Ainsi la résistance pour les coudes sera (163) $0{,}02\,\frac{(0{,}00174)^2}{D_1^4}$ $(15.0{,}0106)$. Trois fois la hauteur due à la vitesse dans le branchement est $0{,}248\,\frac{(0{,}00174)^2}{D_1^4}$. De sorte que l'équation devient $16{,}43=\frac{0{,}0000018345}{D_1^5}+\frac{0{,}000000000967}{D_1^4}$ $+\frac{0{,}00000075}{D_1^4}$. D'où l'on déduit $D_1=0^m04084$. — Avec un tel diamètre, la résistance des parois, celle des coudes et trois fois la hauteur due à la vitesse, seraient respectivement 16^m15, 0^m00347, 0^m270 ; quantités qui sont entre elles comme les nombres 10000, 2 et 167. On voit par cet exemple, où cependant l'on avait une grande vitesse, 1^m33, et des coudes extraordinaires, combien est insignifiante la résistance qu'ils occasionnent. Si le rayon de courbure eût été de 0^m50, au lieu de 3^m82, elle aurait été de 0^m0104, au lieu de 0^m0035 : on pourrait encore la négliger.

Le diamètre de la conduite qui va de la cuve B à la cuve C, sera déterminé d'une manière analogue à celle qui a été employée pour la conduite AB : la somme des résistances sera égalée à la perte de charge 1^m90, et l'on obtiendra $D=0^m260$.

On en agira de même pour la conduite C*rd*, où l'on a admis 1^m40 de perte de charge ; on trouvera 0^m22490 pour le diamètre. Si on voulait avoir égard au coude de 90°, qui est en r, on calculerait la résistance qu'il occasionne de la même

dans notre projet de distribution, je n'admettrais que six calibres; à savoir de 0^m45, 0^m30, 0^m25, 0^m15, 0^m07 et 0^m05. Je remarquerai à ce sujet qu'on ne doit jamais admettre un calibre inférieur à celui qui est indiqué par le calcul, et qu'il convient presque toujours d'en prendre un notablement supérieur. Il faut pouvoir se ménager la faculté de porter aux points de versement une plus grande quantité d'eau que dans l'état habituel, en cas d'incendie par exemple. De plus, et pour un semblable motif, on ne descend pas au-dessous d'un certain calibre : ainsi, à Toulouse, je ne suis pas descendu au-dessous de 0^m05, et je ne crois pas que dans aucun cas on doive dépasser 0^m04.

Observations pratiques.

189. Nous avons dit (170) que les conduites ne donnaient presque jamais la quantité d'eau qu'elles devraient fournir d'après les formules, et qu'elles fourniraient en effet, si elles avaient été posées et si elles étaient tenues d'une manière parfaite; et nous avons remarqué que les principales causes en étaient, 1.° les aspérités ou parties qui saillent dans leur intérieur, et les solutions de continuité aux points d'assemblage des tuyaux; 2.° l'air qui se rassemble et se cantonne au sommet des angles saillans; 3.° les dépôts vaseux, qui se font principalement dans les parties basses.

Au sujet de la première de ces causes, on ne peut que recommander beaucoup de sévérité dans la réception des tuyaux : il faut rejeter ceux dont le diamètre serait inférieur, même d'une très-petite quantité, à celui qui était demandé; ceux qui seraient déformés, et ceux dont l'intérieur présenterait des bavures ou ne serait pas bien net. Il faut mettre beaucoup de soin dans leur pose, faire que l'axe de leur ensemble soit exactement en ligne droite ou en une suite de lignes droites (les coudes exceptés), et que la paroi intérieure soit aussi unie que possible, de manière que l'eau y file paisiblement sur tous les points. A plus forte raison faut-il éviter tout étranglement provenant ou de ce que les garnitures des joints pénètrent dans l'intérieur des tuyaux, ou de ce que les ouvertures des robinets ont une section moindre que la leur : en principe, il ne doit y avoir aucun étranglement dans une conduite.

On fournira une issue à l'air qui se porte aux parties supérieures, en plaçant sur leur point culminant un tuyau portant une tubulure, à laquelle on adaptera ou un tube de plomb qui s'élèverait au-dessus du niveau que l'eau peut atteindre, ou une *soupape à flotteur*, ou un robinet. Le tuyau est le plus sûr des évents, et on l'emploira partout où il pourra s'établir sans causer de l'embarras ou sans être exposé à quelque dommage, ce qui est fort rare. Les soupapes conviennent principalement dans les grandes galeries, où elles peuvent être fréquemment visitées. Quant aux robinets, malgré la simplicité du moyen, ils présentent une grande sujétion; il faut aller fréquemment et régulièrement les ouvrir. Les bornes-fontaines établies sur les points culminans des rues à double pente, à l'effet d'en laver les deux versans, peuvent aussi servir, et très-convenablement, d'évent naturel.

Aux parties basses des conduites, au sommet des angles rentrans, on adaptera de gros *robinets de décharge*, que l'on ouvrira de tems à autre pour nettoyer les tuyaux, en y faisant passer le plus d'eau possible : les terres et les vases qui s'y étaient déposées dans le régime ordinaire du courant, seront reprises et emmenées par l'eau animée d'une plus forte vitesse. Les cuves de distribution, dont il a été fait mention (p. 213), sont très-propres à un tel nettoiement : le fluide, n'y ayant presque pas de vitesse, y dépose de préférence les matières qu'il charrie; au bas de leur surface latérale, on a une grande tubulure fermée par une platine retenue à l'aide de boulons à vis, et que l'on enlève lorsqu'on veut laver à grande eau. Ce moyen est employé avec beaucoup de succès pour les conduites de Toulouse : les vases et même les sables que l'eau y dépose en assez grande quantité, malgré sa clarification préalable, sont entièrement emportés; des cuves, et en suivant de petits *aqueducs de vidange*, elles se rendent dans les égouts de la ville.

L'entrée de toutes les conduites, à partir des réservoirs ou des cuves, et celle des branchemens près de leur point d'adaptation, doivent être munies d'un robinet destiné à refuser ou à livrer à volonté passage à l'eau. Pour les tuyaux de plus de 0^m10 de diamètre, on se sert de *robinets-vannes* dont l'ouverture se

ferme à l'aide d'une pelle convenablement disposée, et qu'on lève ou baisse à l'aide d'une vis. Au-dessous de 0^m10, on a des *robinets à tournant.*

Je ne m'arrêterai nullement sur la forme et la construction de ces divers robinets, sur celle des ventouses, des tuyaux, etc., ni sur leur assemblage, sur la pose des conduites, et en général sur tout ce qui tient à l'art du fontainier. Ces objets ne seraient pas à leur place dans un manuel d'hydraulique, et je renverrai, pour ce qui les concerne, aux ouvrages qui en traitent spécialement, entre autres à ceux de MM. Girard (1), Mallet (2), Genieys (3) et Gueymard (4), ainsi qu'à mon *Histoire de l'établissement des fontaines à Toulouse.* (5)

CHAPITRE IV.

DES JETS D'EAU.

auteur turelle s jets.

190. Si sur la partie supérieure d'une petite cuve ou boîte qui serait établie à l'extrémité d'une conduite venant d'un réservoir entretenu plein d'eau, on perce un orifice, il en sortira un jet qui s'élèvera, ou plutôt qui tendra à s'élever à la hauteur qu'atteindrait l'eau d'un piézomètre placé sur la cuve, durant l'écoulement. Cette hauteur, à cause de la direction du mouve-

(1) *Description des ouvrages à exécuter pour la distribution, dans Paris, des eaux de l'Ourcq.* 1808.

(2) *Bulletin universel des sciences*, V.e section, 1826; et *Notice sur le projet d'une distribution générale d'eau dans Paris, avec des détails y relatifs, recueillis en Angleterre et notamment à Londres.* 1829.

(3) *Essai sur les moyens de conduire, d'élever et de distribuer les eaux.* 1829.

(4) *Sur la conduite des eaux dans des tuyaux cylindriques. Annales des mines.* Tom. V. 1829.

(5) Nouveaux *Mémoires de l'Académie des sciences de Toulouse.* Tom. II. 1830.

ment dans la boîte, sera la charge effective sur l'orifice de sortie; et l'on aura sa valeur en retranchant de la charge entière, ou hauteur du réservoir au-dessus de l'orifice, la somme des résistances éprouvées sur toute la longueur de la conduite.

Hauteur réelle.

191. La hauteur réelle du jet sera un peu moindre. Plusieurs causes contribuent à la diminuer. La principale est la résistance de l'air : son effet, il est vrai, est insensible pour les charges au-dessous d'un mètre; mais au-dessus, il a une valeur appréciable et de plus en plus grande à mesure que la charge augmente, la résistance lui étant proportionnelle. De plus, cette résistance de l'air produit, dans les jets, une séparation des filets fluides, laquelle accélère considérablement la destruction de leur force ascensionnelle. Parmi les autres causes de diminution dans la hauteur, il faut mettre l'obstacle que la partie supérieure de la colonne jaillissante oppose à la libre ascension de la partie inférieure : cet obstacle serait nul, si les molécules fluides étaient entièrement indépendantes les unes des autres, puisque la vitesse de toutes décroîtrait suivant une même loi; mais l'adhérence qui les lie fait qu'elles exercent une action les unes sur les autres; l'élargissement de la colonne dans sa partie supérieure, qui ne peut être qu'une suite de cette action, en prouve l'existence. La chute des couches supérieures, après l'extinction de leur vitesse, sur les couches inférieures nuirait considérablement à

l'élévation, si l'élargissement dont nous venons de parler, par suite de la loi suivant laquelle il se fait (1), en devenant très-rapide dans le haut de la colonne, n'y imprimait aux molécules fluides une impulsion presque horizontale qui les éloigne et les fait tomber à côté : il en retombe cependant encore quelques-unes sur la colonne, et elles l'empêchent aussi d'atteindre toute sa hauteur naturelle. On met cette cause en évidence en inclinant un peu l'orifice de sortie; alors le jet, ne recevant plus le choc des molécules qui retombent, s'élève plus haut : ainsi, Bossut, ayant légèrement incliné l'appareil qui lui donnait un jet vertical de 3^m42, a eu 3^m47.

L'effet de ces causes réunies ne peut être déterminé que par l'expérience. Mariotte l'a consultée (2). Au fond d'un réservoir ou tambour de 0^m325 de diamètre, établi dans un lieu élevé, il a adapté un tuyau vertical de 0^m081 de dia-

---

(1) Cette loi est exprimée par l'équation $y^4 = \frac{h m^2 d^4}{h - x}$, laquelle appartient à une hyperbole du quatrième degré : h y est la charge effective sur l'orifice, d son diamètre, m le coefficient de contraction correspondant, y le diamètre de la colonne prise à la hauteur x au-dessus de l'orifice.

Au sommet de la colonne, où $x = h$, le diamètre ou l'élargissement serait infini.

La force de projection due à ce brusque élargissement se combine avec l'action de la gravité, et l'eau retombe sous la forme d'un *paraboloïde* ou d'un bocal sous lequel on aperçoit le jet. La fontaine de la Trinité à Toulouse présente cette forme d'une manière parfaite et très-agréable à voir, lorsque la colonne fluide, ayant 0^m05 de diamètre à la base, s'élève à une hauteur de 0^m40 à 0^m50.

(2) *Traité du mouvement des eaux.* IV.e partie, premier discours.

mètre, et dont la longueur a été graduellement augmentée jusqu'à 20^m. L'extrémité en était recourbée de bas en haut, et on la recouvrait successivement de différentes platines percées d'orifices circulaires de diverses grandeurs, et dont les bords étaient bien unis. La résistance du tuyau ne pouvait guère diminuer la hauteur du réservoir que de 2 ou 3 centimètres; ainsi on peut se dispenser d'y avoir égard, et on peut prendre cette hauteur pour la charge effective. Je donne, dans le tableau suivant, le résultat de six expériences faites avec un orifice de 0^m0135 (6 lignes) de diamètre : j'y ajoute une autre expérience donnée par Bossut (*Hydrodyn.*, §. 607). Les suites de rapports notées au tableau, montrent que les diminutions dans l'élévation des jets suivent à peu près le rapport des carrés des hauteurs de réservoir : de sorte que si h est cette hauteur ou en général la charge effective, et h' la hauteur réelle du jet, on aura $h' = h - \mu h^2$. Les valeurs de μ conclues de ces expériences sont portées à la dernière colonne.

HAUTEUR		DIMINUTION	SUITES DE RAPPORT		μ
de la charge.	du jet.	ou différence.	des diminutions.	des carrés des charges.	
mèt.	mèt.	mèt.			
11,50	10,39	1,110	1,000	1,000	0,0084
11,35	10,30	1,056	0,951	0,974	0,0082
8,48	7,87	0,609	0,549	0,543	0,0085
7,93	7,42	0,515	0,464	0,476	0,0082
4,01	3,90	0,108	0,098	0,121	0,0068
1,79	1,75	0,034	0,031	0,024	0,0106
3,57	3,42	0,149	0,134	0,097	0,0117

La valeur moyenne de μ dans les expériences de Mariotte est 0,0084. Celle de Bossut donne 0,0117. Quoique tout porte à croire que le premier résultat est le plus exact; cependant, comme il ne s'agit que d'une simple approximation, et qu'il n'y a aucun mécompte à craindre en faisant que les diminutions soient un peu trop fortes, j'admettrai un terme moyen, et par suite l'expression, d'ailleurs très-simple,

$$h' = h - 0{,}01h^2.$$

192. Toutes choses égales d'ailleurs, les gros jets s'élèvent à une hauteur plus grande que les petits; ayant plus de masse, la résistance détruit moins promptement leur vitesse, et elle les divise moins.

Bossut, sous une charge de 3^m57, après avoir obtenu, avec un orifice de 0^m018 de diamètre, un jet de . . . . . 3^m42
n'a plus eu, avec un orifice de 0^m0045, que. . . . . 3^m26

Mariotte, sous une charge de 7^m93, a eu, avec un orifice de 0^m0135 . . . . . 7^m42
et avec un orifice de 0^m0068 . . . . . 7^m20

La différence, qui est ici petite, devient insensible lorsque les jets ne s'élèvent pas à plus de 2^m, et que le diamètre de l'orifice ne baisse pas au-dessous de 0^m007.

Mais s'il est plus petit, et que la charge soit grande, la diminution de hauteur est considérable, et d'autant plus, que la charge est plus forte. Ainsi, Mariotte, avec un orifice de 0^m00226 (1 ligne) de diamètre, a eu une diminution
de 0^m16, sous une charge de . . . . . 1^m46
de 0^m97, sous celle de . . . . . 4^m55
et de 2^m30, sous celle de. . . . . 8^m80

Effet des ajutages.

193. Les jets, dont il vient d'être question, sortaient par des orifices circulaires percés dans de

minces platines. Ces orifices sont ceux qui portent les jets à la plus grande hauteur, et leur donnent la forme la plus unie : en les examinant sortir, on croit souvent voir un barreau du cristal le plus diaphane. Aussi emploie-t-on de préférence ces orifices lorsqu'on n'a en vue que l'élévation et la beauté du jet.

Les moins satisfaisans, sous ces deux rapports, sont les ajutages cylindriques. Ils diminuent la vitesse de sortie dans le rapport de 1 à 0,82 (41), et par suite les hauteurs des jets dans celui du carré de ces deux nombres, ou de 1 à 0,67 ; c'est-à-dire, que la hauteur d'un jet provenant de tels ajutages ne sera que les deux tiers de la charge effective, ou plutôt les deux tiers de la hauteur qu'on eût eue par un orifice en mince paroi. De plus, dès la sortie, les filets fluides qui le composent s'éparpillent, et l'eau a un aspect trouble.

Les ajutages coniques, ayant des coefficiens de diminution dans la vitesse, qui varient de 0,85 à 0,95 (46), donneront des hauteurs qui seront des 0,72 aux 0,90 de celles dues aux orifices en mince paroi. D'ailleurs, leurs jets sont unis et transparens à la sortie.

Amplitud et élévatio des jets in clinés.

194. Très-souvent on incline un ajutage. Le jet décrit alors une courbe, et l'on a à déterminer *sa plus grande élévation* CD, et son *amplitude* AB, c'est-à-dire, la plus grande distance horizontale qu'il peut atteindre. Fig. 44.

Sans la résistance de l'air, la courbe décrite serait une parabole (37). Elle l'est en effet sous

des charges de quelques mètres; mais sous celles de 6^{m} et au-dessus, elle est altérée : cette altération diminue un peu l'élévation et l'amplitude, mais pas assez pour que l'erreur résultant de la supposition d'une exacte parabole puisse tirer à conséquence.

Si n est le *coefficient de la vitesse* pour l'ajutage employé (45), nv sera la vitesse réelle de sortie, et n^2h, ou la hauteur due à cette vitesse, sera la force de projection, h étant toujours la charge effective. Appelant i l'angle d'inclinaison de l'ajutage, qui est l'angle de projection, prenant l'horizontale AB comme axe des abscisses, on a, pour l'équation de la parabole décrite par le jet (*Mécanique* de M. Poisson, n.° 208),

$$y = x \operatorname{tang} i - \frac{x^2}{n^2 h \cos^2 i}.$$

195. Si on désigne par A l'amplitude, en observant qu'elle n'est que l'abscisse, x, pour le cas où $y = 0$; et, en se rappelant que $\operatorname{tang} i = \frac{\sin i}{\cos i}$, il vient

$$A = 4 n^2 h \sin i \cos i = 2 n^2 h \sin 2 i.$$

196. La moitié, AC, de cette amplitude mise, pour x, dans l'équation de la courbe, donne, pour l'ordonnée CD (= E), représentant la plus grande élévation du jet,

$$E = n^2 h \sin^2 i.$$

Problème général.

197. Le problème à proposer sur les jets d'eau, pris dans toute sa généralité, sera énoncé ainsi :

sur un point déterminé, produire un jet qui porte une quantité d'eau donnée, à une élévation et à une distance également données. La question se réduit à déterminer l'espèce, l'inclinaison et le diamètre de l'ajutage à établir en ce point. Puisque le point d'où doit sortir le jet est donné de position, on connaît sa charge entière, ou son abaissement au-dessous du réservoir qui doit y fournir l'eau : on calculera la résistance qu'elle éprouve sur la conduite établie ou à établir entre le réservoir et ce point; on retranchera cette résistance de la charge entière, et l'on aura h. Q, A et E sont donnés : et il s'agit de déterminer i, n et d, cette dernière lettre représentant le diamètre de sortie de l'ajutage.

Retranchant l'équation du n.° 195 de celle du n.° 196, il vient

$$\frac{4\,E}{A} = \frac{\sin i}{\cos i} = \text{tang } i.$$

Ainsi l'angle i, sous lequel il faut incliner l'ajutage, sera connu.

Le sinus de cet angle, mis dans une des deux équations dont il vient d'être question, fera connaître n; et ce coefficient indiquera, à l'aide du tableau du n.° 46, l'espèce d'ajutage à employer, c'est-à-dire, celui dont le degré de convergence est convenable au cas demandé.

Le même tableau donnera aussi le coefficient m de la dépense, pour la formule $Q = m\,\pi'\,d^2\sqrt{2gh}$: d'où l'on déduira d.

Le problème sera ainsi résolu.

Exemple. 198. Je donne un exemple.

Gerbe d'eau. On doit établir un faisceau de jets, ou une *gerbe d'eau jaillissante* à laquelle on destine 70 pouces d'eau ou $o^{mmm}0162$ par seconde. Au milieu on veut un jet vertical, et autour, sur deux cercles concentriques, seize autres jets inclinés, et de manière que leur eau, en tombant, présente à peu près l'image d'une demi-boule. Le lieu d'où partiront les jets est à 9^m en contre-bas du réservoir, et la perte de charge sur la conduite d'amenée est de 1^m50; de sorte qu'il reste encore 7^m50 de charge effective.

On fera sortir le jet du milieu par un orifice en mince paroi : il convient qu'il soit plus fort que les autres, et on lui affectera 6 pouces d'eau ($o^{mmm}0014$); l'élévation qu'il atteindra sera d'environ 7^m ($= 7,5 - 0,01\,(7,5)^2 = 6,96$). Puisque l'eau des jets inclinés doit, en retombant, former à peu près une demi-sphère, on leur donnera aussi 7^m d'amplitude, et on fixera à 6^m l'élévation de ceux du premier rang, et à 5^m celle pour le second : chacun des huit premiers dépensera $4\frac{1}{2}$ pouces ($o^{mmm}00104$), et chacun des huit derniers $3\frac{1}{2}$ pouces ($o^{mmm}00081$). — Telle est, avec des dimensions un peu moindres, la gerbe d'eau que j'ai établie sur la place des Carmes à Toulouse.

Pour l'orifice du milieu, on n'a que le diamètre à déterminer : il sera $\sqrt{\frac{Q}{m\pi\sqrt{2g}\sqrt{h}}} = \sqrt{\frac{0,0014}{0,62 \times 0,785 \times 4,43\sqrt{7,5}}} = o^m0154$.

Pour chacun des ajutages du premier rang, on aura $\tang i = \frac{4 \times 6}{7}$, et $i = 73°\,45'$: par suite $n = \sqrt{\frac{6}{7^2 \times \sin^2 73°\,45'}} = 0,932$. Le tableau du n.° 46 montre qu'à un tel coefficient de vitesse correspond un angle de convergence de $7°\,52'$; en conséquence on fera faire des ajutages de 8° : leur coefficient de dépense m sera, d'après le même tableau, de 0,93. Ainsi, pour le diamètre à leur donner, on aura

$\sqrt{\frac{0,00104}{0,93 \times 0,785 \times 4,43\sqrt{7,5}}} = o^m0117$. En résumé, pour chacun de ces ajutages, il faudra

un diamètre de sortie de . . . . . 0^m0117
une convergence de. . . . . 8°
et une inclinaison de . . . . . 73° 45′

Par des calculs analogues, on trouverait, pour les ajutages du second rang,
un diamètre de. . . . . 0^m0097
un angle de convergence de . . . . . 2°
et une inclinaison de. . . . . 70° 43′

Afin de disposer convenablement les uns et les autres, on prendra une plaque en cuivre jaune d'environ 0^m013 d'épaisseur, à laquelle on donnera la forme d'une calotte sphérique de 0^m50 de rayon, par exemple : elle sera le dessus de la boîte, ou *souche* en terme de fontainier, d'où partiront les jets; boîte à laquelle on pourra donner la forme d'un cylindre d'environ 0^m30 de diamètre et autant de hauteur. Du milieu, ou point culminant de la calotte, comme centre, avec un rayon de 0^m141, c'est-à-dire, à une distance de 16° 15′, complément de l'inclinaison que doivent avoir les ajutages du premier rang, on décrira une circonférence, sur laquelle on placera ces huit ajutages, à égale distance les uns des autres, et très-exactement dans la direction du rayon de la sphère. Pour les huit du second rang, on décrira une autre circonférence, de 0^m1675, ou 19° 17′, de rayon; et, en les y établissant, on observera que chacun d'eux corresponde au milieu de l'intervalle compris entre ceux du premier rang.

Les uns et les autres consisteront en de petits cylindres de bronze, ayant environ 0^m03 de diamètre et autant de long : ils seront percés longitudinalement, de manière à avoir les diamètres et évasemens ci-dessus : l'évasement se détermine par la grandeur à donner au diamètre de l'orifice d'entrée, connaissant le diamètre de sortie et la longueur de l'ajutage; longueur qui doit excéder un peu le double de ce dernier diamètre (46). Je remarquerai que, si cette longueur est telle que le bout d'entrée de l'ajutage dépasse l'épaisseur du couvercle de la boîte, et pénètre ainsi dans l'intérieur, pour qu'il n'en résulte pas une contraction extraordinaire, qui pourrait diminuer considérablement la force de projection et la dépense, il faut que l'épaisseur de l'ajutage, autour de l'ouver-

ture d'entrée, ait au moins $0^{m}007$ (3 lignes). La surface latérale des ajutages est taillée en forme de vis, de manière à ce qu'ils puissent être vissés sur la calotte, dans des trous qui auront été taraudés à cet effet : leur extrémité supérieure, comme la tête d'un clou, aura un diamètre plus grand que le corps; elle présentera, sur son bord, deux échancrures, pour qu'on puisse, à l'aide d'un tourne-vis, les ôter et replacer à volonté. L'orifice du milieu, bien qu'en mince paroi, sera également pratiqué dans une pièce de bronze vissée sur la boîte.

TROISIÈME SECTION.

DE L'EAU COMME MOTEUR, ET DES MACHINES HYDRAULIQUES.

199. L'eau en mouvement, et indépendamment de son poids, agit comme moteur, en communiquant, par son *choc*, une partie de son mouvement aux corps qui s'opposent à la direction qu'elle tend à suivre. Elle agit encore d'une manière négative, en détruisant ou réduisant, par sa *résistance*, la vitesse que tendent à prendre les corps qui se meuvent dans ou sur elle.

La plus importante de ses actions motrices, qu'elle provienne soit du poids, soit du choc, est celle qui s'exerce sur les machines, et qui leur imprime le mouvement, à l'aide duquel les arts industriels exécutent une grande partie de leurs diverses opérations. La détermination de l'effet que cette action les met à même de produire, sera l'objet de cette section. Mais avant, il convient de prendre une idée et une mesure exactes du choc et de la résistance des fluides.

CHAPITRE PREMIER.

DU CHOC ET DE LA RÉSISTANCE DE L'EAU.

ART. 1.er *Choc ou pression hydraulique.*

Nature du choc des fluides.

200. Lorsqu'un corps solide, doué d'une certaine vitesse, rencontre et choque un autre corps mobile allant moins vite ou étant en repos, il lui communique tout le mouvement qu'il peut lui communiquer dans un instant dont la durée est inappréciable à nos sens : au bout de cet instant, toute action de la part du corps choquant cesse, et l'entier effet de la *percussion* est produit. Le choc d'un courant d'eau est d'une autre nature : c'est une multitude de molécules qui, se succédant sans interruption, poussent et pressent continuellement le corps choqué. Leur effet est pareil à celui d'un ressort qui agirait contre un obstacle, en conservant toujours sa même tension : il est de même espèce que celui que la pesanteur exerce sur les corps qui opposent une résistance à son action; et ce choc peut en conséquence être assimilé à un poids. L'expérience ne laisse d'ailleurs aucun doute à cet égard : si, à l'extrémité du fléau d'une balance, on fixe une plaque, et qu'on dirige sur elle un jet d'eau sortant d'un vase entretenu constamment plein, il se trouvera toujours un

poids, qui, placé à l'autre extrémité du fléau, maintiendra l'équilibre pendant toute la durée de l'écoulement. Ce poids, étant ainsi en équilibre avec l'action ou la force du choc, lui sera égal; il la représentera. On voit, d'après ce fait, que cette force n'est qu'une simple *pression*; et que le choc d'un courant n'est que la *pression hydraulique* due au mouvement du fluide, tout comme la *pression hydrostatique* est celle qui provient de son poids.

Nous avons à considérer, dans cet article, le choc qui est produit par une veine isolée agissant contre une surface; celui qu'éprouve un corps plongé, en tout ou en partie, dans un fluide indéfini; et celui qui a lieu lorsque le fluide se meut dans un coursier dont le corps choqué occupe presque entièrement la section.

1. *Choc d'une veine isolée.*

201. Prenons d'abord le cas le plus simple, celui où une surface plane en repos est exposée, perpendiculairement, au choc de la veine fluide. Expres théoriqu choc d d'une vei

Soit une veine sortant du tuyau horizontal AB, et allant choquer la plaque verticale MN, laquelle est fixée à l'extrémité d'un levier angulaire COD, mobile autour du point O. Il s'agit de trouver la valeur du poids P, qui placé en D, OD étant égal à OC, maintiendra la plaque dans sa position. A cause de l'égalité dans les bras du levier, et du sens dans lequel ce poids tend à pousser la plaque, il est évident qu'il sera comme s'il était Fig.

appliqué immédiatement sur sa face postérieure, et qu'il exerçât une action directement opposée à celle du courant; et puisqu'il doit détruire, à chaque instant, la quantité de mouvement de ce courant, il faut qu'il en ait une égale.

Désignons par s' la section de la veine fluide en B, par v sa vitesse au même point, et par τ un tems extrêmement petit: $s'v\tau$ sera le volume d'eau écoulé dans ce tems; et $s'v\tau\varphi$ en sera le poids, φ étant le poids du mètre cube du fluide choquant. La quantité de mouvement étant la masse multipliée par la vitesse (et la masse étant le poids divisé par g) sera $\frac{s'v\tau\varphi}{g}.v$; ou $2hs'\tau\varphi$, en représentant par h la hauteur due à la vitesse v, puisque $\frac{v^2}{g} = 2h$. A cette quantité de mouvement, il faut que le poids P en oppose une égale. Or, il est admis, en mécanique (*Poisson*, n.° 128), que la quantité de mouvement produite, pendant le tems extrêmement petit τ, par un poids P placé dans un bassin de balance, ou suspendu à un bras de romaine, est $P\tau$. On aura donc $2hs\tau\varphi = P\tau$, ou simplement

$$P = 2sh\varphi.$$

Mais $2hs$ est le volume d'un prisme qui aurait s pour base et $2h$ pour hauteur, et $2hs\varphi$ est le poids d'un pareil prisme du fluide choquant. Ainsi, *la force ou l'effort du choc exercé par une veine fluide sur une surface plane en repos, et exposée perpendiculairement à son action*,

est égal au poids d'un prisme de ce fluide ayant pour base la section de la veine, et pour hauteur deux fois la hauteur due à la vitesse.

Telle est l'expression indiquée par la théorie, et généralement admise par tous les auteurs.

Si la plaque eût été immédiatement appliquée contre l'orifice, l'effort ou la pression exercée sur elle par le fluide n'eût été que $sh\varphi$; ainsi la pression hydraulique a été double de la pression hydrostatique.

Voyons jusqu'à quel point l'expression $2sh\varphi$ de la première est modifiée par l'expérience.

Lois et pression choc, d'ap l'expérien

202. Bossut, ayant adapté horizontalement, sur une extrémité d'un fléau de balance, une plaque circulaire de 0^m068 de diamètre, y a fait tomber un jet, par un ajutage cylindrique de 0^m023 de diamètre; et il a trouvé que le poids, pour le maintien de l'équilibre, était,

sous une charge de 1^m30, ... 0^k670;
et sous celle de 0^m65, ... 0^k335.

A l'ajutage de 0^m023 de diamètre, il en a substitué un qui n'avait que 0^m0135, et il a eu,

sous la charge de 1^m30, ... 0^k382;
et sous celle de 0^m65, ... 0^k191.

(*Hydrod.*, §§. 855 et suiv.)

Dans ces expériences, lorsque les charges ont diminué de moitié, il en a été de même des efforts du choc : et comme les hauteurs dues aux vitesses de sortie, par un même ajutage, suivent le rapport des charges (12), on a conclu, des

observations que nous venons de rapporter, et d'un très-grand nombre d'autres, que la *force du choc d'une veine fluide est proportionnelle à la hauteur due à la vitesse de la veine;* ou, ce qui est la même chose, *au carré de cette vitesse.*

203. Il est d'ailleurs tout naturel d'admettre que la force est aussi proportionnelle au nombre des molécules choquantes, c'est-à-dire à la section de la veine fluide lors de sa sortie de l'orifice. Et en effet, dans les expériences que nous venons de citer, les deux sections ayant varié dans le rapport de 100 à 36, les poids, mesurant la force du choc, ont suivi ce même rapport.

204. On peut donc établir, en observant que $\varphi = 1000^k$ lorsqu'il s'agit de l'eau,

$$P = 1000\, n s' h;$$

n étant un coefficient à déterminer par l'expérience.

205. Sa valeur dépendra principalement de la grandeur de la surface qui reçoit le choc, et de son éloignement de l'orifice d'où sort la veine.

Pour que le choc produise tout son effet, il faut que la surface choquée ait assez d'étendue pour arrêter tous les filets fluides, et anéantir la vitesse qu'ils avaient dans leur direction primitive; et, pour qu'il en soit ainsi, vu l'éparpillement des filets après leur sortie, il convient que cette surface soit au moins dix fois plus grande que l'orifice : alors les expériences, comme la

théorie, donnent à très-peu près $n = 2$: (dans les observations de Bossut susmentionnées, on a $n = 1{,}95$). Mais, si la plaque n'est pas assez grande pour intercepter tous les filets, il en passe, tout à l'entour, une grande quantité, qui n'exercent aucune action sur elle; à tel point, que lorsqu'elle n'est plus qu'égale à la section de la veine avant l'éparpillement, on a simplement $n = 1$: Langsdorff et Dubuat ont constaté ce fait.

Quelle que soit la grandeur de la surface choquée, lorsque la distance entre elle et l'orifice est extrêmement petite, n est encore 1; cette valeur augmente avec la distance; elle atteint son *maximum*, qui est 2, lorsque l'éloignement est d'environ trois fois le diamètre de l'orifice : au-delà elle diminue. Phénomène très-remarquable.

Ainsi, la valeur de n variera de 1 à 2.

Quoique ce résultat d'un grand nombre d'expériences soit généralement admis, je n'en dois pas moins faire mention de quelques faits où ces limites auraient été dépassées.

Venturoli, d'après des observations dernièrement faites en Italie, baisse jusqu'à 0,75 la limite inférieure. (*Idraulica*, §§. 416 et 417.)

D'un autre côté, des expériences de Michelotti me semblent élever à 2,51 la limite supérieure. Il a fait sortir, par un tube cylindrique de 0^m0271 de diamètre et de 0^m216 de long, sous une charge de 6^m77, un jet dont il recevait le choc sur une plaque disposée à peu près comme celle de la figure 45, et il a trouvé que pour la maintenir en équilibre, il fallait un poids de 6^k14. La vitesse à la sortie était de 9^m116 ($= 0{,}7913\sqrt{2g.6{,}77}$, expression où le coefficient 0,7913 avait été déterminé par une expérience préalable); par suite, la hauteur

due était de $4^{m}236$. Ainsi, $n\pi'$ $(0{,}0271)^{2}.4236.1000 = 6{,}14$; d'où $n = 2{,}514$. (1)

Il serait encore possible que la valeur de n dépendît, jusqu'à un certain point, de la nature de la surface choquée; et Zuliani aurait trouvé l'effort de la veine fluide plus grand sur un disque de fer, que sur un disque de bois, toutes choses égales d'ailleurs. (*Venturoli.*)

Effet dû aux rebords. 206. On augmente considérablement cet effort, en entourant la plaque qui reçoit le choc, d'un rebord d'environ deux centimètres de hauteur.

En 1812, Morosi, après avoir observé l'action d'un jet sur une simple plaque carrée, sous trois charges différentes, et l'avoir trouvée de 5, 7 et 9 livres, fixa, sur chacun des quatre bords, un liteau de $0^{m}014$ de hauteur, et, sous les mêmes charges, l'action du jet fut de 11, 15 et 20 livres; c'est-à-dire, plus que double. Dans ces expériences, on aurait donc eu $n = 4$ au moins.

L'augmentation d'effet ne pouvait être attribuée au poids de l'eau qui serait demeurée sur la plaque, puisqu'elle était dans une position verticale, et qu'en enlevant le liteau du fond, on n'eut qu'une diminution proportionnelle à sa longueur.

---

(1) *Mémoires de l'Académie de Turin.* 1784 — 1785. Michelotti a fait tomber sur la section de la veine, et non sur la vitesse, la réduction indiquée par le coefficient de la dépense 0,791 $(= m)$; il a en conséquence établi, $n.ms^{1}.h.\varphi = 6{,}77$; d'où il a déduit $n = 1{,}99$. Je crois qu'ici, où l'ajutage est cylindrique, il fallait poser $n.s^{1}.m^{2}h.\varphi = 6{,}77$.

Il me paraît bien difficile de se rendre raison de ce singulier effet des rebords. Venturoli n'y voit qu'une conséquence de la théorie de Lagrange sur le choc des fluides; théorie d'après laquelle, si un filet, après avoir atteint une plaque, se repliait de manière à revenir sur lui-même, il y exercerait un effort double. Ce serait le cas d'un corps parfaitement élastique, qui, après avoir choqué un obstacle immobile et vertical, serait comme repoussé par lui : il y aurait exercé une pression double de celle d'un corps entièrement dur (lequel serait tombé après le choc). Mais les molécules fluides ne sont pas dans ce cas : les rebords ne leur rendent pas en sens contraire la vitesse qu'elles avaient en arrivant au choc. Quoi qu'il en soit de la cause, et lors même que les résultats donnés par Morosi seraient exagérés, il n'en est pas moins vrai que l'effort de ses rebords est réel et considérable.

Bien qu'il n'ait été signalé à l'attention des savans que depuis un petit nombre d'années, il était cependant connu, et depuis des siècles, aux constructeurs des grosses forges des Pyrénées. Les roues qui mettent en jeu les marteaux de ces usines, portent des palettes en bois d'environ $0^{m}08$ d'épaisseur, et qui sont évidées dans le milieu, comme des assiettes: c'est dans cette concavité qu'elles reçoivent presque verticalement le choc de la colonne d'eau motrice.

Choc oblique

207. Si un plan, au lieu d'être exposé perpendiculairement au choc d'une veine fluide, l'était sous un angle que nous désignerons par i, la force de pression des filets se décomposerait; une portion, dirigée parallèlement au plan, serait sans effet sur lui; et l'autre portion, qui agirait perpendiculairement, aurait pour expression $1000\,n\,s'\,h \sin i$. Ainsi, si BC représente la force du choc direct, laquelle est toujours $1000\,n\,s'\,h$, BD, qui est égal à BC $\sin i$, représentera celle qui agit perpendiculairement sur le plan. Une suite d'expériences faites par le docteur Vince, Fig. 4

sous des angles d'inclinaison de 10° à 90°, montre que la force normale est effectivement proportionnelle au sinus de l'angle d'incidence.

Si elle devait être estimée dans le sens de la direction de la veine, elle serait représentée par $BE = B \sin i = BC \sin^2 i$. Des expériences de Langsdorff, dont quelques-uns des résultats sont ci-contre, indiquent qu'effectivement la force du choc, estimée dans la direction de la veine fluide, est à peu près proportionnelle au carré du sinus d'incidence, au moins entre les limites des expériences faites.

ANGLE d'incidence.	RAPPORT des forces.	RAPPORT des carrés des sinus.
90° 00′	1,00	1,00
70 16	0,90	0,89
50 16	0,72	0,75
39 46	0,40	0,41
30 16	0,29	0,25
26 16	0,18	0,19

Choc direct contre une plaque qui se meut.

208. Nous avons jusqu'ici admis que la plaque qui recevait le choc était immobile; mais le plus souvent elle aussi se meut. Supposons d'abord qu'en recevant perpendiculairement le choc, elle se meuve dans la même direction que la veine. Soit u sa vitesse, lorsque le mouvement est bien établi : elle sera nécessairement moindre que celle de la veine fluide ou que v. Le choc ne détruira pas entièrement cette dernière, puisque, après qu'il aura eu lieu, le fluide, se mouvant avec la plaque, possédera sa vitesse u. Il aura donc perdu la vitesse $v - u$, et la quantité de mouvement $\frac{1000}{g} s' v (v - u)$. Or, c'est cette quantité de mouvement perdu qui mesure l'effort du choc (201); on aura donc

$$P = 102\, s' v (v \mp u).$$

Le signe + se rapporte au cas où la plaque, au lieu de fuir devant le fluide, irait directement à sa rencontre. La vitesse relative serait alors $v + u$, au lieu d'être $v - u$.

209. Admettons maintenant que la veine fluide tombe obliquement sur une plaque assujettie à se mouvoir dans une certaine direction : c'est le cas des palettes des roues horizontales. Choc obliq contre un palette qui meut.

Soit AB la direction de la veine fluide qui frappe la palette CD, et BK la direction du mouvement qu'elle est contrainte à suivre. Prenons, sur la première, BE $= v$, pour représenter la vitesse du fluide; et sur la seconde, BF $= u$, pour la vitesse de la palette : faisons de plus l'angle ABC $= i$, et l'angle CBK $= j$. La composante de BE perpendiculaire à la palette sera BG $= v \sin i$; et celle de BF, dans la même direction, sera $u \sin j$: de sorte que la vitesse perdue, dans cette direction, égalera GH $= v \sin i - u \sin j$. Cette perte de vitesse, estimée dans le sens du mouvement, sera IK : or, IK $=$ GH $\times$ sin BGH $=$ GH sin j. On aura donc pour la quantité du mouvement perdu, quantité qui mesure l'effort du choc reçu par la palette, et qu'elle peut exercer à son tour, Fig. 47

$$\frac{1000 s' v}{g} (v \sin i - u \sin j) \sin j.$$

Exemple. Une veine d'eau sort, sous une charge de 4^m80, d'une buse conique dont l'orifice a 0^m05 de diamètre : elle tombe sur une palette, en faisant avec elle un angle de 75°, et cette palette se meut, avec une vitesse de 2^m20, en demeurant inclinée de 64° à la direction de son mouvement.

On demande quel sera l'effort du choc, et par suite celui que la palette sera capable d'exercer.

Le coefficient de la vitesse pour une buse conique est de 0,95 (46 et 47); ainsi $v = 0{,}95 \times 4{,}43\sqrt{4{,}80} = 9^{m}217$: on a de plus $s' = \pi'(0{,}05)^2 = 0^{mm}001963$, $i = 75°$ et $j = 64°$, ou $\sin i = 0{,}966$ et $\sin j = 0{,}899$. Ainsi l'effort demandé sera $102 \times 0{,}00196 \times 9{,}217 \times 0{,}899\ (9{,}217 \times 0{,}966 - 2{,}2 \times 0{,}899) = 11^{k}49$.

2. *Choc d'un fluide indéfini.*

circonstances mouvem.t de l'action fluide.

210. Nous disons qu'un fluide est indéfini, lorsque l'espace compris entre les parois du lit ou bassin qui le contient et celles du corps qu'il choque, est assez grand pour qu'il n'en résulte pas sensiblement plus de gêne dans les mouvemens du fluide, que si cet espace était comme infini, ainsi qu'il arrive quand un courant de la mer pousse un vaisseau.

Lorsqu'un fluide choque un corps qui y est entièrement plongé, il exerce une action non-seulement sur sa face antérieure, comme dans le choc d'une veine isolée, mais encore sur ses faces latérales et postérieures; et toutes ces actions doivent être prises en considération.

Pour nous faire une idée exacte de ce qui se passe dans ce cas, prenons d'abord un prisme droit, et supposons qu'il est entièrement plongé dans un courant, de manière que son axe soit dans la direction du mouvement, et par suite sensiblement horizontal. Si le fluide était en repos, chacun des points de la surface du prisme éprouverait une pression hydrostatique repré-

sentée par l'abaissement de ce point au-dessous de la superficie de l'eau : les deux bases étant égales et également abaissées au-dessous de cette superficie, la pression sur l'une serait égale à celle éprouvée par l'autre; elle en détruirait l'effet, et il n'y aurait même aucune tendance au mouvement dans le sens de l'axe. — Mais du moment que l'eau coule, il se présente un ordre de faits bien différens. Les filets fluides qui devaient traverser l'espace occupé par le prisme, commencent à se détourner un peu en amont de lui; et ils vont, en divergeant, passer autour de sa partie antérieure : resserrés alors dans un espace moindre (car la masse aqueuse entre le prisme et les berges du lit fait, jusqu'à un certain point, l'office d'un corps résistant); leur vitesse s'accroît et s'accélère : repoussées et comme réfléchies ensuite par cette masse vers le prisme, partie en longeant ses faces latérales et partie en convergeant, ils vont se réunir derrière sa face postérieure, tout en conservant une portion de l'excès de vitesse qu'ils avaient acquis, portion qui sera d'autant plus grande que leur trajet, dans la masse aqueuse et le long du prisme, aura été plus court. Lorsque ces filets ont commencé à diverger en amont du prisme, il est demeuré, entre eux et la base antérieure, une petite masse ou *proue fluide* : elle est pressée contre cette base par les filets en mouvement; ses molécules, tendant à s'échapper, se portent du centre à la circonférence; celles qui sont en contact avec la

base se meuvent parallèlement à elle avec une vitesse qui s'accélère et très-rapidement en approchant des bords. De même, lorsque les filets se réunissent de nouveau, en convergeant, derrière la base postérieure, ils comprennent entre eux une *poupe fluide*, dont ils entraînent en quelque sorte les molécules : il en résulte une moindre pression contre cette base, et il tend à se faire un vide derrière elle. Par suite des divers mouvemens que nous venons d'indiquer, la pression sur la base antérieure du corps est augmentée; elle est devenue plus forte que la pression hydrostatique : sur la base postérieure, au contraire, il y a eu diminution; et la pression réelle y est plus petite. Par l'effet de cette double cause, la pression sur la base antérieure prédominera; et elle produira ou tendra à produire un mouvement dans la direction de l'axe du prisme.

Quant aux pressions qui ont lieu sur les faces latérales, quelle que soit leur grandeur absolue, elles seront toujours égales sur deux points directement opposés; elles se détruiront, et il ne saurait en résulter aucun mouvement.

Cette analyse ou séparation des élémens de l'action d'un fluide en mouvement sur un corps qui s'y trouve exposé, est due à Dubuat. Ses judicieuses observations et ses expériences ont porté le jour sur cette importante matière : j'en présente ici le sommaire, ainsi que les principaux résultats, et je renvoie pour les détails à la troisième partie de ses *Principes d'hydraulique*.

211. Venons à la détermination de l'intensité des pressions. Mesure la pressi sur les co plongés.

Soit H la pression hydrostatique moyenne ou l'abaissement du prisme au-dessous de la surface de l'eau; h la hauteur due à la vitesse du courant: les pressions hydrauliques étant proportionnelles à cette hauteur, on peut représenter par mh celle qu'éprouve la base antérieure, et par $m'h$ la pression négative, appelée *non-pression* par Dubuat, qui a lieu sur la base postérieure: m et m' sont deux nombres à déterminer par l'expérience. La pression totale, à la base d'amont, sera donc $H + mh$; et $H - m'h$ à la base d'aval. Ces deux forces agissant en sens contraire, leur résultante ou la force qui pousse le prisme dans le sens de l'axe, sera égale à leur différence, et l'on aura, pour son expression, c'est-à-dire pour la hauteur de la colonne mensuratrice de la force, $H + mh - (H - m'h)$, ou

$$(m + m')h.$$

212. Dubuat a encore déterminé les valeurs de m et de m'. Je rapporte une de ses expériences, et les résultats qu'il en a déduits.

Il a pris trois prismes, ou parallélipipèdes rectangles, dont la base était un carré de 0^m325 de côté (un pied carré) : l'un n'avait que 0^m009 de hauteur, c'était une simple plaque; le second avait 0^m325, c'était un cube; enfin, la hauteur du troisième était de 0^m97, ou de trois fois le côté de la base. Il les a plongés et retenus dans

un courant dont la vitesse était de 0^m97. A l'aide d'un piézomètre très-ingénieux, il a mesuré, sur 625 points de la base antérieure de chacun des trois corps, la pression hydraulique, c'était la hauteur de la colonne piézométrique au-dessus de la surface du courant; et pour chacun, elle a été moyennement de $1{,}19h$. Ainsi, $m = 1{,}19$. Cette valeur a été constante, et indépendante de la longueur des prismes.

Il n'en a pas été de même de la non-pression mesurée par l'abaissement de la colonne piézométrique au-dessous de la superficie du courant: dans les trois prismes, la valeur de m' a été respectivement de 0,67, 0,27 et 0,15. Les non-pressions ont diminué avec la cause qui les produisait, la vitesse des filets fluides à l'arrière des prismes, vitesse qui est d'autant plus petite que les corps sont plus longs (210).

En somme, la pression totale, ou l'effort du courant sur les trois prismes, a été exprimée par $1{,}86h$, $1{,}46h$ et $1{,}34h$. Cet effort aurait encore diminué si la longueur des corps eût continué à augmenter; mais jusqu'à un certain point seulement, au-delà duquel il y aurait eu accroissement.

213. La force absolue du choc est-elle proportionnelle à la surface antérieure du corps choqué, ainsi qu'on l'admet souvent?

S'il s'agit de corps très-minces, comme de simples plaques ou palettes, l'expérience répond négativement. Ainsi Mariotte, ayant exposé au

choc d'un courant de la Seine, une plaque carrée plus petite, dans le rapport de 100 à 25, que celle que Dubuat avait employée pour l'expérience ci-dessus, a trouvé un effort moindre dans le rapport de 100 à 16, réduction faite à une même vitesse. Cette observation et plusieurs autres montrent que la force du choc croît dans un rapport plus grand que celui des surfaces choquées, sans toutefois nous instruire de la loi de l'accroissement.

Le rapport se rapproche de l'égalité à mesure que les plaques augmentent d'épaisseur : et un assez grand nombre d'observations portent à admettre que dans les prismes semblables, et en général dans les solides semblables, la force du choc est sensiblement proportionnelle à la surface qui en reçoit l'action.

On aurait donc pour expression de cette force, au moins pour les prismes, s étant la surface choquée,

$$1000\,(1{,}19 + m')\,sh;$$

expression où m' diminuera, jusqu'à une certaine limite, à mesure que la longueur du prisme augmentera.

214. Ce que nous venons de dire des corps entièrement plongés dans l'eau, s'applique à ceux qui ne le seraient qu'en partie, comme les aubes d'une roue hydraulique, les corps flottans, etc. Des corps flottans.

Dans ce cas, le fluide, en arrivant sur la face antérieure du corps, s'y élève au-dessus de son

niveau primitif : il y forme un remou dont la plus grande hauteur est au milieu de la face, et qui baisse graduellement vers les côtés : le fluide suit cette pente, et il se meut continuellement du centre vers les bords. Il va encore en baissant le long des faces latérales du corps ; et sur le derrière, il se trouve au-dessous du niveau général du courant ; il y forme un creux ou une dépression, autour de laquelle ses molécules sont fort agitées. Cette différence de niveau, de l'amont à l'arrière du corps, se nomme *dénivellation*.

Elle donne lieu à une plus grande pression hydrostatique, mais la pression totale n'en est pas augmentée. Celle qu'éprouve la face antérieure, malgré le remou, est même moindre que dans les corps entièrement plongés ; Dubuat ne l'a trouvée que de $1h$; tandis que, dans ces corps, elle était de $1{,}19h$. La non-pression sur la surface postérieure lui a paru un peu plus forte. Mais, en résultat, l'effort total a été un peu moindre.

ression tive de ace du

215. D'après ce qui vient d'être dit, si s est la surface qui reçoit le choc, c'est-à-dire l'aire de la plus grande section faite, dans la partie submergée du corps, perpendiculairement à la direction du courant ; si h est la hauteur due à sa vitesse ; en faisant $m - m = n$, et en comprenant, dans la valeur de ce coefficient, la correction qui pourrait être due à la forme de la surface choquée, la force de pression qu'éprouve un

corps plongé en tout ou en partie dans l'eau, est

$$1000\,nsh.$$

Le coefficient n sera constant pour chaque sorte de solides semblables : mais il variera d'une sorte à l'autre; et, pour chacune d'elles, il devra être déterminé par l'expérience.

Cas où le co est aussi mouveme

216. Si le corps exposé à l'action d'un fluide indéfini animé de la vitesse v, se meut lui-même, et dans le même sens, avec une vitesse u; la vitesse relative du choc sera, comme pour le cas des veines isolées, $v - u$. Mais la masse fluide choquante ne sera plus indépendante de u : dans les veines isolées, toutes les molécules, passant par la section s', et dont le volume était $s'v$, arrivaient au choc; ici leur nombre dépendra de la vitesse relative, et leur volume sera $s(v-u)$. Par conséquent la quantité de mouvement perdu, ou la force du choc, sera $\frac{1000}{g}s\,(v \mp u)^2 = 1000.2sh'$; ou, plus généralement,

$$1000\,nsh';$$

h' étant égal à $\frac{(v\mp u)^2}{2g}$: le signe inférieur se rapporte au cas où le corps, au lieu de descendre, remonterait le courant.

Choc oblique

217. Si le corps, tout en demeurant dans la direction du courant, lui présentait une surface oblique, l'effort serait moindre. Nous avons vu que celui d'un filet fluide tombant sur une surface inclinée, et estimé dans sa propre direction,

était proportionnel au carré du sinus d'inclinaison (207). De plus, le nombre de filets qui atteindront cette surface sera encore moindre dans le rapport du même sinus : de sorte que l'effort total serait comme le cube du sinus; ou, ce qui revient au même, il serait égal à l'effort direct sur une projection de la surface, faite sur un plan perpendiculaire à la direction du courant, et multipliée par le carré du sinus d'inclinaison. Cette théorie a été long-tems admise.

Mais l'expérience a montré qu'elle ne répondait nullement aux faits. Dans quelques cas, elle a plutôt indiqué le simple rapport des sinus : mais dans d'autres, il en a été différemment; et la fonction du sinus d'incidence, à introduire dans l'expression de l'effort, est encore à déterminer. Nous verrons dans la seconde partie que, pour la résistance de l'air, Hutton a eu $(\sin i)^{1,84 \cos i}$.

3. *Choc d'un fluide contenu dans un coursier.*

218. Lorsqu'un cours d'eau est conduit par un coursier sur une palette qui en occupe presque entièrement la section, son action est à peu près pareille à celle d'une veine isolée; car, dans ce cas aussi, les molécules fluides qui passent par la section s' du pertuis ou du coursier, parviennent au choc et perdent leur mouvement, ou une partie de ce mouvement, contre la palette, abstraction faite toutefois de celles qui s'échappent par le petit intervalle qui est entre les parois

du coursier et les bords de cette palette. De plus, ces parois font, jusqu'à un certain point, l'office des rebords de Morosi, et ils augmentent la force du choc.

Aussi, dans l'expression de cette force, 1000 $ns'h$, n atteint et dépasse même la limite 2 que nous lui avons assignée (205). Il est allé jusqu'à 3,35, dans des expériences que Boistard a faites sur une roue à aubes; lesquelles, il est vrai, étaient bien grandes, leur largeur avait 3^m73, et elles plongeaient dans l'eau sur une hauteur de 1^m47 (1). Si la palette fuyait devant le fluide, avec la vitesse u, on aurait, comme au n.° 208, $\frac{1000}{g} s'v\,(v-u) = 102\,s'v\,(v-u)$.

219. M. Christian a essayé l'effet des rebords sur une palette placée dans un coursier de 0^m20 de large (2). Il a observé que les liteaux fixés sur les bords horizontaux, celui du haut et celui du bas, n'augmentaient point l'impulsion; mais qu'elle était accrue, par les bords latéraux, dans le rapport de 100 à 112, lorsque l'intervalle entre ces bords et les parois du coursier était petit; et, dans le rapport de 100 à 123, lorsqu'il était de 0^m05.

La différence, pour ces deux cas, tient à une cause que j'ai déjà signalée. Les parois du coursier même produisent l'effet des liteaux, et cela d'autant plus que l'intervalle est plus étroit : ainsi, lorsqu'il a été petit, l'effet a été déjà produit,

(1) *Expériences sur la main-d'œuvre*, etc., par M. Boistard, ingénieur en chef des ponts et chaussées.

(2) *Mécanique industrielle*. Tom. I, pag. 270 et suiv.

et l'addition des liteaux a été peu efficace. Il suit de cette observation que les rebords seraient employés plus avantageusement sur les aubes qui se meuvent dans un fluide indéfini, qu'en toute autre circonstance.

ART. 2. *Résistance de l'eau.*

1. *Dans un large lit.*

Différence entre résistance et le choc.

220. Tous les auteurs qui, depuis Newton, s'étaient occupés du mouvement des solides dans les fluides, avaient pensé que l'effort nécessaire pour retenir un corps frappé par le fluide dans lequel il plonge, était égal à celui qu'il faudrait faire pour mouvoir le même corps, avec la même vitesse, dans un fluide en repos : c'est ce dernier effort auquel ils ont donné le nom de *résistance des fluides*, ou *résistance des milieux* dans lesquels les corps se meuvent.

Vers la fin du dernier siècle, Dubuat, ayant conçu des doutes sur cette égalité d'effort, voulut les lever par des expériences directes. Il reprit la plaque carrée, qui, étant choquée par un courant d'un mètre environ de vitesse, lui avait donné $m = 1{,}19$ et $m' = 0{,}67$ (212) : il la fit mouvoir, avec une vitesse égale, dans une eau stagnante; et il n'eut plus que $m = 1$ et $m' = 0{,}43$; de sorte que la résistance se trouva plus petite que le choc, dans le rapport de 1,86 à 1,43. Il en conclut que, dans l'état de repos, l'eau offre plus de facilité à se laisser diviser que lorsqu'elle est en mouvement.

Je n'élèverai aucun doute sur l'exactitude

d'une expérience d'ailleurs fort importante; mais comme plusieurs autres expériences de différens auteurs n'ont pas donné les mêmes résultats, je ne pense pas qu'il y ait lieu à admettre en général une différence au moins aussi considérable dans les deux cas.

221. Les lois que suit la résistance sont d'ailleurs les mêmes que celles du choc. Lois et expression de résistance.

Les observations de Borda, Bossut, Dubuat, Vince, etc., constatent que dans les vitesses ordinaires, celles de 0^m60 à 4^m, la *résistance est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse.*

Au-dessous de 0^m60, elle diminue dans un moindre rapport que celui de ce carré. Dubuat en a le premier aperçu et signalé la cause, la viscosité du fluide : elle fait qu'il adhère d'autant plus aux parois du corps, et que, par suite de la communication latérale du mouvement, une quantité d'autant plus grande d'eau ambiante est entraînée (et par conséquent que le mouvement est d'autant plus retardé), que la vitesse est plus petite. On exprimerait l'effet de cette cause, en ajoutant dans l'expression de la résistance, au terme du carré de la vitesse, un terme où elle ne serait qu'à la première puissance; ainsi que nous l'avons fait, par un même motif, en exprimant la résistance que l'eau éprouve dans les canaux et les tuyaux de conduite (97).

Comme dans le choc, la résistance pour les corps minces croît dans un plus grand rapport que la surface choquante. Lorsque cette surface est considérable, les filets du fluide qu'elle pousse en avant ont un plus grand détour à faire, et il faut exercer contre eux une plus grande force.

Mais si le corps a une épaisseur ou longueur qui soit au moins égale à un des côtés de la face

fluide sur les faces de la proue (angle qui est moitié de l'angle écrit au tableau); mais au-delà il semble échapper à toute loi.

Une simple surface convenablement inclinée à l'avant du corps flottant suffit pour diminuer considérablement la résistance. Ainsi, Bossut ayant tronqué deux prismes à base rectangulaire, l'un par un plan incliné de 45° à l'axe, et par conséquent à la surface du bassin, et l'autre par un plan incliné de 25° 26′, n'a plus eu que 0,65 pour la résistance du premier, et 0,46 seulement pour celle du second; celle du prisme non tronqué étant toujours 1 (l'expérience a donné $n = 0{,}97$). En renversant les deux prismes tronqués, de manière que la troncature ou face inclinée fut tournée en dessus, la résistance a été plus que double; elle s'est élevée à 1,36 pour le premier, et à 1,12 pour le second; et cependant l'angle d'incidence du fluide sur la surface choquée était le même dans les deux positions : dans la première, il est vrai, le fluide tendait à soulever le prisme, et dans la seconde à l'enfoncer.

Effet des poupes.

225. Les poupes, terminées par un angle et placées à l'arrière des corps flottans, diminuent encore la résistance, ainsi qu'on le voit ici. Elles annullent, en grande partie, l'effet de la non-pression, résultant du vide qui tend à se faire derrière ces corps (210). Toutefois, cette diminution de résistance est bien moindre que celle qui est due aux proues: ainsi, la poupe de 24° n'en a produit qu'une de

ANGLE à la poupe.	RAPPORT des résistances.
180	1,00
96	0,89
48	0,86
24	0,84

100 à 84, tandis qu'une proue d'un pareil angle en eût opéré une de 100 à 41, ainsi qu'on l'a vu ci-dessus.

226. On réduit encore la résistance en donnant une forme courbe aux faces des proues et des poupes, et même aux faces latérales des corps flottans; car la résistance sur les surfaces courbes, est en général bien moindre que celle que feraient éprouver les surfaces planes qu'on leur substituerait (de la même manière qu'on substitue à une circonférence de cercle les côtés d'un polygone inscrit). Effet des surfa courbes

Une expérience de Borda montre ce fait d'une manière très-remarquable. Il a pris trois prismes : la coupe transversale de l'un était le triangle équilatéral ABC; celle du second était la demi-ellipse circonscrite, et celle du troisième était le triangle mixtiligne, dont chacun des deux côtés ou arcs de cercle ANC et CN'B avait 60°. Il a fait mouvoir dans l'air, et toujours avec une même vitesse, d'abord le prisme à faces planes, en présentant sa face AB au choc, et puis ce même prisme et successivement chacun des deux autres, en mettant l'arête C en avant. Dans ces quatre cas, les résistances éprouvées ont été respectivement comme les nombres . . . 100, 52, 43 et 39. On aurait eu . . . . . 100, 25, 50 et 49, par la théorie autrefois admise, où l'on faisait la résistance proportionnelle au carré du sinus de l'angle d'incidence du fluide, tant sur les surfaces planes que sur les élémens différentiels des surfaces courbes. Fig. 4

Cette théorie, qui a donné un résultat beaucoup trop faible lorsque les faces de la proue étaient planes, l'a donné notablement trop fort pour les surfaces courbes. La forme la plus avantageuse a été celle du triangle mixtiligne, où une pointe était présentée au fluide.

227. Déterminer la forme et la courbure des diverses parties d'un corps flottant, pour qu'en se mouvant dans l'eau Observ sur la fo

e moindre résistance.

il en éprouve aussi peu de résistance que possible, serait résoudre le problème, si important pour l'architecture navale, du *solide de moindre résistance*. La théorie est encore loin de fournir les moyens d'arriver à cette solution, ainsi que nous venons de le voir, et l'expérience elle-même, si souvent consultée à ce sujet, n'y est pas encore arrivée. Les résultats auxquels elle est parvenue, intéressant presque uniquement l'art de la construction des vaisseaux, nous ne nous y arrêterons pas, et nous nous bornerons à remarquer :

1.° Que le modèle d'un vaisseau de ligne, ayant deux mètres de long, a donné à Bossut une résistance qui n'était guère que la cinquième partie de celle qu'éprouvait un prisme droit de même longueur, et dont la base était le *maître-couple* du vaisseau, c'est-à-dire sa plus grande section : en conséquence, pour un tel vaisseau, on aurait $n = 0{,}20$ environ.

2.° Que dans certains bateaux ce coefficient serait descendu jusqu'à 0,167.

Fig. 49. 3.° Que pour la section horizontale de la carène d'un vaisseau, faite vers le milieu de sa hauteur, la forme représentée par la figure 49 paraît être celle qui donne lieu à la moindre résistance.

2. *Résistance dans un canal étroit.*

228. Si un corps flottant est mu dans un canal dont la largeur n'excède pas quatre ou cinq fois la sienne, il a encore un autre obstacle à surmonter.

L'eau qui est en avant, poussée par lui, s'élève contre sa face antérieure; descendant ensuite de cette hauteur, elle tend à s'échapper, par les côtés, comme dans le cas d'un fluide indéfini. Mais elle ne le peut plus avec la même facilité ou promptitude; le corps en pousse et mène avec lui une portion d'autant plus considérable que l'intervalle entre ses parois et celles du canal est

plus petit : de là un plus grand effort à faire pour le mouvoir avec la même vitesse.

Bossut a encore fait de nombreuses et intéressantes expériences à l'effet de déterminer cet effort. Dans une, il s'est servi d'un prisme à base carrée et de 0^m65 de côté : sa longueur était de 1^m97 ; et il plongeait à moitié dans l'eau. On l'a mu, dans un large bassin, avec une vitesse de 0^m84, sans rétrécir les intervalles, qui étaient alors comme indéfinis; et l'on a eu une résistance de 7^k83, que nous représentons par 1, dans le tableau ci-annexé. Ensuite, à l'aide de grandes cloisons en planches, on a graduellement diminué les intervalles en dessous et sur les côtés, et on les a réduits à la grandeur portée aux deux premières colonnes : il en est résulté les résistances indiquées à la dernière.

INTERVALLE		RAPPORT des résistances.
de chaque côté.	en dessous.	
mèt.	mèt.	
indéfini	indéfini	1,00
indéfini	0,413	1,10
indéfini	0,090	1,15
0,619	0,095	1,52
0,216	0,085	2,26
0,061	0,085	3,15

Dubuat, analysant les différentes expériences de Bossut, a trouvé qu'encore ici la résistance croissait comme le carré des vitesses; qu'elle ne dépendait ni de la forme du canal ni de celle du corps flottant, mais seulement du rapport entre leurs sections. En appelant c celle du canal, s celle de la portion du prisme plongée dans l'eau, P la résistance que ce prisme éprouverait dans un fluide indéfini, et P′ celle qu'il éprouve dans le canal, il trouve que l'on a assez exactement, pour ces expériences,

$$P' = P \frac{8,46}{\frac{c}{s} + 2}.$$

Cette relation indique que lorsque la section du canal est 6,46 fois plus grande que celle du prisme, il se meut comme dans un fluide indéfini. Mais, pour qu'il en soit ainsi, il faut que la largeur du canal soit au moins quatre fois celle du corps.

En adaptant à la base des prismes droits qui ont servi aux expériences, des proues angulaires, on a bien diminué la résistance, mais beaucoup moins que dans un fluide indéfini, et d'autant moins que le canal a été plus étroit, le corps étant obligé de pousser devant lui à peu près la même quantité d'eau, quelle que soit la forme de sa partie antérieure. En désignant par q le rapport entre la résistance du prisme avec proue à celle du prisme sans proue, mus, l'un et l'autre, dans un fluide indéfini; et en appelant P'' la résistance effective dans le canal, Dubuat est conduit, par des analogies, à admettre

$$P'' = P' \left\{ 1 - 0,183 (1 - q) \left(\frac{c}{s} - 1 \right) \right\}$$

Résistances sur les barges du canal du Languedoc.

Comparons le résultat de cette formule avec celui d'une expérience faite sur le plus grand de nos canaux, le canal du Midi ou canal du Languedoc, par M. Maguès ingénieur en chef de ce canal et par moi.

Dans un lieu, près de Toulouse, où la section du canal était moyennement de $26^{mm}55$, une barque, pareille aux barques marchandes, chargée de 108 tonneaux, et dont la section transversale était de $6^{mm}84$, étant tirée par deux chevaux, a parcouru 3676^{m} en $1^{h}\ 15'$, c'est $0^{m}8168$ par seconde : un

dynamomètre, fixé d'une part à la barque et de l'autre au trait, marquait, au milieu de petites oscillations, 120^k, réduction faite à la traction directe.

On avait donc dans ce cas $v = 0{,}817$; $c = 26{,}55$; $s = 6{,}84$, et par conséquent $\frac{c}{s} = 3{,}88$. Nous ferons $q = 0{,}4$; c'est, je crois, la plus faible valeur qu'on puisse lui donner dans ces barques, espèces de gros coffres garnis d'une proue et d'une poupe fort obtuses, à faces courbes il est vrai. Quant à n, dans la valeur de P, il est 1. Nous aurons en conséquence

$$P = 1 \times 6{,}84 \times 0{,}051\ (0{,}817)^2 \times 1000 = 233^k;$$

$$P' = 233\ \frac{8{,}46}{3{,}88 + 2} = 335^k;$$

$$P'' = 335\ \{1 - 0{,}183\ (1 - 0{,}4)\ (3{,}88 - 1)\} = 229^k.$$

Ainsi le résultat du calcul est presque double de celui de l'expérience : il est 1,91 fois plus grand. Dans certains momens, il est vrai, il a été moindre; mais il n'est pas descendu au-dessous de 1,60. De sorte que la formule de Dubuat ne saurait être appliquée aux barques du canal du Languedoc.

229. L'expérience de tous les jours donne une résistance bien moindre.

J'expose le fait, et d'abord les principales dimensions du canal et des barques.

Le profil de la masse d'eau contenue dans le canal éprouve de petites variations, suivant les localités et la sécheresse des saisons. Terme moyen, on peut admettre :

Largeur à la surface fluide	$17^m 50$
Largeur au fond.	$9^m 50$
Profondeur d'eau	$2^m 00$
Ainsi la section moyenne serait de.	27^{mm}

Les grandes barques ont environ :

En longueur.	26^m
En largeur du milieu { au pont	$5{,}30$
{ en bas.	$4{,}45$
Sous la charge complète de	120 tonneaux,
Le tirant d'eau, au *maximum* permis, est de	$1^m 60$
La section au-dessous du plan de flottaison est alors de.	$7^{mm} 50$

duire par leur intermédiaire, fixons l'acception qu'on donnera ici aux termes de *moteur* et d'*effet*, et établissons l'expression de leur grandeur.

Des moteurs.

orce moteurs. 231. Lorsqu'un *moteur*, ou *cause continue de mouvement*, agit sur une machine, il exerce sur celle de ses parties à laquelle il est appliqué une pression ou un effort; et, tout en l'exerçant, il s'avance avec une certaine vitesse dans la direction de l'effort, ou dans une direction qui peut y être ramenée (en multipliant l'effort par le cosinus de l'angle compris entre les deux directions). Plus l'effort sera grand, plus la vitesse sera considérable, et plus le moteur aura exercé d'action au bout d'un certain tems, c'est-à-dire plus il sera fort. Sa force sera donc en raison composée de l'effort et de la vitesse; elle sera exprimée par Πv, si Π représente la première de ces quantités et v la seconde.

Un exemple, en fixant nos idées sur une telle force, mènera à une expression plus appropriée à la mesure de la force des courans d'eau. — Un cheval, traînant un corps pesant sur un chemin, parcourt un espace λ, en un tems θ, d'un mouvement uniforme (peu importe d'ailleurs l'espèce de mouvement). L'effort qu'il exerce peut être mesuré à l'aide d'un dynamomètre convenablement placé entre lui et le corps : le nombre de kilogrammes indiqué par l'aiguille de l'instru-

ment exprimera cet effort, que nous désignerons toujours par Π. En admettant que ce moteur peut agir continuellement ainsi, il est évident que sa force sera en raison directe de Π et de λ, ainsi qu'en raison inverse de θ, et qu'elle sera $\frac{\Pi\lambda}{\theta}$. La fraction $\frac{\lambda}{\theta}$ étant la vitesse, cette expression équivaut à Πv. Le produit $\Pi\lambda$ de l'effort par le chemin parcouru, qui n'est au fond que la somme des efforts faits, des coups de collier donnés (qu'on me permette cette locution), le long du chemin, sera la *quantité d'action* développée par le moteur durant cette opération. Cette quantité, que MM. Poncelet et Coriolis nomment le *travail mécanique* effectué, est indépendante du tems. Mais il n'en est plus de même de la force du moteur : l'âne n'est pas aussi fort que le cheval ; cependant il peut développer la même quantité d'action, effectuer le même travail ; mais il y mettra plus de tems : une petite machine à vapeur peut élever une même quantité d'eau à une même hauteur qu'une grande, seulement il lui faudra plus de tems : de sorte que les quantités d'action de différens moteurs ne représentent leurs forces respectives, qu'autant qu'elles sont développées dans un même tems. En conséquence, et nous restreignant, pour plus de simplicité, à l'unité de tems, la *force dynamique* d'un moteur sera, pour nous, la quantité d'action qu'il développe en une seconde.

Revenons à l'exemple ci-dessus. Supposons

le bief supérieur, un peu en amont de la chute, et dans le bief inférieur, un peu en aval.

La force du courant, ne dépendant que de la grandeur du produit P.H, demeure toujours la même, tant qu'il ne subit aucun changement, quel que soit d'ailleurs celui qu'éprouve la grandeur respective de ses deux facteurs P et H : ainsi, on peut doubler l'un; mais il faut alors diminuer l'autre de moitié.

Un exemple pris du cas qui se réfère le plus directement à notre objet, va faire sentir la vérité de ce principe. — Qu'on ait dans un lieu une quantité d'eau P tombant d'une élévation H, on pourra y établir deux machines égales en tout, ayant chacune H de hauteur, et recevant $\frac{1}{2}$P d'eau. Qu'on ait ailleurs un cours d'eau fournissant $\frac{1}{2}$P, mais avec 2 H de chute, on y établira deux machines exactement pareilles aux deux premières; elles seront l'une sous l'autre, tandis que dans le précédent local elles étaient à côté l'une de l'autre : ce sera la seule différence; tout sera d'ailleurs pareil, et les deux courans auront évidemment une même force dynamique, c'est-à-dire, que chacun sera capable de mouvoir un égal nombre de machines égales.

Cet exemple montre encore que la force d'un cours d'eau est proportionnelle à H; plus il tombera de haut, plus il pourra mouvoir de machines : elle est aussi évidemment proportionnelle à P; d'où l'on conclut *à priori* qu'elle est représentée par PH.

Force du cheval-vapeur.

233. Dans les arts, lorsqu'on veut indiquer la force d'un moteur quelconque, on le fait d'ordinaire en le comparant avec le moteur le plus généralement connu, le cheval. Sa force, il est vrai, varie suivant la grosseur et l'action musculaire des différens individus, et même suivant la vitesse qu'on leur fait prendre. Mais dans la série

des termes, on peut convenir d'en prendre un pour terme de comparaison : ainsi, nos constructeurs de machines à vapeur, à l'instar des Anglais, prennent pour force du cheval (*horse-power*), celle d'un cheval qui, marchant horizontalement, avec une vitesse de 1^m, élèverait verticalement (du fond d'un puits de mine, par exemple, et à l'aide d'une corde sans pesanteur, passant sur une poulie de renvoi) un poids de 75^k. Admettant cette détermination, nous entendrons par force de cheval, ou pour prévenir toute équivoque, et en employant une dénomination aujourd'hui usitée, nous entendrons par *cheval-vapeur* une force dynamique, ou un moteur capable d'élever 75^k à 1^m en $1''$: c'est 75^{km} en $1''$.

En conséquence, pour exprimer la force d'un courant d'eau en unités d'une telle espèce, il faudra diviser PH^{km} par 75^{km}, et le quotient $0{,}0133PH$ indiquera le nombre de chevaux-vapeur qui, agissant à la fois, auront une force équivalente. Si Q était le volume d'eau fourni par le courant en $1''$, on aurait $P = 1000Q$, et $13{,}33QH$ pour le nombre de chevaux.

Des effets.

234. Produire un effet, pour une machine, c'est vaincre des résistances qui se reproduisent continuellement ou périodiquement, dans une direction opposée au mouvement, pendant toute sa durée. Effets. Résistances et leurs espè

Observons encore que produire un effet n'est, en résultat, que mouvoir un corps résistant au mouvement, et le mouvoir, avec une certaine vitesse, dans une direction opposée à celle suivant laquelle il résiste, ou qu'il tend à prendre. Ce sera, par exemple, élever un poids verticalement, puisqu'il tend à descendre verticalement, et à l'élever avec une certaine vitesse. De plus, toute résistance au mouvement n'est qu'un effort qui s'oppose à l'action du moteur, et tout effort se mesure par un poids; de sorte que vaincre la résistance avec une vitesse déterminée équivaut à élever ce poids avec cette vitesse. D'après cela, si on désigne par E l'effet dynamique, par ϖ' le poids représentant la résistance active, par u la vitesse avec laquelle elle est vaincue, par ϖ'' le poids exprimant une résistance passive, et par u' la vitesse avec laquelle elle est surmontée; $\varpi' u$ sera l'effet utile produit, $\Sigma\varpi'' u'$ sera la somme des quantités d'action opposées par les résistances passives, et l'on aura $E = \varpi' u + \Sigma\varpi'' u'$.

On peut admettre, ainsi que nous allons le voir, que toutes les résistances s'exercent sur un même point de la machine, sur celui dont u est la vitesse, par exemple: soit alors ϖ le poids représentant la somme des poids ou des efforts partiels, on aura $E = \varpi u$.

On pourrait aussi établir $E = \varpi, \alpha$, α étant une hauteur quelconque, de la même manière qu'on a admis PH pour la force dynamique. Mais la considération directe de la vitesse est nécessaire dans les machines de rotation, celles dont nous aurons plus particulièrement à traiter.

236. Nous dirons des effets ce que nous avons dit des moteurs (232), que leur grandeur est indépendante de celle de chacun de leurs deux facteurs, qu'elle ne dépend que de leur produit. On peut bien, par des engrenages, des leviers, rendre le poids à élever cent et mille fois plus grand qu'il n'était d'abord; mais alors la vitesse de l'élévation sera cent et mille fois plus petite, et par conséquent il faudra cent et mille fois plus de tems pour l'élever à une même hauteur. De là cet adage si connu en mécanique, *ce qu'on gagne en force, on le perd en vitesse ou en tems :* il faut toujours que le produit de cette force ou poids par sa vitesse soit égal à ϖu.

Puisque, dans cette expression de l'effet, on peut mettre une vitesse quelconque, on pourra y introduire v au lieu de u : mais alors à ϖ il faudra substituer un autre poids p, tel que l'on ait $pv = \varpi u$, et l'on aura

$$E = pv.$$

237. Le mouvement de toute machine, quand il est continu et bien établi, est uniforme, ou plus souvent encore périodique. Il est périodique, lorsque durant une certaine période de tems, généralement très-courte, la vitesse augmente ou diminue par degrés, pour diminuer ou augmenter ensuite pareillement, de manière à se retrouver à la fin de la période ce qu'elle était au commencement. On ramène ce mouvement à celui qui est entièrement uniforme, en prenant pour

L'effort du moteur égal à celui des résistances

v, et pour chacune des autres quantités qui entrent dans l'expression de la force et des résistances, une moyenne entre les valeurs qu'elles ont dans la période. Le mouvement d'une machine peut donc être regardé comme réellement uniforme. Or cette uniformité ne saurait avoir lieu et se conserver qu'autant que l'action motrice est égale à l'action résistante : la première, qui est l'effort du moteur sur la machine multiplié par la vitesse du point d'application, est exprimée par Πv (231) : nous venons de voir que l'expression générale de la seconde est ϖu : on aura donc $\Pi v = \varpi u$.

Dans les machines en mouvement, Euler donnait le nom de *moment de mouvement* au produit d'un effort par sa vitesse : d'autres auteurs allemands l'ont appelé *moment dynamique*. Ainsi, lorsque le mouvement est parvenu à l'uniformité, le moment dynamique de la puissance est égal au moment dynamique des résistances. Les momens statiques, ou produits des efforts par les distances à l'axe de rotation, seront aussi égaux, puisque les vitesses sont proportionnelles à ces distances. L'égalité des momens est donc un des attributs des machines douées d'un mouvement uniforme, comme des machines en équilibre.

A l'expression générale ϖu de l'effet, on substitue habituellement pv, et l'on a alors

$$\Pi v = pv, \text{ ou } \Pi = p :$$

c'est-à-dire, que l'*effort exercé par le moteur sur une machine est égal à l'effort des résistances*, ce dernier étant transporté au point d'application du premier.

Puisque $E = pv$, on a aussi $E = \Pi v$: de sorte

que l'*effet dynamique est égal à la force imprimée*, ce qui était d'ailleurs évident, d'après les détails donnés au n.° 234.

238. Dans l'estimation des effets, Π est presque toujours déterminé par le calcul. Mais en hydraulique les résultats du calcul ne peuvent être admis qu'autant qu'ils sont confirmés ou modifiés par l'expérience. Soit n le coefficient modificateur, on aura

Rapport de l'effet à la force.

$$E = n\Pi v.$$

Un moteur n'imprimant jamais toute sa force à une machine, Πv sera toujours plus petit que PH; il en sera de même de E. De sorte que dans la relation

$$E = m\mathrm{PH},$$

m est une fraction.

C'est à ces deux équations que l'on cherche à ramener, quant à la forme, celles qui doivent donner l'effet des machines hydrauliques. Dans la première, n est le rapport de l'effet dynamique à la force imprimée, lorsqu'elle est un résultat du calcul. Dans la seconde, m est le rapport de cet effet à la force entière du moteur.

Ces deux coefficiens doivent être déterminés par des expériences, et leur détermination est l'objet de presque toutes celles qui sont faites sur les machines, ainsi que nous le verrons dans la suite de ce chapitre.

239. Nous venons de remarquer que l'effet E était toujours plus petit que la force PH. Il ne

Limite des effet

saurait être plus grand : c'est ici le cas de dire qu'il serait absurde d'admettre qu'un effet est plus grand que la cause qui le produit. Pour qu'il y eût égalité, ou qu'on eût $m = 1$, il faudrait que toute l'action du moteur eût été communiquée à la machine; ce qui n'a point lieu. Ainsi PH est la limite des effets dynamiques : ils ne peuvent l'atteindre; mais ils peuvent en approcher, quoiqu'en général ils en demeurent à une assez grande distance : très-rarement m est-il au-dessus de 0,75; une seule fois je l'ai vu au-dessus de 0,90 : mais très-fréquemment, et dans des machines fort usitées, il n'est que de 0,25, de 0,20 et même au-dessous.

Unité dynamique.

240. L'expression générale des effets dynamiques étant pv^{km} (236), leur unité sera 1^{km} : nous n'en aurons point d'autre dans cet ouvrage.

Quelques auteurs, l'ayant jugée trop petite pour les arts industriels, lui en ont substitué une mille fois plus grande, 1000^{k} ou un mètre cube d'eau élevé à 1^{m}, et sans tenir compte du tems de l'élévation (c'est le travail mécanique effectué) : ils lui ont donné le nom de *dynamie* ou de *dynamode;* et ils expriment l'effet d'une machine, en disant qu'il est d'un certain nombre de dynamies en un certain tems. Pour éviter cette double indication, M. Dupin a pris une unité d'une autre espèce qu'il nomme *dyname*, et qui consiste en mille mètres cubes d'eau élevés à 1^{m} en 24^{h}; elle équivaut à $11^{km}57$ en $1''$.

Plus ordinairement, on exprime les effets dynamiques en chevaux-vapeur : leur nombre est $0{,}0133pv$ pour un effet pv^{km} (233).

Assez souvent encore, lorsqu'on veut donner une idée de l'effet utile d'une machine, on le fait en indiquant le nombre de chevaux qui, attelés à la fois à un manége, rendraient un pareil effet. D'après plusieurs observations que j'ai faites sur

les manéges employés à l'exploitation des mines (1), l'effet utile réellement produit par un cheval de taille moyenne, censé travailler sans interruption, en deux relais, huit heures par jour, est de 40^{km} en 1″. — La quantité d'action motrice attribuée au cheval-vapeur, agissant sur le poids à élever en quelque sorte sans machine intermédiaire, est de 75^{km}. L'idée d'un tel moteur a été donnée par les gros chevaux employés dans les brasseries de l'Angleterre. Nos chevaux ordinaires sont loin d'avoir une telle force, et je ne pense pas qu'on puisse l'estimer à guère plus de 60^{km}. Leur effet utile n'ayant été que de 40^{km}, un tiers de la force aura été absorbé par les résistances passives du manége, par l'obliquité dans la traction, etc.

Résumé

Résumant nos dénominations et désignations, nous aurons à prendre en considération, dans la recherche des effets des machines hydrauliques : 1.° *La force entière du courant moteur;* c'est PH, P étant le poids de l'eau que le courant débite en 1″, et H la chute totale. 2.° *La force imprimée* à la machine, ou Πv; Π représente l'effort exercé par le courant sur la première pièce de la machine, et v, vitesse du point d'application du moteur, est celle du centre d'impression du courant sur cette pièce. Cette force et la précédente sont des *forces dynamiques.* 3.° *L'effet dynamique* produit; c'est pv, expression dans laquelle p est le poids représentant la somme des efforts de toutes les résistances au mouvement; la valeur de ces efforts étant réduite à ce qu'elle serait s'ils s'exerçaient sur le même point de la machine que le moteur, mais dans une direction opposée: lorsque le mouvement est parvenu à l'uniformité, $p = \pi$. 4.° Enfin, *l'effet utile* de la machine; ce sera $p'v$, p' étant p moins l'effort des résistances passives.

Ces forces et ces effets sont communément exprimés par un certain nombre de chevaux-vapeur.

---

(1) Voyez, pour les détails, mon ouvrage *Des Mines de Freyberg en Saxe, et de leur exploitation.* 1802. Tom. I, pag. 223; et Tom. III, pag. 123. — *Annales des mines.* 1830. Tom. VII.

ART. 1.er *Des roues hydrauliques.*

ifférentes sortes e roues.

241. Long-tems on n'a distingué, en France, par des noms différens, que deux espèces de roues hydrauliques, les *roues à aubes* ou *à palettes*, et les *roues à augets* ou *à pots*, distinction basée sur la forme de la partie de la machine qui reçoit l'action du moteur. Maintenant, en ayant eu égard au mode de cette action, à la forme et à la position des roues, on a des *roues à aubes* verticales, planes et *se mouvant* soit *dans un coursier* soit *dans un fluide indéfini*; des *roues horizontales à percussion*; des *roues à augets* recevant l'eau à différentes hauteurs, des *roues contenues dans un coursier courbe* sur une portion assez considérable de leur circonférence; des *roues à aubes courbes*, soit *verticales*, soit *horizontales*; des *turbines*; des *roues à réaction*, et des *roues* ou *turbines à force centrifuge*.

Les Allemands, qui ne font guère usage que des roues verticales, les distinguent d'après le point de leur hauteur où elles reçoivent l'eau motrice, et ils ont les *Oberschlæchtige Wasserræder* (roues hydrauliques frappées en dessus), qui la reçoivent sur le sommet; les *Unterschlæchtige Wasserræder* (roues frappées en dessous), qui la reçoivent sur leur partie inférieure; les *Mittelschlæchtige Wasserræder* (roues frappées au milieu), où elle est reçue entre le sommet et le bas.

* Les Anglais ont admis une division et des dénominations pareilles, et ils ont des *Overshott-Wheel*, des *Undershott-Wheel* et des *Breast-Wheel* (roues frappées à la poitrine, expression qui a été très-improprement traduite par *roues de*

côté) : ils sous-divisent de plus, et fort convenablement, cette dernière espèce en *high-breast* et *low-breast* (hautes et basses), selon qu'elles sont frappées au-dessus ou au-dessous du diamètre horizontal.

Sans attacher aucune importance à une classification des roues et des machines de rotation en général, nous fonderons la nôtre sur le mode d'action de l'eau motrice : elle agit ou par le choc, ou par son poids, et quelquefois par sa force centrifuge : de là nos trois classes. Mais la limite qui les sépare n'est pas absolue : dans la plupart de ces machines, l'eau agit à la fois de deux et même des trois manières ; le mode prédominant décide de la classe à laquelle chacune d'elles appartient.

Notation admise dans le calcul

242. Pour toutes, nous désignerons, par les mêmes lettres, les quantités analogues qui entrent dans le calcul de leurs effets. Nous y indiquerons par

H la chute totale de l'eau motrice. Cette chute, lorsqu'on la prend pour la mesure de la force absolue de cette eau, est la différence de niveau des surfaces fluides du bief supérieur et du bief inférieur (232). Mais, dans les roues hydrauliques, on la compte depuis le niveau du bief supérieur ou du réservoir, jusqu'au point le plus bas de la roue, ce point pouvant être descendu jusqu'au niveau du bief inférieur, lorsque le niveau est constant.

V la vitesse du fluide à son arrivée sur la roue.

v la vitesse de la roue, au centre de percussion du fluide. — La distance de ce centre à l'axe de rotation est le *rayon dynamique* de la roue.

h la portion de la chute comprise entre le niveau du réservoir et ce même centre. C'est la hauteur théorique due à la vitesse V.

h_1 la hauteur réelle due à cette même vitesse; ainsi $h_1 = \frac{V^2}{2g}$.

μ nombre donnant la différence entre h et h_1; il est tel que $h_1 = h(1-\mu)$.

h' la hauteur due à la vitesse v.

h'' la hauteur due à la vitesse relative $V - v$.

P le poids de l'eau fournie par le courant moteur en $1''$.

Q le volume de cette même eau. $P = Q.1000^k$.

Π l'effort exercé par le moteur sur la machine.

p le poids représentant la somme de toutes les résistances que le moteur a à surmonter.

E l'effet dynamique de la roue. $E = pv$.

A. *Roues mues par le choc de l'eau.*

1. *Roues verticales, à aubes planes.*

a. Contenues dans un coursier.

oue à aubes. ies parties rincipales.

243. Il s'agit ici des *roues à aubes* proprement dites. Ce sont les plus simples des roues, celles dont autrefois on faisait presque toujours usage; on les emploie souvent encore aujourd'hui,

principalement pour les petites chutes, celles au-dessous de $1^{m}50$.

Une telle roue consiste : 1.° en un *arbre tournant* ; 2.° en deux *jantes* ou cercles, et même en trois dans les roues fort larges ; 3.° en deux paires de *bras* pour chaque jante ; dans les grandes roues, ils sont renforcés par des *traverses* ou par des *bras auxiliaires* (fig. 54) ; 4.° en *bracons*, fortes chevilles en bois implantées et retenues sur les jantes ; 5.° en *aubes* clouées ou boulonnées sur les bracons ; 6.° assez souvent enfin, en *contre-aubes* ou planches fixées à plat contre les jantes, et fermant une partie de l'intervalle d'une aube à l'autre. Fig. 50 et

L'eau motrice est menée à la roue par un *coursier*, dont les parois touchent presque les aubes, ne laissant que le jeu nécessaire au mouvement. Elle est donnée au coursier par une *vanne*, dont la pelle se lève à une plus ou moins grande hauteur, selon que l'on veut en donner plus ou moins.

Je n'entrerai dans aucun détail de construction ; seulement, et en vue de fournir des documens propres à diriger l'ingénieur chargé de l'établissement d'une telle roue, je vais faire quelques observations sur la meilleure disposition et sur les dimensions principales à donner aux parties qui ont une influence immédiate sur l'effet de la machine, à savoir la vanne, le coursier et les aubes.

244. La masse fluide, à sa sortie du vannage, Vanne,

éprouve une contraction; puis, en se dilatant, elle joint les parois du coursier, et elle les suit. Lors même qu'à la section de plus grande contraction, elle aurait la vitesse due à la hauteur du réservoir, elle en perd ensuite une portion notable et par l'effet de la dilatation, et par celui du frottement contre le coursier, s'il est un peu long; de sorte qu'assez souvent elle n'arrive aux aubes qu'avec les trois quarts de cette vitesse.

On prévient une telle diminution de vitesse et par conséquent de force : 1.° en établissant la vanne aussi près que possible de la roue; on rend ainsi presque insensible la résistance du coursier. 2.° En disposant le pertuis de manière à réduire la contraction autant qu'il se peut : à cet effet, on tient son fond et ses parois latérales (en amont de l'ouverture) sur le prolongement du fond et des parois du coursier; et l'on évase son entrée, ou celle du canal d'amenée qui le précède, de façon que la coupe horizontale de cette entrée ait la forme représentée par la fig. 4. De plus, on incline la vanne et toute la partie antérieure du vannage; cette inclinaison met à même de porter l'orifice plus près des aubes, et elle rapproche le pertuis des buses pyramidales où la contraction est presque nulle (47). Des expériences faites par M. Poncelet mettent hors de doute le bon effet de l'inclinaison; une vanne inclinée de 63° à l'horizon (1 de base sur 2 de hauteur) lui a donné 0,75 pour coefficient de contraction, et il a eu 0,80 avec un angle de 45°

(1 de base sur 1 de hauteur); une vanne droite, dans les mêmes circonstances, eût donné environ 0,70 (1). En disposant son vannage de la manière qui vient d'être indiquée, ce savant est venu à bout de faire arriver, sur les aubes de la roue, le courant moteur avec une vitesse peu différente de celle qui était due à la hauteur du réservoir: il est vrai que l'ouverture de la vanne était grande; et la diminution de la vitesse est d'autant moindre que cette ouverture est plus considérable.

Si, sans perte de chute, on pouvait lancer immédiatement sur les aubes, l'eau, en la faisant sortir d'un orifice en minces parois ou d'une buse pyramidale, la vitesse n'éprouverait que quelques centièmes de diminution.

245. Immédiatement après la vanne, le coursier se dirige, avec une légère inclinaison, vers la roue, qu'il doit atteindre vers la deuxième aube, en amont du diamètre vertical. Là, le radier se courbe, concentriquement à la roue, jusqu'à l'aplomb de ce diamètre (fig. 51): puis il descend d'environ deux décimètres, pour que l'eau, en baissant de niveau, abandonne plus promptement les aubes, après avoir agi sur elles. Pour faciliter cet abandon, on peut encore donner un peu plus de largeur au coursier à ce même point. Coursier.

(1) *Mémoires sur les roues hydrauliques verticales à aubes courbes.* 1827, pag. 78 et suiv. Dans ces expériences, l'ouverture de la vanne était prise perpendiculairement au fond du coursier.

Sa largeur, sous la roue, se détermine par le volume d'eau qu'il doit conduire : l'épaisseur de la lame fluide dans le coursier (en supposant, pour un instant, que la roue est enlevée) ne doit pas être au-dessus de 0^m25, ni au-dessous de 0^m15. Si elle était plus petite, la quantité d'eau qui s'échappe entre le radier et le bord inférieur des aubes, sans exercer aucune action sur elles, serait proportionnellement trop grande; et la force du courant en serait notablement diminuée.

Pour faire que cette diminution soit aussi petite que possible, on ne donnera à l'intervalle qu'il faut nécessairement laisser entre les parois du coursier et le bord des aubes, que de 0^m015 à 0^m02. On ne peut guère lui donner moins; car, dans les roues les mieux faites et les mieux suspendues, au bout d'un certain tems, quelques parties cèdent, quelques joints prennent du jeu; et si l'intervalle était trop petit, les aubes iraient toucher et racler les parois du coursier.

Aubes. imensions.

246. La largeur des aubes est fixée par celle du coursier et par la grandeur des intervalles. Leur hauteur, ou dimension dans le sens du rayon de la roue, doit être telle que, dans le plus fort rehaussement de l'eau contre la première aube choquée, une portion du fluide, qui tend à dépasser son bord supérieur, quoique retenue par la contre-aube, ne perde pas une partie de son action : on prévient cette perte en donnant à la hauteur des aubes environ trois fois l'épaisseur de la lame d'eau dans le coursier, sans toutefois dépasser

0^m65. La distance d'une aube à l'autre, mesurée sur la circonférence extérieure de la roue, sera à peu près égale à leur hauteur.

247. Leur nombre dépendra donc de la grandeur de la circonférence ou du diamètre, et cette grandeur est à peu près arbitraire. Diamè de la r

L'effet dynamique de la roue n'est en rapport qu'avec la vitesse des aubes : il ne commande en quelque sorte que cette vitesse, et elle est indépendante du diamètre. Lorsqu'on veut en fixer la longueur, on se détermine ordinairement par le nombre de tours qu'il convient que la roue fasse, en un certain tems, pour que la transmission du mouvement à la partie de la machine qui opère le travail utile, et qui doit avoir en conséquence une certaine vitesse, s'effectue avec le plus de simplicité, et avec le moins d'engrenages et d'intermédiaires possibles, si toutefois on ne peut se dispenser d'en employer. On fait encore en sorte que la roue ait une vitesse et des dimensions propres à lui faire remplir l'office de volant, de manière à ce que l'uniformité du mouvement soit convenablement entretenue. Si u est la vitesse à l'extrémité des aubes, N le nombre de tours voulus en une minute, le diamètre sera $\frac{60u}{\pi N}$ ou $19{,}1\,\frac{u}{N}$. Pour les cas d'un bon effet, on aura à peu près $u = 1{,}7\sqrt{H}$; et par conséquent le diamètre sera $\frac{32}{N}\sqrt{H}$. Au reste, dans la pratique on ne lui donne guère moins de 4^m ni plus de 8^m.

Rebords. 250. On a cherché encore à augmenter l'effet dynamique, en entourant les aubes de rebords, pareils à ceux dont il a été déjà question (206 et 219). Mais nous avons observé que leur action était peu considérable, lorsque les palettes qui reçoivent le choc du fluide sont placées dans un coursier. Elle sera moindre encore sur les aubes d'une roue; et, dans des expériences que M. Poncelet a faites sur un moulin de la poudrerie de Metz, les rebords n'ont augmenté l'effet que d'un quinzième. (1)

On produit, et plus sûrement encore, un effet analogue au leur en fixant et comprenant les aubes entre deux plateaux circulaires, tels que ceux qui forment la couronne des roues à augets.

Dans des roues étroites, des aubes en fonte légèrement cylindriques, l'axe du cylindre étant dans la direction du rayon, produisent l'effet des rebords.

Mise en mouvement de la roue. 251. Lorsqu'on met en mouvement une machine en repos, et qu'à cet effet on ouvre la vanne, le fluide se précipite avec force contre l'aube qui lui est opposée : il s'y élève et il la déborde de toutes parts : continuellement pressé par celui qui arrive sans interruption, il exerce un effort plus grand que lorsque le mouvement est établi. Une portion de cet effort se met en équilibre avec celui des résistances à vaincre : la portion excédante agit, dans le premier moment,

(1) *Mémoires sur les roues verticales à aubes courbes*, pag. 65.

pour rompre l'adhérence contractée, durant le repos, par les pièces de la machine qui doivent se mouvoir les unes sur les autres; et puis, luttant contre l'inertie des masses, elle accélère de plus en plus le mouvement. A mesure que la vitesse de la roue s'accroît, son action devient de plus en plus faible (puisque cette action est proportionnelle à la vitesse relative): bientôt l'accélération, diminuant graduellement, devient insensible et comme nulle; et la roue, après quelques tours, par suite de la vitesse imprimée, et en vertu de son inertie, continue de se mouvoir comme d'elle-même, soit d'un mouvement entièrement uniforme, soit avec une vitesse qui, oscillant entre des limites assez rapprochées, peut se réduire à une vitesse moyenne et continue.

Expression analytique de l'effet.

252. L'effort qu'un fluide contenu dans un coursier exerce contre une palette exposée à son action est (218) $\frac{1000s'V}{g}(V-v)$, s' désignant la section de la masse fluide là où sa vitesse est V: $1000s'V$ étant le poids de l'eau qui passe par cette section en une seconde, ou le poids P de l'eau fournie par le courant durant ce même tems, l'effort sera aussi $\frac{P}{g}(V-v)$. Celui qu'éprouvent réellement les aubes d'une roue est de même nature; mais sa grandeur absolue ne peut être déterminée que par l'expérience: appelant n le nombre ou coefficient qui ramènera la valeur ci-dessus à celle des observations, nous aurons pour l'effort du

courant sur la roue $n\frac{P}{g}(V-v)$. Or cet effort multiplié par v, est l'effet E (236); on a donc

$$E = n\frac{P}{g}(V-v)v.$$

Vitesse, charge et effet dans le cas du *maximum*.

253. Dans cette expression de l'effet, lorsque la roue est mue par un même courant, v est la seule variable. Si $v = 0$, l'effet sera nul; une machine qui ne se meut pas, ne saurait en produire un. Il sera encore nul lorsque $v = V$; une roue qui va aussi vite que le courant n'en reçoit aucune action. Il est en outre évident que v ne peut dépasser V. De sorte que l'effet augmentera à mesure que la vitesse de la roue, partant de zéro, augmentera; mais jusqu'à un certain point seulement, au-delà duquel cet effet diminuera, pour redevenir nul, lorsque la vitesse sera V: entre ces deux extrêmes, il y a donc un *maximum* d'effet. En différentiant la partie variable de l'expression, $(V-v)v$, et égalant la différentielle à zéro, il vient $Vdv - 2vdv = 0$; d'où $v = \frac{1}{2}V$: c'est-à-dire qu'*une roue à aubes produit son plus grand effet, lorsque sa vitesse est moitié de celle du courant.*

254. Nous avons vu (237), qu'en théorie, et par conséquent abstraction faite de n, la somme p de toutes les résistances au mouvement, dans une machine, ou le poids qu'elle peut élever, est égal à l'effort que le moteur exerce sur elle: ainsi, dans une roue à aubes, on aura $p = \frac{P}{g}(V-v)$.

Pour le cas du *maximum* d'effet, où $v = \frac{1}{2}V$, ce poids ou cette charge de la roue sera

$$\frac{PV}{2g}.$$

255. Pour le même cas, l'effet dynamique est égal à cette charge multipliée par la vitesse correspondante $\frac{1}{2}V$: il sera donc $\frac{PV^2}{4g}$, ou, en observant que $\frac{V^2}{2g} = h_1$ (242),

$$\frac{1}{2}Ph_1.$$

Le plus grand effet dont est susceptible un courant arrivant à une machine, avec P d'eau et une vitesse due à h_1, est Ph_1 : celui d'une roue à aubes n'en sera donc que moitié.

Si la chute entière H avait été mise à profit, et qu'il n'y eût eu aucune perte de vitesse, soit à la vanne, soit dans le coursier, on aurait $h_1 = H$, et pour l'effet *maximum*

$$\frac{1}{2}PH.$$

D'où l'on conclut que *le plus grand effet que puisse produire un courant d'eau agissant par le choc sur une roue à aubes, et sur une roue hydraulique en général, n'est que moitié du plus grand effet dont il est capable.* Et encore n'a-t-on pu arriver jusqu'à cette moitié, qu'à l'aide de suppositions qui ne peuvent avoir lieu en réalité : elle est une limite qu'on ne pourra atteindre, et dont on sera habituellement assez éloigné, ainsi que nous allons le voir. Mais avant je fais encore une remarque théorique.

Remarque sur l'expression de l'effet. Conséquences.

256. L'expression générale de l'effet dynamique, $\frac{P}{g}(V-v)v$, peut s'écrire ainsi :

$$P\left(\frac{V^2}{2g}-\frac{v^2}{2g}-\frac{(V-v)^2}{2g}\right), \text{ ou } P\,(h_1-h'-h''),$$

d'après les notations du n.° 242.

Cette formule montre que les deux hauteurs h' et h'' diminuent l'effet dynamique : elles le diminuent de plus de moitié; car si elles étaient nulles, l'effet serait Ph_1, et nous avons vu qu'en réalité il était au-dessous de $\frac{1}{2}Ph_1$. — Pour que h' fût nul, il faudrait que v le fût aussi : cette vitesse se rapporte non-seulement aux aubes, mais encore à l'eau motrice au moment où elle quitte la roue, sa vitesse alors étant égale à la leur. Il est d'ailleurs évident que, lorsque le fluide abandonne une roue, en ayant encore une certaine vitesse, il possède encore une force dynamique représentée par le produit de son poids et de la hauteur due à cette vitesse : pour qu'il eût imprimé à la machine toute celle qu'il avait, il faudrait qu'il ne lui en restât plus aucune, et par conséquent que sa vitesse, en la quittant, fût zéro. — Pour que h'' fût nul, il faudrait que $V-v$, ou la vitesse perdue par le choc, ou plus exactement encore la force vive perdue dans le choc, fût nulle, et cela ne peut être qu'autant qu'il n'y aura pas de choc à l'arrivée du fluide. (En observant que $\frac{P}{g}$ est la masse de l'eau fournie par le courant et en la désignant par M, le dernier terme de la formule ou Ph'', devient $\frac{1}{2}M(V-v)^2$; c'est moitié de la force vive perdue par le choc.)

Il y a près d'un siècle que Bernoulli avait signalé la première de ces deux pertes d'effet, celle qui provient de la vitesse que le fluide conserve en quittant la roue. Peu de tems après, Euler avait observé qu'un courant d'eau produit son plus grand effet sur une machine de rotation, lorsqu'il l'atteint avec une vitesse égale à la sienne. Enfin, Borda, dans son important *Mémoire sur les roues hydrauliques* (1), s'ex-

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris.* 1767.

prime avec plus de précision et de généralité : en appelant z la vitesse avec laquelle le fluide quitte la machine, et $P\frac{u^2}{2g}$ la somme des pertes vives éprouvées, il donne, comme corollaire général des principes qu'il a posés, la relation $pv = P\left(h - \frac{z^2+u^2}{2g}\right)$, qui est exactement celle que nous venons d'établir; et il remarque que, dans le cas du plus grand effet, $u = 0$ et $z = 0$, qu'on a alors $pv = Ph$, et qu'il serait absurde d'admettre qu'on pût avoir plus.

Carnot, dans ses profondes réflexions sur le mouvement des corps, rend le même résultat en ces termes : « Pour qu'une machine hydraulique produisît son plus grand effet, il faudrait, 1.° faire en sorte que le fluide perdît absolument tout son mouvement par son action sur elle; 2.° et qu'elle perdît tout ce mouvement par degrés insensibles et sans qu'il y eût aucune percussion. (1) »

Voyons les modifications que l'expérience apporte aux résultats de la théorie.

257. Les observations les plus propres à indiquer ces modifications et à faire connaître les principales circonstances du mouvement des roues à aubes, sont celles que Smeaton, un des plus célèbres ingénieurs de l'Angleterre, a publiées en 1759 (2): elles ont été faites sur une bien petite échelle, il est vrai, sur un modèle de roue ayant 0^m61 de diamètre seulement; mais par un homme qui avait comme le sentiment de cette matière presque ignorée alors, et qui les a conçues et dirigées avec beaucoup d'intelligence vers les principaux points du problème à résoudre. Ce n'est même qu'après s'être assuré que les résultats en étaient conformes aux observations faites sur les grandes machines, qu'il les a publiés. Expérience de Smeaton

Sur l'arbre de la roue s'enroulait un cordon qui passait sur

(1) *Principes généraux du mouvement et de l'équilibre*, p. 249.

(2) Son Mémoire, lu à la Société royale de Londres cette année, fait partie des *Recherches expérimentales sur l'eau et le vent*. Traduit de l'anglais par M. Girard.

une poulie de renvoi fixée au-dessus de la machine, et qui portait à son extrémité un bassin où l'on mettait à volonté divers poids. L'eau était fournie à la roue par un réservoir que l'on entretenait plein jusqu'à la hauteur voulue.

Les expériences sont partagées en classes et en séries : celles de la même classe ont toutes une même ouverture de vanne ; et, dans celles d'une même série, on a en outre même hauteur de réservoir, et par conséquent même quantité et même vitesse d'eau motrice, ou même force dynamique.

La vitesse du fluide au moment où il allait frapper la roue, ainsi que les résistances passives, étaient déterminées préalablement et directement par l'expérience d'une manière fort ingénieuse, qu'il faut voir dans le mémoire de l'auteur.

Lorsque ces préliminaires étaient remplis, on plaçait d'abord un petit poids dans le bassin ; quand le mouvement était bien établi et devenu uniforme, on comptait le nombre de tours que la roue faisait en 1′ ou 60″, et on en concluait la vitesse de l'élévation du poids : c'était la première expérience de la série. Puis, on redescendait le bassin ; on y mettait un poids un peu plus fort, et l'on comptait le tems de son élévation. Ainsi de suite pour un troisième, quatrième, etc., poids, jusqu'à ce que le poids, devenu trop fort, arrêtât le mouvement : la série d'expériences était alors terminée. Celui de ses termes où le produit du poids élevé (en y ajoutant le poids représentant les résistances passives) par la vitesse ascensionnelle respective, se trouvait le plus grand, était le terme de l'effet *maximum* de la série.

Smeaton a fait de cette manière vingt-sept séries d'expériences, et il a publié un tableau présentant les circonstances relatives à l'expérience du *maximum* d'effet de chaque série. Le tableau suivant, contenant dix-huit de ces expériences, en est extrait. Les lignes ponctuées transversales qu'on y voit, séparent les six classes d'expériences : d'une classe à l'autre, l'ouverture de la vanne augmentait graduellement. — Le titre des colonnes en indique suffisamment le contenu. Je me bornerai à remarquer que, pour chaque expérience, $h_1 = \frac{V^2}{2g}$; $H = h_1 \frac{\alpha}{C}$, α étant le nombre de l'expérience ou de la ligne horizontale, noté à la septième colonne, et C le nombre de la huitième ;

H est la hauteur de l'eau du réservoir au-dessus du seuil de la vanne; $\downarrow = p\gamma$, γ est le nombre correspondant de la neuvième colonne, et $\downarrow$ représente, pour chaque série, le poids qui, mis dans le plateau, arrêtait la roue.

EAU dépensée en 1″. P	VITESSE du courant. V	VITESSE de la roue. v	POIDS élevé. (Résist.) p	COEFFICIENT conclu. n	RAPPORTS. $\frac{v}{V}$	$\frac{pv}{Ph_1}$	$\frac{pv}{PH}$	$\frac{\downarrow}{p}$
kil.	mèt.	mèt.	kil.					
2,08	2,79	0,95	0,287	0,74	0,34	0,32	0,16	1,30
1,84	2,60	0,89	0,228	0,71	0,34	0,32	0,17	1,33
1,62	2,38	0,82	0,172	0,67	0,35	0,30	0,16	1,37
1,35	2,06	0,74	0,116	0,64	0,36	0,29	0,17	1,20
1,01	1,65	0,60	0,068	0,63	0,37	0,29	0,18	1,11
0,86	1,33	0,51	0,044	0,61	0,38	0,28	0,16	1,08
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2,59	2,67	0,98	0,296	0,66	0,37	0,31	0,18	1,27
2,15	2,29	0,83	0,230	0,72	0,36	0,33	0,19	1,15
1,77	2,00	0,79	0,133	0,61	0,40	0,29	0,20	1,15
1,27	1,46	0,67	0,061	0,60	0,45	0,30	0,21	1,11
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2,70	2,29	0,92	0,255	0,68	0,40	0,32	0,23	1,25
2,49	2,10	0,85	0,201	0,63	0,41	0,31	0,22	1,24
1,72	1,52	0,75	0,085	0,62	0,49	0,30	0,23	1,04
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2,71	2,16	0,86	0,228	0,63	0,40	0,30	0,24	1,09
1,98	1,52	0,78	0,095	0,63	0,51	0,31	0,24	1,08
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2,68	1,91	0,87	0,173	0,61	0,46	0,30	0,24	1,06
2,32	1,59	0,78	0,111	0,58	0,49	0,29	0,24	1,06
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2,72	1,59	0,83	0,134	0,64	0,52	0,30	0,25	1,08
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Les quatre premières colonnes du tableau présentent les données de l'expérience, et les cinq dernières les résultats qu'on en a déduits.

Résumons ces résultats.

séquences des ériences, r le cas du ximum l'effet.

258. Un coup d'œil jeté sur la cinquième colonne, montre que le coefficient de réduction de l'effet théorique à l'effet réel n'est pas constant, et par conséquent que la théorie admise ne se plie pas exactement à toutes les circonstances du mouvement des roues à aubes.

Ses résultats, quant à l'effet, s'éloignent d'autant plus de ceux de l'expérience, que la vitesse est plus considérable, ainsi qu'on le voit dans le tableau ci-contre, lequel se rapporte à la seule série entière d'expériences que Smeaton ait donnée. La quantité d'eau motrice y était de $2^{k}023$ et sa vitesse de $2^{m}811$.

v	pv	n
mèt.	km.	
1,43	0,209	0,52
1,33	0,231	0,57
1,15	0,231	0,59
1,07	0,244	0,64
0,95	0,242	0,67
0,84	0,237	0,69
0,70	0,216	0,71
0,52	0,177	0,71

Le coefficient n y a varié dans le rapport de 5 à 7. Il n'a pas présenté de si grands écarts dans les expériences du grand tableau, lesquelles se rapportent au *maximum* d'effet de chaque série : et même, en faisant abstraction de quelques nombres anomaux, on aurait moyennement, dans chaque classe (une seule exceptée), à peu près $n = 0{,}64$: et par conséquent

$$E = 0{,}64 \frac{P}{g}(V - v)v.$$

259. Le rapport de la vitesse de la roue à celle du courant a graduellement augmenté d'une classe à l'autre, c'est-à-dire à mesure que l'ouverture de la vanne était plus grande, depuis 0,36 jusqu'à 0,52 ; et il a été moyennement de 0,44. Smeaton n'admet que 0,40. Bossut, à la suite de quelques expériences, avait également adopté ce même

nombre : mais comme la vitesse du courant était mesurée à la surface, elles lui ont donné un résultat trop faible ; il se serait rapproché de 0,50 en prenant la vitesse moyenne. Je crois que, dans les machines bien disposées et conduites, on atteindra de bien près cette limite théorique ; et, avec quelques auteurs, j'adopterai $v = 0{,}45\,V$, toujours pour le cas du *maximum* d'effet.

260. Mettant cette valeur de v dans l'expression de l'effet ci-dessus, elle deviendra

$$E = 0{,}1584\,\frac{P}{g}\,V^2 = 0{,}317\,Ph_1.$$

Dans la septième colonne du tableau, ce rapport n'a varié que de 0,28 à 0,32 ; et, terme moyen, il n'a guère été au-dessus de 0,30. Cependant Smeaton se croit fondé à le porter à $\frac{1}{3}$ dans les grandes roues ; c'est-à-dire, à admettre que leur effet est le tiers de la force que le courant possédait en arrivant aux aubes.

La force imprimée à la roue, qui, en théorie, est Πv et égale à l'effet théorique $\frac{1}{2}Ph_1$, sera, en réalité, $0{,}64\,\Pi v = 0{,}64 . \frac{1}{2}Ph_1 = 0{,}32\,Ph_1$: c'est, dans le langage des arts, la *force de la machine ;* son expression en chevaux est ici $0{,}0133 \times 0{,}32\,Ph_1$; elle serait encore (261), mais avec moins d'exactitude, $0{,}0133 \times 0{,}25\,PH$.

261. Le rapport de ce même effet à la force entière du moteur, ou m (238), indiqué à la huitième colonne, n'a pas présenté autant de constance que le précédent : il a graduellement augmenté, d'une classe à l'autre, depuis 0,167 jusqu'à 0,25. De sorte que, dans les expériences de Smeaton, *le plus grand effet dynamique n'a*

été que du sixième au quart de la force entière du moteur. Je doute que dans les machines en grand, même en les supposant bien disposées, il atteigne cette dernière valeur; et cependant la théorie en indique un double, $\frac{1}{2}$PH.

262. Enfin, la dernière colonne montre que la charge ψ qui arrête la roue n'est guère que un à deux dixièmes plus considérable que la charge au *maximum* d'effet. Cependant, d'après la théorie, elle devrait être double : en effet, la charge ψ, correspondante à $v = 0$, est $\frac{PV}{g}$ (252); et celle qui correspond au *maximum* est $\frac{PV}{2g}$ (254).

Expériences de M. Morin.

263. Je cite encore quelques expériences, faites, fort en grand, par M. Morin, sur une roue à aubes de 6^m de diamètre, et où les charges ont été mesurées, en très-grande partie, à l'aide du frein dynamométrique de M. Prony.

Fig. 52.

Cet instrument, qu'on voit à la figure 52, consiste en deux pièces de bois, qui embrassent l'arbre, et dont l'une, par son prolongement, forme un bras, à l'extrémité duquel est un bassin que l'on charge de poids. Durant le mouvement de rotation on serre, à l'aide de boulons à vis, les deux pièces contre l'arbre, de manière que le bras demeure dans une position horizontale. Le poids qu'il porte alors, agissant contre la roue, à l'aide du frottement du frein, oppose au mouvement une résistance qui, jointe aux autres, constitue l'effet dynamique.

L'eau était donnée à la roue par une vanne dont l'ouverture avait 1^{m}55 de large, et dont la hauteur a augmenté graduellement de 0^{m}05 à 0^{m}30. Le coursier embrassait la roue sur une hauteur de 0^{m}362 : dans cette partie, l'eau agissait par son poids. On a admis 0,75 pour coefficient de la dépense et de la vitesse.

V s'est élevé à 0,99. Il en sera à peu près ainsi dans les cas ordinaires de la pratique, lorsque le vannage et le coursier seront convenablement disposés; néanmoins, pour prévenir les mécomptes, nous n'admettrons que 0,95; et nous établirons généralement $V = 0{,}95\sqrt{2gh} = 4{,}207\sqrt{h} = 4{,}2\sqrt{h}$.

En conséquence, et mettant, pour P, 1000Q, on aura

$$E = 63{,}2\,Q(4{,}2\sqrt{h} - v)v.$$

D'où

$$Q = 0{,}0158\,\frac{E}{(4{,}2\sqrt{h} - v)v}.$$

266. Dans le cas du *maximum* d'effet, v étant $0{,}45 \times 4{,}2\sqrt{h}$, il viendra

$$E = 276\,Qh.$$

La charge h sur le centre de l'ouverture de la vanne sera plus petite que la chute totale H de la demi-hauteur de l'ouverture, et de la flèche de la portion courbe du coursier sous le bas de la roue; quantités qui seront de 0^m3 à 0^m4; mais comme il y a une action exercée le long de cette courbure, l'on pourra admettre, comme terme moyen,

$$E = 276\,Q(H - 0{,}2), \text{ et } Q = 0{,}00362\,\frac{E}{H - 0{,}2}$$

La première de ces expressions indiquera tout l'effet qu'on peut se promettre d'une roue à aubes établie ou à établir dans un lieu déterminé, et où, par conséquent, la quantité d'eau et la chute

disponible sont connues; et à l'aide de la seconde on déterminera, par la seule connaissance de la chute, le volume d'eau strictement nécessaire à la production d'un effet dynamique voulu.

Exemple. Machine soufflante.

267. Qu'on ait, par exemple, à établir une machine soufflante destinée à lancer dans un haut-fourneau à fondre du minerai de fer à l'aide du charbon de terre, ou plutôt du *coak*, trois quarts de mètre cube d'air par seconde, avec une vitesse de 130^m; et qu'on ait, sur une petite rivière, une chute de 1^m55. Il s'agit de déterminer le volume d'eau à dériver pour mouvoir la machine.

Afin d'avoir trois quarts de mètre cube d'air dans le fourneau, vu les pertes inévitables, il faut compter sur un mètre cube. Au niveau de la mer et à zéro de température thermométrique, il pèserait 1^k30 : dans le lieu où est l'usine il ne pèsera que 1^k22; on admettra 1^k25. La hauteur due à une vitesse de 130^m est 860^m. Ainsi l'effet utile à produire équivaut à élever 1^k25 à 860^m, ou à 1075^{km} en $1''$. A cause des résistances passives à la roue, à la machine et au porte-vent, on augmentera ce nombre d'un tiers, et l'on aura pour l'effet dynamique $1433^{km} = E$.

Sur la chute de 1^m55, on prendra 0^m4 pour la demi-ouverture de vanne et la courbure à donner au coursier, et il ne restera plus que 1^m15 pour la charge h sur le centre de l'ouverture. Sa vitesse due est 4^m75, et ses 0,45, ou la vitesse à donner à la roue pour obtenir le *maximum* d'effet sera 2^m14.

En conséquence, prenant maintenant, pour h, $1{,}55 - 0{,}2$ ou $1{,}35$, d'après l'observation faite ci-dessus, on aura, pour le volume d'eau cherché Q, $0{,}0158 \frac{1433}{(4{,}2\sqrt{1{,}35} - 2{,}14)2{,}14} = 3^{mmm}866$.

La formule du terme moyen, $0{,}00562 \frac{1433}{1{,}35}$, eût donné $3^{mmm}845$.

Il faudra compter sur 4^{mmm}. Cette eau devant couler dans un coursier avec une vitesse de 4^m89 $(= 0{,}95 \times 5{,}15)$, la section de la lame fluide y sera $8^{mm}18$, et comme son épaisseur

ne doit pas dépasser 0^m20, il faudra que sa largeur soit de 4^m09, mettons 4^m10. Laissant 0^m015 d'intervalle de chaque côté entre ses parois et la roue, on aura pour la largeur de celle-ci, c'est-à-dire pour la largeur des aubes, 4^m07. Leur hauteur sera portée à 0^m65; car sous la roue l'eau s'élèvera jusqu'à 0^m60 et plus : elles seront en conséquence pourvues de contr'aubes. Leur nombre sera de 36, le diamètre donné à la roue étant de 6^m20 : chacune sera formée de quatre planches ou douves de 0^m175 de large, et inclinées graduellement sur le rayon de 0°, 10°, 20° et 30°; les trois bracons en fer destinés à la soutenir auront chacun trois coudes ou angles de 170°. La roue fera environ sept tours par minute, et son mouvement sera communiqué sans engrenages aux pistons des cylindres soufflans, soit à l'aide de manivelles, bielles et balanciers, soit à l'aide de cames ou roues excentriques qui les accompagneront dans leur montée et leur descente.

La roue à aubes dont il vient d'être question, excédant 4^m en largeur, dépensant quatre mètres cubes d'eau par seconde, avec une chute de 1^m55, ayant ainsi une force équivalente à celle de 83 chevaux-vapeur, sera une des plus considérables et des plus fortes qu'on ait.

S'il se fût agi d'un haut-fourneau à fondre le minerai de fer avec du charbon de bois, il n'aurait pas fallu plus d'un demi-mètre cube d'air par seconde, avec une vitesse de cent mètres. Un volume d'eau de $1^{mmm}25$ eût été suffisant pour mouvoir la roue. On ne lui aurait donné que 1^m50 de large : ses aubes eussent été planes et de 0^m60 de hauteur; c'eût été une roue à aubes ordinaire, plutôt forte que faible.

268. Jetons un coup d'œil sur l'histoire de la théorie des roues à aubes, la première qui ait été donnée pour les machines en mouvement. Notic historiq

Avant le dix-huitième siècle les machines n'avaient été considérées que dans leur état d'équilibre. S'agissait-il, par exemple, d'une machine hydraulique, après avoir estimé l'effort dont le courant était capable, effort sur lequel Galilée et Descartes avaient donné quelques notions, on calculait le poids qui, placé à l'extrémité des leviers et des rouages, lui faisait équilibre. Fallait-il ensuite mouvoir ce poids, on diminuait

peu à peu sa grosseur ou son bras de levier, jusqu'à ce qu'on eût une vitesse convenable. Mais jusqu'à quel point devait-on diminuer le poids et augmenter sa vitesse comparativement à celle du courant, pour obtenir le plus grand effet? On l'ignorait entièrement.

Parent, de l'Académie des sciences de Paris, observa que l'augmentation de vitesse devait avoir un terme au-delà duquel l'effet, au lieu d'augmenter, irait en diminuant, et il publia le résultat de ses observations et de ses calculs en 1704. Après avoir exposé, dans son mémoire, des principes exacts sur l'action de la gravité, sur celle des moteurs et sur la mesure de leur force, il démontra que, dans une roue hydraulique établie au milieu d'une rivière, l'effort du courant contre ses aubes n'est produit que par l'excès de sa vitesse sur la leur, et il le fit proportionnel au carré de cet excès. Il admit ensuite, avec les mécaniciens de son tems, Mariotte, Lahire, etc., que la grandeur absolue de l'effort contre un corps en repos, est égale au poids d'un prisme d'eau ayant pour base la partie de l'aube qui plonge dans le courant, et pour hauteur la simple hauteur due à la vitesse du fluide. D'après ces principes, il établit une équation entre le poids élevé, l'effort du choc, la vitesse du courant et celle des aubes. En y faisant varier d'abord le poids, et puis cette dernière vitesse, il trouva, par la méthode ordinaire *de maximis*, que, dans le cas du plus grand effet, le poids élevé devait être les $\frac{4}{9}$ du poids du prisme d'eau ci-dessus; que la vitesse des aubes devait être le tiers de celle du courant, et par conséquent que l'effet était les $\frac{4}{27}$ de la force dynamique de ce courant (1). Ces résultats, quoiqu'ils aient depuis éprouvé et des corrections et des contradictions, furent regardés avec raison comme un grand pas fait dans la science des machines hydrauliques, et tous les savans de l'Europe les adoptèrent.

Cependant un autre académicien français, Borda, fit voir, en 1766, que la théorie de Parent, qui se rapporte aux roues établies sur les rivières au milieu d'un fluide indéfini, ne convient plus à celles qui se meuvent dans un coursier resserré.

(1) *Mémoires de l'Académie royale des sciences.* 1704.

Ici toutes les molécules fluides sorties de la vanne vont frapper les aubes et perdre contre elles l'excès de leur vitesse ; mais cet excès n'entre point dans l'expression du nombre de ces molécules, du volume qu'elles forment, et qui demeure toujours $s'V$, quelle que soit la vitesse v de la roue : l'effort du choc, $\frac{1000\,s'V}{g}(V-v)$, est donc simplement proportionnel à l'excès $V-v$, et non à son carré. Telle est la théorie de Borda, que nous avons développée (252 à 256), et qui est aujourd'hui généralement admise : on affecte seulement sa formule (donnant l'effet) du coefficient 0,3 déduit des expériences de Smeaton.

J'ai fait quelquefois usage d'une autre expression de l'effet, mise en avant par Euler (*Acad. de Berlin*, 1752, p. 162), et qui souvent se plie mieux aux variations de la vitesse ; quoique d'ailleurs elle repose sur un principe entièrement hypothétique, à savoir : lorsqu'un moteur capable d'un effort Π' contre un obstacle immobile, n'en peut plus produire aucun contre ce même obstacle ayant la vitesse V, il en produira un égal $\Pi'\left(1-\frac{v}{V}\right)^2$, si la vitesse commune est v. Dans nos roues on a $\Pi'=\frac{PV}{g}$; ainsi l'effet dynamique y serait

$$\frac{PV}{g}\left(1-\frac{v}{V}\right)^2 v=\frac{P}{g}(V-v)\,v\left(\frac{V-v}{V}\right) :$$

c'est l'expression de Borda, multipliée par le rapport de la vitesse relative à celle du courant.

Le petit tableau ci-contre montre les rapports entre les résultats des formules de Parent, Borda et Euler, et ceux de quelques expériences de Smeaton, prises au hasard dans le tableau du n.° 257 (la dernière de ce tableau a seule été écartée). On se rappellera que n est le rapport entre l'effet dynamique donné par l'expérience et celui qui est conclu des formules. Celle de Parent présente le plus d'irrégularités ; mais la règle d'Euler n'en offre guère plus que celle de Borda.

NUMÉRO de l'expér.	n, d'après la formule de		
	Parent.	Borda.	Euler.
3	0,43	0,67	1,02
4	0,48	0,64	1,00
6	0,74	0,61	0,98
7	0,39	0,66	1,07
10	0,75	0,60	1,05
12	0,51	0,63	1,07
14	0,48	0,63	1,05

b. Roues se mouvant dans un fluide indéfini.

269. Ces roues, qu'on nomme *roues pendantes,* sont principalement en usage dans les moulins à nef, ou moulins sur bateaux, que l'on amarre au milieu des rivières.

Nous supposons ici qu'aucun coursier ou autre construction n'augmente, à leur approche, la vitesse naturelle du courant, laquelle sera ainsi, à son arrivée sur la roue, comme si le bateau était enlevé.

Principales dimensions.

Le diamètre des roues pendantes ne dépasse guère 4 ou 5^{m}. Les aubes ou ailes sont ordinairement au nombre de 12; on pense toutefois qu'il y aurait de l'avantage à porter ce nombre à 18 et même à 24. D'après Fabre, qui a fait une étude particulière de ce genre de machines (1), la hauteur des aubes ne doit pas excéder les 0,28 centièmes du rayon de la roue pris jusqu'au centre de percussion; elle serait ainsi le quart au plus du rayon entier: assez souvent on ne lui donne que le cinquième. Cet auteur les fait entièrement plonger dans l'eau; ce qui peut être avantageux dans les fleuves profonds, et où la plus grande vitesse du courant serait notablement au-dessous de la surface; car d'ailleurs, et généralement, leur force est plus grande lorsqu'une portion d'elles (dans sa situation verticale) s'élève

(1) *Essai sur la construction des roues hydrauliques, etc.*, par M. Fabre, ingénieur du pays de Provence. 1788; pag. 297 et suiv.

au-dessus du plan de flottaison, la portion qui est au-dessous demeurant la même. Leur largeur varie de 2^m50 à 5^m.

270. Deparcieux, après avoir fait la très-importante observation, que l'eau produit un effet bien plus grand lorsqu'elle agit par son poids, car auparavant on admettait qu'elle exerçait une plus grande action par le choc, Deparcieux, dis-je, remarquant que l'eau montait sur les aubes, comme sur un plan incliné, dès que leur bord avait atteint la surface du courant, et qu'elle y agissait alors par son poids, pensa qu'il augmenterait cette action en donnant aux aubes une plus forte inclinaison. Pour vérifier cette conjecture, il fit faire une petite roue de 0^m87 de diamètre, portant douze aubes de 0^m22 de haut sur 0^m20 de large, et auxquelles, à l'aide d'un mécanisme ingénieux, il donnait l'inclinaison qu'il jugeait convenable. Cette roue élevait différens poids, par l'intermédiaire d'un cordon passant sur une poulie de renvoi fixée au-dessus d'elle. Elle fut placée sur la petite rivière de Bièvre, près Paris, dans un lieu où la vitesse du courant était de 0^m35, et elle y servit à plusieurs suites d'expériences. Je me borne à citer les résultats d'une d'elles : l'arc plongé dans l'eau était de 96° et le poids élevé de 1^k29. L'angle d'inclinaison des palettes, par rapport au rayon mené à leur bord intérieur, est noté à la première colonne ci-contre; et la durée d'une révolution de la roue, correspondante à cet angle, l'est à la seconde. L'angle de 30° a été celui de plus grand effet : il l'a augmenté dans le rapport de 18 à 39. (1)

Inclinaisons des aubes

ANGLE d'inclinaison.	DURÉE d'une révolution.
0°	39"
10	25
15	19
30	18
40	20

Bossut, avec un appareil à peu près semblable, a fait aussi quelques suites d'expériences. Dans une d'elles, l'inclinaison des aubes ayant successivement été de 0°, 15°, 30° et 37°, les effets obtenus se sont respectivement trouvés comme les nombres 1000, 1081, 1083, 1037. Encore ici l'angle de 30° a été le plus avantageux, quoique l'augmentation soit bien moindre que dans l'expérience de Deparcieux.

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences de Paris.* 1759.

Lors même qu'il y aurait de l'exagération dans les résultats donnés par ce dernier savant, il n'en est pas moins positif que l'inclinaison des aubes augmente l'effet des roues pendantes. La meilleure manière d'opérer cette inclinaison me paraît être celle qui a déjà été mentionnée (249 et 267), et qui consiste à incliner graduellement les planches ou douves transversales qui forment chacune des aubes.

Je crois encore, et par les motifs que j'en ai donnés ailleurs (219), que des rebords fixés sur les deux côtés de chaque aube, produiraient une augmentation notable dans l'effet.

pression e l'effet.

271. On estime l'effort du choc d'un fluide indéfini contre une palette, qui fuit devant lui avec une vitesse v, à $\frac{1000}{g} s (V - v)^2$ (216). L'effort contre les palettes ou aubes d'une roue sera de même espèce; il pourra toutefois éprouver une modification dans sa grandeur : appelons n le coefficient déduit de l'expérience qui indiquerait cette modification, et multipliant l'effort par la vitesse pour avoir l'effet, on aura

$$E = n \frac{1000}{g} s (V - v)^2 v.$$

272. Pour le cas du *maximum*, en différenciant par rapport à v, on trouve $v = \frac{1}{3} V$.

Mettant cette valeur de v dans l'expression de l'effort, elle sera, abstraction faite du coefficient n, $\frac{4}{9} \frac{1000}{g} s V V = \frac{4}{9} P' \frac{V}{g}$, en appelant P' le poids

$1000sV^4$ de l'eau qui passe en $1''$ par une section égale à s.

L'effet *maximum* sera en conséquence $\frac{4}{9}P'\frac{V}{g} \times \frac{V}{3} = \frac{4}{27}P'\frac{V^2}{g} = \frac{4}{27}P'.2h = \frac{8}{27}P'h$, h étant la hauteur due à la vitesse V.

Ce sont les résultats obtenus par Parent (268), en observant toutefois qu'il n'avait admis, pour la hauteur du prisme d'eau mensurateur de la vitesse, que h au lieu de $2h$.

273. Déterminons le coefficient n.

Bossut a fait, pour cet objet, une suite d'expériences dont je donne ici les résultats. La roue sur laquelle il opérait avait 0^m975 de diamètre; elle portait 24 aubes de 0^m135 de large, et plongeant dans l'eau de 0^m108. La vitesse du courant a été constamment de 1^m85 (*Hydrodyn.*, §. 1040). Celle des aubes dans chaque expérience est notée à la première colonne du tableau ci-annexé. On aura le poids élevé p correspondant, en divisant le nombre de la seconde colonne par v. Le coefficient n diminue graduellement avec la vitesse; au *maximum* d'effet, où v a été 0,43V, on a eu $n = 1{,}50$: d'ailleurs on ne peut lui assigner, même approximativement, une valeur moyenne. Les résistances passives n'étant pas comprises dans les valeurs de p, pv et par suite les valeurs de

v	pv	n
mèt.	km.	
1,19	1,45	1,84
1,12	1,60	1,80
1,06	1,73	1,78
1,00	1,83	1,68
0,93	1,90	1,57
0,87	1,95	1,55
0,80	1,97	1,50
0,71	1,90	1,37

n ne se réfèrent qu'à l'effet utile : elles seraient plus considérables pour l'effet dynamique.

On doit encore à M. Poncelet des expériences faites, pour le même objet, sur trois moulins établis à Lyon, sur le Rhône. La largeur des aubes y était de $2^{m}60$ à $3^{m}20$, et leur hauteur de $0^{m}65$ à $0^{m}75$: elles s'enfonçaient entièrement dans le courant. Sa vitesse a varié de $1^{m}30$ à 2^{m}; celle des aubes en a été du tiers à la moitié, et moyennement de 0,40. En admettant que pour moudre un kilogramme de blé, il faut dépenser 6700^{km} d'action motrice sur la roue hydraulique, y compris les résistances passives, M. Poncelet a obtenu des valeurs de n qui ont varié de 1,35 à 1,60, et dont la moyenne a été de 1,47. (1)

274. Adoptant cette valeur, et mettant $9^{m}809$ pour g, on aurait $E = 150\,s\,(V - v)^2\,v$.

Dans le cas du *maximum*, cas où $v = 0{,}4V$, ce serait $E = 22\,sV^3$.

Mais le savant hydraulicien que nous venons de citer, voyant que, ni dans ses propres expériences ni dans celles de Bossut, n ne pouvait être regardé comme constant, en a conclu, avec raison, que la formule qui avait donné ses valeurs ne rendait pas convenablement l'effet des roues pendantes; et il a trouvé qu'il était mieux rendu par la théorie de Borda, où l'on admet

(1) *Cours de mécanique industrielle*, 3.e partie, pag. 218.

Cours de machines à l'école d'application de l'artillerie et du génie, VII.e sect., pag. 53.

Ce dernier cours de M. Poncelet n'est encore que lithographié : l'auteur a bien voulu m'en donner un exemplaire.

que le volume d'eau qui agit sur la roue est proportionnel à V, et non à $V - v$, comme dans la théorie de Parent, quoiqu'elle soit généralement appliquée aux roues qui se meuvent dans un fluide indéfini (268). L'expression de leur effet devrait donc être de la forme $n' \frac{1000}{g} s V(V-v)v$: et, M. Poncelet ayant encore trouvé $n' = 0{,}80$, elle serait

$$82\, s V\,(V-v)v.$$

Au *maximum* d'effet, c'est-à-dire lorsque $v = 0{,}4V$ environ, et puisque $1000\, s V = P'$, on aurait $0{,}80 \frac{P}{g} \cdot 0{,}24 V^2 = 0{,}384 P'h$. On aurait encore

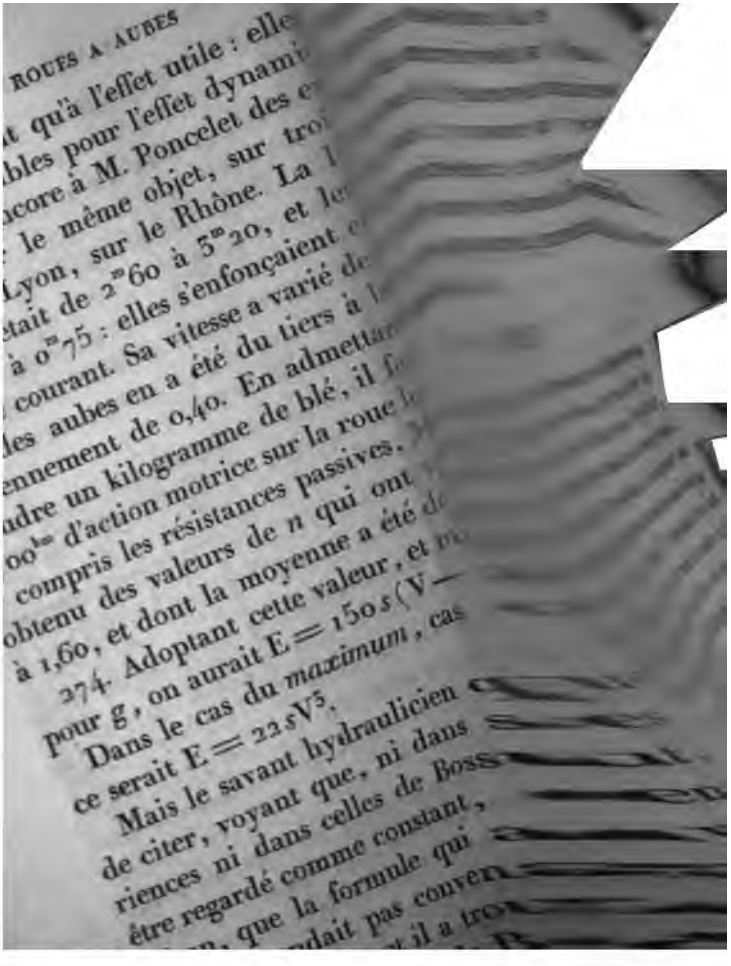
$$E = 20\, s V^3.$$

Quoique cette expression me paraisse un peu faible, lorsqu'il s'agit de l'effet dynamique, je crois cependant qu'il convient de l'admettre, dans l'estimation de l'effet que peut produire une roue pendante de grandeur donnée, et à établir sur un courant également donné.

Roues des bateaux à vapeur

275. Les roues à palettes que les bateaux à vapeur portent sur chacun de leurs flancs, et qui, à l'instar des rames, leur donnent un mouvement progressif, sont aussi des roues pendantes. Mais la détermination de leur effet se complique d'une troisième vitesse, celle du bateau. Nous la désignerons par u, celle du courant sera toujours V, et nous nommerons U celle que les aubes ont à leur centre d'impression.

L'effet dynamique de la machine sera égal à



la force imprimée aux aubes (237), c'est-à-dire à l'effort que le courant exerce sur elle, multiplié par la vitesse U du point d'application. Déterminons et cet effort et cette vitesse.

Si le bateau était immobile, la vitesse relative, celle en vertu de laquelle l'effort est exercé serait $U - V$. Lorsqu'il se meut, par exemple lorsqu'il remonte une rivière, on peut encore le regarder comme immobile, mais en supposant que le fluide a, par rapport à lui, $V + u$ de vitesse : sa vitesse relative à l'égard des aubes serait alors, comme elle est en réalité, $U - (V + u)$. L'effort qu'il exerce contre elles sera donc (216) $1000\mu sh'$ ou $\frac{1000}{2g}\mu s[U-(V+u)]^2$, μ étant un nombre à déterminer par l'expérience. Cet effort doit être égal à la résistance que le bateau éprouverait en remontant le courant avec la vitesse $V+u$; résistance qui serait (222) $1000nsh$ ou $\frac{1000}{2g}nS(V+u)^2$, en désignant par S la plus grande section verticale de la partie du bateau plongeant dans l'eau. On aura donc l'équation $\mu s[U-(V+u)]^2 = nS(V+u)^2$; d'où l'on déduit $U = \left(\sqrt{\frac{nS}{\mu s}}+1\right)(V+u)$. Cette vitesse, multipliée par l'effort du courant, ou par la résistance qui lui est égale, devant donner l'effet dynamique, on aura

$$E = \frac{1000}{2g}nS\left(\sqrt{\frac{nS}{\mu s}}+1\right)(V+u)^3.$$

Sur un fluide en repos, où $V = 0$, le dernier

facteur serait u^3. Il serait $(u-V)^3$ si le bateau descendait le courant, la vitesse relative étant alors $u - V$.

Reste à trouver la valeur des deux coefficiens n et μ. D'après ce qui a été dit sur la résistance éprouvée par les bateaux (224-227), n varie de 0,20 à 0,46 : on prendra, pour la valeur dans les bateaux à vapeur, le terme moyen entre ces nombres, 0,33. M. Poncelet a cherché la valeur de μ : il s'est servi, à cet effet, d'un bateau à vapeur placé sur une eau stagnante. Ses aubes avaient 3^m30 de large et 0^m38 de haut : leur vitesse a varié de 0^m85 à 1^m25; et l'effort, avec lequel le bateau tendait à se mouvoir, a été mesuré avec un dynamomètre. Les valeurs de μ, déduites de ces expériences, ont été de 3,6 à 2,1; et terme moyen de 3,2. Mais les circonstances particulières à ce bateau portent M. Poncelet à penser qu'en général cette valeur sera un peu moindre : réduisons-la à 2,8. On aura donc $\frac{n}{\mu} = 0{,}118$; et moyennement

$$E = 5{,}8S\left(\sqrt{\frac{S}{s}} + 3\right)(\pm V \mp u)^3.$$

Les signes supérieurs du dernier facteur se rapportent au cas où le bateau remonte, et les signes inférieurs à celui où il descend.

Cette valeur de E montre que l'effet, ou la résistance au mouvement, sera d'autant plus petite, que la surface s des ailes sera plus grande. Mais l'embarras des larges roues porte à ne donner à

la largeur des ailes que deux ou trois fois leur hauteur; et celle-ci est du tiers au quart du rayon.

2. *Roues horizontales.*

276. Les roues horizontales tournant autour d'un axe vertical, sont très-fréquemment employées dans le midi de la France, surtout pour les moulins. Elles sont éminemment propres à ce genre d'usines : elles y donnent lieu au plus simple des mécanismes; elles dispensent de tout engrenage, de tout renvoi ou changement de mouvement : le même arbre qui, dans sa partie inférieure, reçoit la roue, porte la meule mo-
Fig. 53. bile sur le haut. Il tourne sur un pivot, dans une crapaudine enchâssée dans un *palier* ou pièce de bois que l'on élève ou baisse à volonté, selon que l'on veut diminuer ou augmenter l'intervalle entre les deux meules.

La forme de ces roues est très-variée. On en voit quelques exemples dans l'*Architecture hydraulique* de Bélidor (Tom. I, pag. 444, 449). Très-rarement les palettes qu'elles portent autour du moyeu sont-elles planes : souvent ce sont des espèces de *cuillères* qui présentent leur creux à la veine fluide qui vient les choquer. Dans le sud-ouest de la France, leur diamètre est généralement de 1^m60, et leur hauteur ou épaisseur de 0^m20 seulement : les aubes, au nombre de 18 ou de 20, ont 0^m40 de long, dans le sens du rayon, et elles sont à double courbure; l'élément

supérieur est vertical; l'élément inférieur est d'autant plus incliné, et par suite la courbure d'autant plus grande, que l'on s'éloigne plus du centre du rouet; à l'extrémité de l'aube, il est presque horizontal, et l'on a à peu près un quart de cercle.

L'eau est lancée sur ces roues par des buses pyramidales et peu inclinées, analogues à celles dont il a été question au n.° 37. Dans plusieurs moulins, notamment dans les montagnes, elle est conduite aux rouets par des auges ou *canelles*, d'une forte inclinaison.

277. L'effort du choc sur une aube supposée plane est (209) $\frac{P}{g}(V\sin i - v\sin j)\sin j$, en désignant par i l'angle que la direction de la veine fluide fait avec la palette, et par j l'angle que ce même plan fait avec l'horizon. De sorte que, si l'on nomme n le coefficient de correction à déduire de l'expérience, on a Effet.

$$E = n\frac{P}{g}v\sin j(V\sin i - v\sin j).$$

Pour le *maximum* d'effet, on trouve, par la méthode ordinaire, $i = 90°$ et $v = \frac{1}{2}\frac{V}{\sin j}$, et par conséquent $E = \frac{1}{2}nPh_1$, expression pareille à celle qu'on a eue pour les roues verticales (255).

Une expérience faite par M. Tardy aurait donné $n = 0{,}70$, et par suite $E = 0{,}35\,PH$. Je crois à un tel résultat; car les roues dont il est question sont les plus avantageuses de toutes

celles qui sont mues par le choc de l'eau : on est ici dans le cas du choc d'une veine isolée ; la très-grande partie des filets fluides arrivent sur les aubes, et ils y arriveraient tous si les roues étaient plus hautes ; ils les choquent avec une vitesse due à la chute H presque entière, et la concavité qui les reçoit fait l'office des rebords de Morosi. Cependant je ne crois pas que généralement on puisse admettre au-delà de

$$E = \frac{1}{3} PH.$$

Presque tous les moulins des Pyrénées et des départemens adjacens, situés sur de petits cours d'eau, avec une chute de 3^m et plus, sont mis en jeu par de telles roues : ils portent, dans ce pays, le nom de *moulins à canelle* ou *à trompe* (buse). A l'exception de ceux qui sont très-petits, ils dépensent par roue ou meule environ un cinquième de mètre cube d'eau par seconde ; ce qui, avec une chute de 3^m, équivaut à une force de huit chevaux-vapeur : elle met la meule à même de faire de 75^k à 90^k de belle farine par heure. On a des moulins plus forts, par exemple sur le canal de Languedoc ; ils dépensent un quart de mètre cube d'eau ; ils ont une chute d'environ 4^m, et ils font de 100^k à 150^k de farine pour la boulangerie : moyennement c'est une force de huit chevaux-vapeur par hectolitre, ou 75^k de blé moulu en une heure.

B. *Roues mues par le poids de l'eau.*

1. *Roues à augets.*

278. Ce sont les plus puissantes des roues. De tous les moteurs hydrauliques, aucun ne réunit au même point la force et la simplicité, ou du moins l'économie dans les frais d'établissement et d'entretien. Aussi sont-ils très-fréquemment

employés, et ils doivent l'être exclusivement pour toutes les chutes depuis 3^m jusqu'à 12 et 13^m. Au-delà de cette limite, très-souvent encore, ce qu'on aura de mieux à faire sera d'établir deux ou trois roues à augets, l'une au-dessous de l'autre.

L'importance du sujet va nous porter à le traiter avec quelque étendue.

a. Roues recevant l'eau au sommet.

Parties principales d'une roue à augets en bois.

279. Ces roues, appelées aussi *roues en dessus*, sont faites ou en bois ou en fonte. L'état de nos forêts, malgré leur dépérissement, permettra longtems encore de se servir des premières, qui sont presque toujours bien plus économiques.

Une telle roue consiste : 1.° en un *arbre tournant* avec ses *tourillons*; 2.° en huit ou seize *bras*; 3.° en une *couronne*, avec son *fond* et ses *augets*.

280. L'arbre est formé d'une pièce de bon bois de chêne. Sa longueur dépend de la largeur de la roue; et on lui donne de 0^m50 à 0^m80 d'équarrissage. Ses deux extrémités sont arrondies et de forme légèrement conique, de manière à recevoir les gros cercles de fer destinés à consolider ces extrémités affaiblies par les entailles qu'on y a pratiquées pour loger les tourillons.

Ceux-ci sont en fonte, et ils roulent sur des coussinets de même matière, ou de bronze dans les machines bien soignées. Leur diamètre pour les grandes roues, qui pèsent 12000 à 15000^k, est de 0^m20 à 0^m25.

D'après une règle donnée par l'ingénieur anglais Tredgold, en appelant ϖ le poids que doit supporter un tourillon, son diamètre devrait être de $0^m0013\sqrt{\varpi}$; la prudence doit le faire porter à $0^m002\sqrt{\varpi}$. Le même ingénieur ne donne à la longueur du tourillon que les cinq sixièmes de son diamètre.

Les tourillons font partie des manivelles, qu'on emploie très-souvent à transmettre le mouvement. Je remarquerai, au sujet de cette transmission, que, toutes les fois qu'une roue doit communiquer un mouvement d'oscillation à un balancier par exemple, ou un mouvement de va-et-vient à des tirans, la manivelle, malgré l'irrégularité de vitesse à laquelle elle donne lieu, est encore le meilleur des moyens à employer; il est préférable aux cames et même aux roues excentriques, etc. : elle accompagne mieux les pièces à mouvoir, et elle prévient ainsi mieux les chocs et les ballottemens, grandes causes de la dégradation et de la ruine des machines.

281. Les bras ne doivent jamais traverser l'arbre, pour ne pas affaiblir cette pièce principale. Fig. 54. On les réunit par paires; et les deux paires, disposées en croix, laissent au milieu un carré qui embrasse l'arbre, et sur lequel on le fixe, à l'aide de coins de bois, que l'on chasse avec force, et parmi lesquels on entremêle quelques petits coins de fer: aucun assemblage n'est plus solide ni plus convenable. Chacune de ces croix à quatre bras soutient une des deux joues de la couronne; il faut ainsi huit *bras principaux*. On les renforce par des *traverses*, dans les roues exposées à de fortes secousses, comme celles qui mettent en jeu les marteaux des forges. Dans les grandes, le renfort s'effectue plus convenablement par huit *bras auxiliaires* placés et disposés comme on le voit dans la figure 54 (la couronne, proportion-

nellement aux bras, n'y devrait avoir que moitié de la largeur représentée).

Lorsque les bois, chênes ou sapins, sont sains et que des considérations particulières n'exigent pas que la roue ait un grand poids, on peut se dispenser de donner aux bras d'aussi fortes dimensions qu'on le fait d'ordinaire. Dans la plus grande et la plus élégante de celles que j'aie vues (elle était de 13^m de diamètre, et servait aux mines de Huelgoat en Bretagne), les bras n'avaient que 0^m19 d'équarrissage auprès de l'arbre, et 0^m14 vers leur extrémité.

Dans les constructions modernes, au lieu d'assembler les bras de la manière que nous venons d'indiquer, et qui est représentée aux figures 50 et 54, on les dispose, comme autant de rayons, ainsi qu'on le voit sur les figures 51 et 63. Ils sont maintenus, par leur extrémité opposée à la couronne, dans de grosses bagues en fonte, qu'on a préalablement fixées sur l'arbre tournant à l'aide de coins.

282. La couronne est formée par deux joues ou plateaux annulaires, composés de madriers de 0^m06 à 0^m08 d'épaisseur, taillés et assemblés comme les jantes d'un cercle de roue de voiture. On les double, sur la face extérieure, avec des planches ayant moitié de leur épaisseur : quelquefois cette doublure ne couvre que les joints des jantes, et la partie de la couronne qui reçoit les extrémités des bras. Autrefois on donnait aux joues 0^m40 et même 0^m50 de large : puis, on s'est

réduit à 0^m325 (un pied); et dans les belles roues anglaises on n'a que de 0^m26 à 0^m27. On peut adopter 0^m30 pour les roues de toute grandeur, même pour celles qui ont à recevoir un grand volume d'eau et à se mouvoir avec une grande vitesse : dans ce cas, on augmente la largeur de la roue, c'est-à-dire la distance d'une joue à l'autre; nous verrons bientôt (286) d'après quelles considérations on la détermine.

Lorsqu'elle est fixée, et que les deux plateaux annulaires ont été placés en conséquence, on cloue contre leur tranche intérieure, celle qui est vers l'arbre, des planches transversales de 0^m03 à 0^m04 d'épaisseur, et qui vont d'un plateau à l'autre : on les joint aussi bien que possible et comme les douves d'un tonneau; le cylindre que présente leur ensemble est le *fond* de la couronne.

Entre les deux plateaux, et dans des mortaises entaillées à cet effet sur leur face intérieure, on place les deux planches ou *palettes* qui, avec le fond, constituent un auget. Comme c'est ici la partie essentielle de la roue, sous le rapport de l'effet dynamique qu'elle aura à produire, je m'arrête sur sa forme, c'est-à-dire sur la position à donner aux palettes.

Tracé des augets.

283. J'indique d'abord le tracé que l'expérience a fait reconnaître comme réunissant le plus d'avantages avec le plus de simplicité dans le pays où la construction des roues à augets a été le mieux soignée et raisonnée.

La hauteur, ou le diamètre de la roue étant une fois fixé, avec sa moitié, comme rayon, on décrit la circonférence *extérieure;* l'arc AS en fait partie : ensuite, avec un rayon moindre de AB, largeur de la couronne, on trace la circonférence *intérieure* BQ; AB, que nous avons fixé généralement à 0^m30, est la *profondeur des augets.* Enfin, du centre commun, avec un rayon qui aboutit en C, CB étant le tiers de AB, on décrit la troisième circonférence CDE : le centre de gravité de l'eau contenue dans les augets se trouvant habituellement sur elle, ou tout près d'elle, son rayon sera le *rayon dynamique* de la roue. La distance d'un auget à l'autre, mesurée sur cette dernière circonférence, est moyennement de 0^m32; mais comme la roue se construit par quarts, et que dans chacun on met un nombre entier d'augets, cette distance éprouve une petite variation suivant la grandeur des roues. Le nombre des augets ne sera pas en conséquence exactement proportionnel au diamètre; il sera tel qu'il est indiqué à la seconde colonne ci-contre. Le diamètre désigné à la première est celui de la circonférence extérieure; c'est le diamètre de la roue proprement dit. Fig. 5

DIAMÈTRE.	NOMBRE D'AUGETS.
mèt.	
3	24
4	36
5	44
6	56
8	76
10	96
12	108

La circonférence du rayon dynamique étant divisée en autant de points équidistans C, D, E, etc., qu'il doit y avoir d'augets, de chacun d'eux,

on tire vers le centre les lignes CB, DF, EG, etc.: elles fixent la position des petites palettes. Celle des grandes, AD, HE, etc., se détermine par la considération suivante: il faut que l'angle HEG, compris entre les deux palettes du même auget, soit ouvert le moins possible, afin que l'auget retienne son eau plus long-tems; mais, en même tems, il faut qu'il soit assez ouvert, pour que l'espace D*b* ne se trouve pas étranglé à tel point que l'eau n'arrive qu'avec difficulté sur la petite palette, et qu'il n'en rejaillisse une partie au dehors avant de l'avoir atteinte. Il est en conséquence nécessaire que D*b* soit notablement plus grand que l'épaisseur de la lame fluide qui tombe sur la roue: en élargissant, il est vrai, cette lame, ainsi que les augets, on peut diminuer cette épaisseur presque à volonté; malgré cela, il ne faut pas donner à D*b* moins de 0^m11 à 0^m12. Pour qu'il en soit ainsi, on fait l'angle HEG de 110° à 118°, suivant que les roues ont de 4^m à 12^m de diamètre; de manière que l'inclinaison de la grande palette par rapport à la circonférence extérieure, c'est-à-dire à sa tangente au point de contact, soit d'environ 31°: elle ne doit pas être de plus de 33°. Dans ma pratique, j'obtiens ces avantages d'une bonne construction, et très-simplement, en portant l'extrémité de H de la grande palette à 3 ou 4 centimètres au-delà du point *d*, extrémité du rayon passant par le point F.

284. Un autre tracé, fort en usage en France, consiste à faire $IK = \frac{1}{2}IP$, et à ne porter le bord

de la grande palette qu'en L, extrémité du prolongement EL de la petite palette de l'auget antérieur. Quelquefois on brise la grande palette, ainsi qu'on le voit en NOP : l'eau est alors retenue plus long-tems. Mais les ouvriers se prêtent difficilement à des constructions qui ne sont pas d'une exécution ou d'une réparation extrêmement faciles : par suite, dans plusieurs endroits, ils placent la petite palette perpendiculairement à la grande, uniquement parce que le joint à angle droit est le plus simple et le plus aisé à bien exécuter. Sans un tel obstacle, le mieux serait de courber la grande palette, ainsi que l'indique l'arc RS, dont l'extrémité S ne fait qu'un angle très-petit ou même nul avec la circonférence : dans cette méthode, qui est à recommander, les augets conservent de l'eau jusqu'au bas de leur révolution. Au reste, si les dernières dispositions que nous venons d'indiquer sont plus favorables à la conservation de l'eau sur les roues, elles le sont un peu moins à son entrée dans les augets.

Très-souvent on perce la petite palette des augets de deux ou trois trous d'environ $0^{m}04$ de diamètre. Lorsque, durant le mouvement de la roue, un auget arrive sous le coursier qui y verse l'eau, l'air s'échappant par ces ouvertures n'est pas, au moins en totalité, obligé de traverser la masse fluide, et d'y accroître les bouillonnemens et les rejaillissemens qui en diminuent l'effet. De plus, lorsqu'après avoir dépassé le bas de la roue,

un auget se relève, l'air extérieur entrant par les trous, prévient le vide qui tend à s'y faire, qui s'y ferait s'il était exactement fermé, et par suite duquel l'auget emporterait avec lui une masse d'eau agissant en sens contraire du mouvement de la machine. C'est en outre par ces trous que se vident les augets, lorsqu'on arrête la roue.

Mode de donner l'eau aux augets.

285. Relativement au mode de donner l'eau aux roues en dessus, on a deux cas à distinguer: celui où le niveau du réservoir est à peu près constant, et celui où il présente d'assez grandes variations.

Dans le premier cas, à un décimètre environ en contre-bas du niveau, on établit le coursier, auquel on donne une largeur à peu près égale à celle de la roue. A son origine, il est évasé de manière à éviter la contraction; et, à l'extrémité de l'évasement, on établit la vanne, qui sert à régler la quantité d'eau qu'on veut envoyer à la machine. Au-delà, le coursier se dirige en ligne droite, et avec une légère pente, vers la roue: il passe à deux ou trois centimètres seulement au-dessus de son sommet; il se continue encore sur une longueur de $0^{m}60$ environ, en se rétrécissant graduellement, de manière à ce que sa largeur, à l'extrémité, soit d'un décimètre environ plus petite que celle des augets. La lame d'eau qu'il mène, arrivée au bout, tombe librement dans le deuxième ou le troisième auget, à compter du sommet.

Si le niveau du réservoir est sujet à de fré-

quentes hausses et baisses, on adapte au fond de ce réservoir un coursier fermé par le haut, et dont la face supérieure est inclinée, ainsi qu'on le voit à la figure 54. Il se termine par une buse, sorte de tronc de pyramide, dont les faces font avec l'axe un angle de 6° à 7°; et cet axe est incliné et dirigé vers la partie supérieure de la petite palette de l'auget qui se trouve en face, de manière que les filets choquent le moins possible le revers des grandes palettes. La largeur de l'orifice doit être un peu plus petite que celle des augets, et sa hauteur ne doit pas dépasser 0^m1 : presque toujours elle est bien moindre. Ces coursiers-buses, très-en usage aux forges de la Dordogne et du Lot, y portent le nom de *becs de cane*.

Largeur de la roue

286. La largeur des augets, celle de la roue entre ses deux joues, se détermine d'après le volume d'eau qu'elle doit recevoir et porter.

Soit Q le volume sortant du coursier en $1''$, d la distance d'un auget à l'autre comptée sur la circonférence du rayon dynamique, et v la vitesse des points de cette circonférence; il est évident que, dans une seconde, il passera, devant la bouche qui verse l'eau, un nombre d'augets égal à $\frac{v}{d}$, et par conséquent que chacun d'eux prendra un volume d'eau égal à Q divisé par $\frac{v}{d}$, ou à $Q\frac{d}{v}$. Il faut que l'auget puisse contenir non-seulement cette quantité, mais encore une quan-

tité deux et même trois fois plus considérable; autrement l'eau se verserait beaucoup trop tôt. Si l est la largeur d'un auget, S l'aire de sa section transversale, ou plutôt l'aire de la section de la masse fluide qu'il contiendrait au moment où il vient de la recevoir du coursier, s'il était entièrement plein, Sl sera sa capacité, et il faudra que $Sl = 3\frac{Qd}{v}$. Ainsi, $l = \frac{3Qd}{Sv}$: telle sera la largeur à donner, dans œuvre, à la roue. La quantité d'eau Q à introduire, dans cette expression, est celle que la roue doit dépenser pour produire son plus grand effet, et nous verrons par la suite (303) quelle est alors la valeur de Q.

Force imprimée à la roue.

287. La force d'un courant qui roule P d'eau en $1''$, et qui tombe d'une hauteur H, est P.H (232). Si, dans sa chute sur une machine, il y exerçait toute l'action motrice dont il est capable, il lui imprimerait cette même force : mais il n'en est presque jamais ainsi, et la force réellement imprimée est moindre que P.H (234). Dans une roue à augets, tout le fluide du courant agit sur elle, depuis le point où il la joint jusqu'à celui où il l'abandonne (car on peut toujours admettre, et nous admettrons en effet qu'il la quitte instantanément); ainsi le facteur P ne subit pas de diminution. Elle sera donc éprouvée par l'autre facteur H, et par conséquent une partie de la chute totale sera comme perdue. De sorte que, pour avoir la force imprimée effectivement, il n'y a qu'à déterminer les diverses

pertes de chute qui ont lieu depuis le niveau du réservoir jusqu'à la partie inférieure de la roue, et à les retrancher de H, dans l'expression P.H.

Soit une roue ERF recevant l'eau d'un réservoir M. Prenons AB, distance verticale entre le niveau de M et l'extrémité F du diamètre vertical, pour représenter la chute totale H. Divisons cette distance en trois parties : AC ($=h$), comprise entre la surface du réservoir et le point où l'eau frappe la roue : CD, égale à la hauteur *fg* de l'*arc chargé d'eau* : et DB distance entre le point où l'eau est censée sortir des augets et le bas de la roue. Signalons et évaluons les pertes sur chacune de ces parties. Fig

288. Il est d'abord manifeste qu'il n'y en a point sur la hauteur CD de l'arc chargé d'eau; le fluide P, agissant constamment et de tout son poids sur la partie de la roue correspondante à cette hauteur, lui imprime P.CD de force. Foi impri par l'ea tenue les au

Quoique cette assertion soit regardée comme évidente, et qu'elle soit une conséquence immédiate de ce qui a été dit sur les moteurs et les effets, je vais cependant en donner la démonstration directe.

En premier lieu, l'effort que fait, pour produire le mouvement de rotation, le poids du fluide porté par l'arc chargé d'eau, c'est-à-dire le poids du fluide contenu dans les augets, depuis le niveau du point C jusqu'au niveau du point D, est égal à l'effort qui serait exercé par le poids d'un prisme d'eau GH, placé à l'extrémité R du rayon dynamique OR, dont GH = CD serait la hauteur, et qui aurait pour base la section de l'arc fluide (l'eau des augets étant supposée étendue uniformément sur cet arc). Pour le démontrer, il suffit de faire voir que les momens de ces deux efforts sont égaux. Supposons à

cet effet que l'arc chargé d'eau soit divisé en une infinité de petits arcs élémentaires, tels que mn; désignons par σ la section de l'arc fluide, et par φ le poids spécifique de l'eau; $\sigma.mn.\varphi$ sera le poids du petit arc mn; puisqu'il agit verticalement, la distance entre la direction de son effort et le centre de rotation sera l'horizontale rs: ainsi, on aura pour son moment $\sigma.mn.\varphi.rs$; les triangles semblables, mnl et rOs, donnant $mn.rs = Or.pq$, on aura aussi $\sigma.\varphi.Or.pq$. La somme de tous ces momens partiels, ou le moment de l'arc entier, sera donc le facteur commun $(\sigma.\varphi.Or)$, multiplié par la somme des petites hauteurs pq des arcs élémentaires : or, cette somme est évidemment fg ou CD; ce moment sera par conséquent $\sigma.\varphi.Or.CD$. Celui du prisme GH est manifestement $\sigma.\varphi.GH.OR$. Et puisque $GH = CD$ et $Or = OR$, les deux momens seront égaux. C.Q.F.D.

En second lieu, l'effort exercé en R, et dans le sens du mouvement, étant $\sigma.\varphi.CD$, et la vitesse du point R étant v, la force imprimée sera $\sigma.\varphi.CD.v$ (237). Puisque Q est le volume d'eau écoulé en 1″, et que durant ce tems ce volume doit passer par la section σ avec la vitesse v, qui est aussi celle du fluide après qu'il a atteint la roue, on aura $Q = \sigma.v$: on a de plus $P = \varphi Q$. Prenant les valeurs de σ et de φ, dans ces deux égalités, et les substituant dans l'expression ci-dessus de la force imprimée, elle devient $\frac{Q}{v}.\frac{P}{Q}.CD.v = P.CD$, ainsi que nous l'avions établi.

Pertes de chute au-dessus de l'arc chargé d'eau.

289. Venons aux pertes de chute qui ont lieu au-dessus de l'arc chargé d'eau, c'est-à-dire sur la hauteur AC.

AC ou h est la hauteur due à la vitesse avec laquelle le fluide arriverait à la roue, et avec laquelle il la choquerait, si elle n'avait éprouvé aucune diminution entre le réservoir et les augets : mais il n'en est pas ainsi, et lorsque le fluide rencontre la roue, la hauteur due à sa vitesse n'est plus que h_1, quantité plus petite que h de μh,

puisque $h_1 = h(1-\mu) = h - \mu h$ (242). La valeur de μ dépend : 1.° de la perte de vitesse qui a toujours lieu à la suite de la contraction que la lame fluide subit à son passage par le pertuis du réservoir : 2.° de la résistance qu'elle peut éprouver contre les parois du coursier qui la conduit aux augets : 3.° de la dispersion des filets fluides, plusieurs allant frapper les bords et les parois de l'auget, et perdant une portion de leur vitesse avant d'atteindre la petite palette ou l'eau qui la recouvre : 4.° de la direction oblique avec laquelle la lame arrive sur cette palette; l'obliquité sera souvent de 30°, et il en résultera alors une diminution de 0,06 dans la valeur de h, et par suite de la force du choc. Toutes ces causes réunies peuvent porter μ à 0,1, à 0,2 ou même à 0,3, suivant les circonstances locales, telles qu'une plus ou moins bonne disposition du vannage. On fixera sa valeur d'après ces circonstances : d'ailleurs, ce ne sera jamais qu'une approximation; car, il y a impossibilité à une détermination rigoureuse. — La moindre valeur que puisse avoir h, dans une roue en dessus, est d'environ 0^m50, et, par suite, la moindre valeur de μh serait de 0^m05 : mais elle sera souvent trois et quatre fois plus grande, et quelquefois elle le sera sept et huit fois plus.

On a vu (256) que toutes les fois que l'eau agit, par le choc, sur une roue, la hauteur h_1, due à la vitesse réelle, subit encore deux diminutions. L'une h' ($=0{,}051v^2$), qui est la hauteur

due à la vitesse de la roue, croît avec cette vitesse: comme celle-ci est habituellement de 1^m à 2^m50 ou 3^m, la perte de chute ira de 0^m05 à 0^m46, très-rarement elle dépassera 0^m50. L'autre perte h'', ou $0{,}051\,(V-v)^2$, diminue au contraire lorsque la vitesse de la roue augmente, $V\,(=\sqrt{2gh_1})$, vitesse du fluide au moment où il atteint la roue et où il commence à agir sur elle, étant toujours plus grand ou au moins égal à v. La somme de ces deux pertes sera la plus petite possible, ou $v^2+(V-v)^2$ sera un *minimum*, lorsque $v=\frac{1}{2}V$; alors, elles seront égales entre elles, et chacune sera le quart de h_1.

Nous avons donc de A en C, trois pertes de chute μh, h' et h''.

En les désignant par A*a*, *ab*, *bd*, sur la figure, on voit qu'il ne restera plus, de la chute AC, que *d*C pour *chute effective*.

290. Ainsi, la vitesse imprimée à la roue par le fluide P, tombant de la hauteur h, ne sera que $P(h-\mu h-h'-h'')$.

D'après ce qui vient d'être dit, la somme des deux pertes h' et h'', étant au moins égale à la moitié de h_1, la force imprimée sera habituellement plus petite que $\frac{1}{2}Ph_1$; et toujours plus petite que $\frac{1}{2}Ph$. La chute effective, même au *maximum* d'effet dynamique, sera donc toujours plus petite que $\frac{1}{2}h$. D'où l'on conclut que *dans une roue hydraulique, plus de la moitié de la hauteur comprise entre le niveau du réservoir et le point où le fluide atteint la roue est perdue pour l'effet à produire.*

291. La partie de la chute, au-dessous de ce même point, la hauteur de l'arc chargé d'eau, est au contraire utilisée dans son entier; il y a donc un avantage manifeste à augmenter celle-ci aux dépens de l'autre, c'est-à-dire qu'*en établissant une roue à augets, pour qu'elle reçoive du courant moteur toute la force qu'il peut lui imprimer, il faut faire que la distance entre son sommet et le niveau du réservoir soit aussi petite que possible.* Il n'y aurait toutefois aucune utilité à la diminuer au point que le fluide atteignît la roue avec une vitesse moindre que celle des augets : il n'agirait sur eux qu'autant qu'en continuant à descendre il aurait pris une vitesse égale à la leur.

Perte de chut au-dess de l'ar chargé d'

Au-dessous de l'arc chargé d'eau, la chute DB est entièrement perdue; la partie *e*B l'est par suite de la forme des augets, c'est-à-dire de l'inclinaison de leur grande palette; et la partie D*e* l'est par un effet de la vitesse de la roue ou plutôt de la force centrifuge qui en résulte.

Perte d à la forn des auge

292. Abstraction faite des effets de cette force, la surface de l'eau contenue dans les augets est horizontale. A mesure que, par suite de la révolution de la roue, les augets descendent, cette surface approche graduellement du bord de la grande palette; un instant après qu'elle l'a atteint, et qu'elle a par conséquent pris la position *hi*, le versement de l'eau hors de l'auget commence; et il finit lorsque cette palette est arrivée à la position horizontale *kl*. L'arc F*h* qui mesure la dis-

tance du bas de la roue au point où l'eau commence à verser, sera l'*arc du versement au commencement*, et F*k* sera l'*arc du versement à la fin*.

Ce dernier est égal à l'angle *ukl* que la grande palette fait avec la tangente à la circonférence, angle qui est connu par suite des règles suivies dans le tracé des augets, et que nous désignerons par *a*. L'arc F*h* est égal à F*k* + *kh*, et *kh* est égal à l'angle *xhi* que la grande palette fait avec la surface de l'eau au commencement du versement, angle que nous appellerons *z*; ainsi F*h* = *a* + *z*.

Quelle que soit la grandeur des deux arcs de versement, ainsi que la loi suivant laquelle diminue le volume d'eau versé à chaque instant par un même auget, depuis qu'il a commencé jusqu'à ce qu'il ait fini de verser, on peut toujours admettre un *arc de versement moyen*; tel que la quantité d'action motrice due à l'eau portée par la roue demeure la même, soit lorsque toute l'eau P serait conservée en entier par les augets jusqu'à l'extrémité de cet arc moyen, où elle serait versée tout à coup; soit lorsque le versement s'effectue par degrés, depuis l'extrémité du premier jusqu'à celle du second. Habituellement la distance entre ces deux extrémités est peu considérable, et on peut, sans erreur sensible, prendre la moyenne arithmétique : l'arc moyen sera alors $a + \frac{1}{2} z$, ou Fe', le point e' étant à égale distance de *h* et *k*.

Si sur AB on prend *e* au niveau de e', B*e* sera la perte de chute cherchée. Or B*e* est égal au

sinus verse de l'arc moyen Fe', arc dont le demi-diamètre de la roue est le rayon : ainsi, D étant le diamètre, on aura

$$Be = \tfrac{1}{2}D\left\{1 - \cos\left(a + \tfrac{1}{2}z\right)\right\}.$$

293. L'angle z que la surface fluide fait, au commencement du versement, avec la grande palette, dépend du volume d'eau reçu par les augets, ainsi que de leur forme et de leurs dimensions; forme et dimensions qui seront connues ou par les règles suivies dans la construction de la roue, ou par les mesures que l'on en prendra directement. La détermination de cet angle étant une opération de pure géométrie, je me borne à l'indiquer : l'examen de la figure suffira d'ailleurs pour en rendre raison. Fig. 5

Soit ABa ou ABCa' la coupe de la portion de l'auget contenant l'eau au moment où le versement commence, et que l'on ait $AB = \alpha$, $BC = \mathcal{C}$, $AC = \gamma$; angle $ACB = \alpha'$; $BAC = \mathcal{C}'$, $ABC = \gamma'$; surface $ABC = s'$. D'après ce qui a été dit (286), s étant l'aire de la section de la masse fluide contenue dans l'auget, $s = \frac{Qd}{lv}$.

On a deux cas à distinguer : celui où la surface fluide Aa est au-dessous de AC, alors $s > s'$; et celui où cette surface Aa' est au-dessus, alors $s > s'$. Dans le premier, en faisant $\frac{2s}{\alpha} = \varepsilon$ (c'est la ligne ab de la figure), on a $\operatorname{tang} z = \frac{\varepsilon}{\alpha + \varepsilon \cot(180 - \gamma')}$; dans le second, $z = \mathcal{C}' + \omega$, et, en faisant $\frac{2(s - s')}{\gamma} = \varepsilon'$ (c'est la ligne $a'c$), on a, sans erreur sensible, $\operatorname{tang} \omega = \frac{\varepsilon'}{\gamma - \varepsilon' \operatorname{tang} \alpha'}$.

294. Reste à déterminer la perte de chute provenant de la force centrifuge, perte souvent considérable, et qui cependant n'avait point encore été prise en considération. Dans ces dernières années, M. Poncelet, portant son attention sur Perte de à la forç centrifug

cet objet, a pleinement suppléé ce qui manquait, et il a eu la bonté de me communiquer son travail. Je rappelle d'abord les principes.

Lorsqu'une molécule se meut d'un mouvement de rotation, avec une vitesse v, à l'extrémité d'un rayon r, elle tend à s'éloigner du centre, dans la direction du rayon, avec une vitesse $\frac{v^2}{r}$: si m est sa masse, l'effort avec lequel elle tendra à s'éloigner, ou sa *force centrifuge*, sera $\frac{mv^2}{r}$ (Poisson, *Mécan.*, §. 169): tout comme mg est sa force de gravité ou son poids. Si w est la vitesse des molécules d'un corps placées à 1^m de distance du centre de rotation, ce qui est la *vitesse angulaire* du corps, celle de toute autre molécule placée à la distance r sera wr; et sa force centrifuge, à cause de $v = wr$, égalera mw^2r.

Chaque molécule du fluide contenu dans les
Fig. 57. augets d'une roue en mouvement est donc soumise à l'action de deux forces, sa gravité et sa force centrifuge. Soit e une de ces molécules; prenons verticalement ep pour représenter la première mg, et, sur la direction du rayon Ce, eq pour la seconde mw^2r; la diagonale er du parallélogramme sera leur résultante; et il en sera comme si la molécule n'était soumise qu'à la seule action de la force que er représente en intensité comme en direction. Si l'on prolonge er jusqu'à la verticale menée par le centre C de la roue, il la rencontrera en un point O, tel que $CO = \frac{g}{w^2}$; puisque $CO : Ce (= r) :: ep (= mg) : pr$

($= mw^2r$). Or cette distance CO, ne dépendant nullement de la position des molécules, sera la même pour toutes; toutes les directions des forces coïncideront donc vers O, et ce point sera comme le centre d'action d'où elles sont dirigées.

La surface d'un fluide étant toujours perpendiculaire à la direction de la force qui agit sur ses molécules, celle de l'eau contenue dans les augets le sera donc aux lignes menées de O à ses divers points, et par conséquent la coupe de cette surface *st* sera toujours un arc de cercle ayant son centre en O.

Dans la révolution de la roue, l'extrémité *s* de cet arc s'approchera graduellement du bord de la grande palette, et elle l'atteindra lorsque l'auget sera parvenu dans la position ABI : alors où immédiatement après le versement commencera. Il finira lorsque l'auget sera descendu dans la position A'B'I', telle que l'arc limite du fluide soit passé sous la palette A'B'.

Telles sont les bases posées par M. Poncelet.

295. Dans la plupart des cas, dans ceux où le diamètre de la roue dépasse 4^m et où la vitesse à la périphérie n'excède pas 3^m, on peut regarder la surface de l'eau dans les augets comme plane; et par suite elle sera perpendiculaire à une ligne menée du point O à son centre de figure. Cas ordinai

Dans cette supposition, je détermine les deux arcs de versement AE et A'E. — Le premier, ou l'angle ACE, à qui il sert de mesure, est égal à $GAF = GAB + BAD + DAF = a + z + y$, en

appelant γ l'angle DAF ou son égal aOC, le point a étant le milieu de AD. Menons ag perpendiculaire à aC, et nommons δ l'angle que fait la première de ces lignes avec la tangente AG (en les supposant prolongées), angle qui est égal à ACa: l'angle OaC, ou son égal gaD = GAD — δ: de plus, le triangle OaC donne sin aOC (= sin γ) : aC (= r') :: sin OaC (= $a + z - \delta$) : OC $\left(= \frac{g}{w^2} = \frac{gr^2}{v^2}\right)$, d'où $\sin\gamma = \frac{r'v^2 \sin(a+z-\delta)}{gr^2}$; r' est le demi-diamètre de la roue diminué de la moitié de la profondeur des augets. L'angle δ sera généralement fort petit; il n'aura qu'une faible influence dans la valeur de γ, et à plus forte raison dans celle de l'arc de versement; sans erreur sensible, on peut la négliger; mais, par compensation, on substituera à r' le rayon dynamique r qui est un peu plus petit, et alors $\sin\gamma = \frac{v^2}{gr} \cdot \sin(a+z)$. — L'arc A'E est égal à l'angle $a + \gamma'$, en appelant γ' l'angle a'OE; et, d'une manière analogue à celle qui vient d'être employée pour γ, on trouvera $\sin\gamma' = \frac{v^2}{gr} \cdot \sin a$.

Encore ici on peut admettre un arc de versement moyen; et, sans erreur pour l'application, prenant une moyenne arithmétique entre les deux arcs déterminés, on aura pour sa valeur $a + \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}\gamma + \frac{1}{2}\gamma'$.

Son sinus-verse, étant égal à BD (fig. 54), sera la perte de chute provenant à la fois de la forme des augets et de la force centrifuge, en la nom-

mant h''', on aura

$$h''' = \tfrac{1}{2} D \{ 1 - \cos (a + \tfrac{1}{2} z + \tfrac{1}{2} y + \tfrac{1}{2} y') \}.$$

Je montre par un exemple la manière de calculer cette perte de chute.

La roue a 11^m37 de diamètre : elle porte quatre-vingt-douze augets, ayant 1^m082 de largeur, 0^m325 de profondeur, et les dimensions suivantes (fig. 56) ; AB $= a = 0^m464$, AC $= \gamma = 0^m513$; l'angle GAB, que AB fait avec la tangente AG à la circonférence, ou $a = 31° 37'$, BAC $= \mathcal{C}' = 9° 8'$, ACB $= \alpha' = 53° 10'$; la surface du triangle ABC $= s' = 0^{mm}0189$; enfin la distance d'un auget à l'autre ou $d = 0^m3733$.

Lors de l'observation qui a donné lieu au présent exemple, la roue recevait, en 1″, $0^{mmm}15$ d'eau ($= Q$) ; sa vitesse, à l'extrémité d'un rayon dynamique de 5^m468 ($= r$), était de 2^m50 ($= v$).

La section de l'eau contenue dans un auget avant qu'il commençât à déverser, ou $s = \frac{Qd}{lv} = \frac{0,15 \times 0,3733}{1,082 \times 2,5} = 0^{mm}02071$. Cette section étant plus grande que $0^{mm}0189 = s'$, pour avoir l'angle z (293), on aura $\varepsilon' = \frac{2(s - s')}{\gamma} = \frac{2 \times 0,00181}{0,513} = 0^m00702$; et par conséquent tang $\omega = \frac{0,00702}{0,513 - 0,007 . \text{tang } 53° 10'}$, qui donne $\omega = 0° 48'$; ainsi $z = \mathcal{C}' + \omega = 9° 8' + 0° 48' = 9° 56'$. Pour y et y', $\sin y = \frac{(2,5)^2 \sin (31° 37' + 9° 56')}{9,809 \times 5,468}$ donne $y = 4° 26'$, et $\sin y' = \frac{(2,5)^2 \sin 31° 37'}{9,809 \times 5,468}$ donne $y' = 3° 30'$. D'après cela, $a + \frac{1}{2} z + \frac{1}{2} y + \frac{1}{2} y' = 40° 33'$, et $h''' = \frac{1}{2} 11,37 (1 - \cos 40° 33') = 1^m366$.

Décomposons cette double perte. Celle qui provient de la forme des augets, ou $Be = \frac{1}{2} D [1 - \cos (a + \frac{1}{2} z)] = \frac{1}{2} . 11,37 (1 - \cos 36° 35') = 1^m120$. Il reste donc pour eD, ou pour la perte due à la force centrifuge, 0^m246. Cette force a augmenté la perte de chute, au-dessous de l'arc chargé d'eau, dans le rapport de 100 à 122.

296. C'est d'une telle manière qu'il faudra calculer cette

perte, lorsqu'on voudra déterminer l'effet dynamique d'une roue. Cependant, lorsqu'il s'agira d'une roue à établir, et que l'on voudra avoir par aperçu la perte d'effet résultant du versement de l'eau, on pourra avoir recours au tableau suivant, où les valeurs de h''' sont exprimées en fraction du diamètre.

DIAMÈTRE de la roue.	PERTE DE CHUTE h''', la vitesse étant de					
	0^m	1^m	2^m	3^m	4^m	5^m
3^m	0,15D	0,16D	0,23D	0,36D		
4	0,15.	0,16.	0,21.	0,25.	0,46D	
5	0,14.	0,15.	0,20.	0,25.	0,36	0,46D
6	0,14.	0,15.	0,18.	0,23.	0,32.	0,45.
8	0,14.	0,15.	0,17.	0,20.	0,26.	0,34.
10	0,14.	0,14.	0,16.	0,18.	0,23.	0,29.
12	0,13.	0,13.	0,14.	0,16.	0,20.	0,24

Cette table a été calculée dans la supposition, 1.° que les augets sont au nombre et de la forme indiqués au n.° 283; 2.° qu'ils portent la moitié de l'eau que peut recevoir celui qui le premier arrive sous le courant. Cette dernière supposition fait que la perte ici notée sera presque toujours supérieure à celle qu'on aura en réalité. Par exemple, si, comme d'ordinaire, les augets n'avaient que le tiers de l'eau que peut contenir le premier, les six multiplicateurs de D, pour la roue de 6^m, seraient 0,12, 0,13, 0,15, 0,195, 0,27 et 0,38. Les petites anomalies dans les nombres d'une même colonne, proviennent de ce que le nombre d'augets n'est pas exactement proportionnel au diamètre. Ce tableau met en évidence l'effet de la vitesse : ainsi, dans une roue de 6^m, la vitesse étant de 1^m, la perte de chute au-dessous de l'arc chargé d'eau n'a été que de 0^m90, et elle sera de 1^m92, plus que double, avec une vitesse de 4^m.

Cas de très-grandes vitesses angulaires.

297. Le mode de détermination des effets de la force centrifuge donné au n.° 295, s'applique à presque tous les cas qui se présentent dans la pratique; mais il ne saurait être employé pour les petites roues qui se meuvent avec une grande vitesse; telles sont la plupart de celles qui mettent en jeu les

marteaux des grosses forges : il y en a qui n'ont que deux mètres de diamètre, qui font trente-cinq tours par minute, et qui ont par conséquent une vitesse de 3^m66 à la périphérie. Le centre O des forces descend alors au-dessous de la couronne de la roue : il en résulte que les augets supérieurs ne peuvent pas même recevoir de l'eau, ou qu'ils n'en reçoivent que très-peu; les suivans en contiennent plus; mais la quantité diminue rapidement, et bientôt le versement est fini. La figure 58, où les lignes ponctuées représentent la surface de l'eau dans chaque auget, montre cet état des choses. Fig. 58

Pour avoir la force imprimée à une telle roue, on partagera, par la pensée, l'arc chargé d'eau en un certain nombre de parties, en dix ou vingt; on supposera un auget placé successivement dans la position correspondante à chacune de ces divisions : du point O, CO étant toujours $\frac{gr^2}{v^2}$, on décrira dans un auget, et pour chacune de ses positions, l'arc limite du fluide, et l'on calculera, par les règles de la géométrie, la section de la masse d'eau qui est au-dessous. Soient q_1, q_2, q_3, etc. ces sections, et q celle dont la valeur est $\frac{Qd}{lv}$ (286); soient encore h_1, h_2, h_3, etc., les parties du diamètre vertical, ou les chutes d'une position à l'autre : le poids de l'eau, passant en 1″ dans l'auget, considéré à chacune de ses positions successives, sera $P\frac{q_1}{q}$, $P\frac{q_2}{q}$, etc., et par conséquent la force imprimée à la roue égalera $\frac{P}{q}(q_1h_1 + q_2h_2 + \text{etc.})$.

Ce que nous venons de dire, comme la simple inspection de la figure, montre combien est faible l'effet d'une roue à augets animée d'une très-grande vitesse : aussi n'a-t-on recours à un tel moteur que lorsqu'il y a impossibilité d'en employer convenablement un autre. Dans la pratique, on remédie au mal, en recouvrant le devant de la roue d'un tablier ou manteau qui l'accompagne et l'embrasse jusque dans le bas comme un coursier courbe : il renvoie dans les augets l'eau qui en est expulsée par la force centrifuge, soit qu'elle fût déjà parvenue dans la couronne, soit qu'elle fût tombée sur ses bords et sur celui de la grande palette des augets, et cette dernière quan-

tité est souvent un huitième et un sixième de celle que verse le courant. Si les augets ne peuvent garder l'eau qui leur est renvoyée, elle sera toujours retenue par le tablier, et, tout en descendant, elle pressera les grandes palettes, à peu près comme elle presse les aubes d'une roue contenue dans un coursier (309).

Expression de l'effet.

298. Revenons aux cas habituels. Retranchant de la chute totale H les quatre sortes de perte dont nous avons assigné les valeurs, on a pour expression de la force imprimée (287)

$$P(H - \mu h - h' - h'' - h''').$$

En principe, l'effet dynamique est égal à cette force (237). Mais l'expression que nous venons d'en donner n'est qu'un résultat du calcul; et quoiqu'il semble que toutes les circonstances qui pouvaient influer sur sa valeur aient été prises en considération, il n'en faut pas moins la ramener aux résultats de l'observation, à l'aide d'un coefficient déduit de l'expérience. Soit n ce coefficient, ou rapport de l'effet à la force calculée, on aura

$$E = nP(H - \mu h - h' - h'' - h''').$$

L'effet d'une roue à augets sera donc d'autant plus grand, que les quantités μ, h', h'' et h''' seront plus petites, ou, d'après ce qui a été dit aux n.os 256, 289, 295, que le vannage sera mieux disposé, que la roue se mouvra plus lentement, que le fluide y arrivera avec une vitesse aussi peu supérieure que possible à la sienne, et que, par suite de la bonne forme donnée aux augets, ils conserveront l'eau sur une plus grande hauteur.

On se rappellera en outre que, comparativement à la chute, la roue doit être aussi grande que les localités le permettent (291).

299. Passons aux expériences qui doivent nous faire connaître n, et les principales circonstances du mouvement des roues en dessus. Détermination du coefficient.

Je m'arrête d'abord sur celles que j'ai faites en 1805, aux mines de Poullaouen en Bretagne, avec M. Duchêne directeur de ces mines, sur une grande machine servant à l'épuisement des eaux : les lourdes charges que nous lui avons fait élever, ont été exactement déterminées et pesées à l'aide du très-fort dynamomètre que nous avions gradué à cet effet, et qui indiquait jusqu'à 9000^{k}. Expér. la machi Poullaou

La roue, qui avait 11^{m}37 de diamètre, et dont nous avons donné les dimensions principales au n.° 295, portait à chaque extrémité de l'arbre tournant une grosse manivelle, qui, par l'intermédiaire d'un tirant horizontal de 37^{m} de long et d'un varlet ou levier angulaire, communiquait un mouvement de va-et-vient à un tirant vertical de 98^{m} de long, lequel descendait dans un des puits de la mine : il mettait en jeu sept pompes, placées les unes sous les autres, et qui avaient, terme moyen, 0^{m}325 de diamètre et 9^{m}48 de hauteur; leur piston s'accrochait à un bras de fer fixé en potence au tirant. Ainsi la machine, menant quatorze pompes, pouvait élever une ou plutôt deux colonnes d'eau, pesant ensemble jusqu'à 11000^{k}; habituellement elle n'en élevait que de 5 à 7 mille.

Lorsque nous avons voulu opérer, M. Duchêne a fait d'abord décrocher toutes les pompes des deux tirans, et nous avons examiné les circonstances du mouvement dans ce cas, où la charge ne consistait qu'en ces deux tirans, lesquels s'équilibraient d'ailleurs l'un l'autre. Puis, à l'un d'eux, on a adapté d'abord quatre pistons (n'élevant point d'eau); ensuite et tout en les laissant, on a mis en jeu une première pompe; puis, et

successivement, on a augmenté la charge de ce même tirant d'une seconde pompe, d'une troisième, d'une quatrième, d'une cinquième et finalement d'une sixième. La charge demeurant la même, on a quelquefois fait varier la vitesse. Le dynamomètre, qui était suspendu par un de ses bouts à l'extrémité du bras horizontal du levier et qui par l'autre portait le tirant, indiquait dans chaque expérience le poids de la charge élevée.

Notre travail ayant été publié dans le tome 21 du *Journal des mines*, j'y renvoie pour les détails des opérations et pour les dimensions des diverses parties de la machine. Quant aux modes de calcul, j'en ai depuis adopté de bien plus simples; je les indiquerai succinctement, me bornant toutefois à ce qui est nécessaire à l'intelligence du tableau (p. 347) où je consigne le résultat de six de nos expériences.

A chaque relevée des pistons, le nombre de kilogrammes indiqué par l'aiguille du dynamomètre se composait, 1.° du poids du tirant, 245^k; 2.° de celui des pistons : c'était moyennement 39^k pour chacun d'eux ; 3.° de celui de la colonne d'eau élevée, 786^k environ par pompe ; 4.° des résistances provenant du frottement des pistons, de l'étranglement de la colonne fluide à son passage par les ouvertures des soupapes; elles ont été moyennement de 66^k par pompe. La somme de ces poids, dans laquelle on ne comprenait pas le poids du tirant, vu qu'il était équilibré par celui de l'autre tirant, est notée à la première colonne du tableau; c'est la charge immédiate de la machine. Nous la désignerons par C.

Elle n'est portée par la roue que durant une de ses demi-révolutions, celle où le tirant est levé. Mais, vu l'inertie de cette forte machine, qui conservait généralement un mouvement assez uniforme, on peut admettre que, durant chaque révolution entière, elle portait continuellement la moitié de cette charge. Cette moitié, réduite à la valeur qu'elle aurait, si elle était adaptée à l'extrémité du rayon dynamique, est inscrite à la seconde colonne : elle est 0,0426 C, ainsi que nous l'allons voir.

Les résistances passives proviennent des frottemens sur les diverses parties de l'attirail et sur les tourillons de la roue (nous comprenons sous le nom d'*attirail*, les deux manivelles

de la roue, les deux tirans horizontaux avec leurs supports ou *schwingues*, et les deux varlets). La force nécessaire pour surmonter ces frottemens a été calculée par la formule ordinaire $f\varphi\frac{\rho'}{\rho}$; dans laquelle φ est la pression, ρ' le rayon du tourillon, ρ le rayon à l'extrémité duquel la force est supposée agir. Pour f, rapport du frottement à la pression, en considérant que les tourillons sont tous en fer coulé ou forgé, qu'ils roulent sur des coussinets de même matière, et qu'ils sont enduits de vieux oing; considérant encore que la plupart d'entre eux, en partie usés, ne sont pas entièrement cylindriques; pour f $\left(\text{pris pour } \frac{f}{\sqrt{f^2+1}}\right)$ on a adopté 0,15. — Les résistances de l'attirail, du côté où sont les pompes en jeu, résultent: 1.° du frottement sur les tourillons du varlet; la force pour le vaincre est les 0,0059 de la charge élevée par la manivelle de roue: 2.° du frottement sur les tourillons des balanciers verticaux ou supports du tirant horizontal; la pression, au moins en théorie, ne provenant que du poids de ces tirans et de ses supports, la force relative à ce frottement serait constante et égale à 12^k: 3.° du frottement au point d'adaptation du tirant à la bielle; c'est les 0,006 de la charge: 4.° du frottement à la jonction de la bielle à la manivelle; c'est les 0,0223 de la charge. Toutes ces forces ou efforts sont regardés comme agissant à l'extrémité de cette manivelle, mais comme le bras du varlet qu'elle tire (le bras vertical) est un peu plus court que celui qui porte la charge, la somme des efforts doit être augmentée des 0,0175; elle doit l'être encore des 0,0011, par suite de la variation dans la direction avec laquelle la manivelle tire le tirant horizontal, d'où résulte moyennement une obliquité dans la traction de 2° 42′. En résultat, par suite des résistances, l'effort que la manivelle doit faire sera augmenté des 0,048 de la charge réellement élevée. Cette charge se compose de deux parties, l'une variable, qui dépend du poids de la colonne d'eau élevée, et l'autre à peu près constante, qui provient de l'attirail : celle-ci est de 97^k; l'autre est exprimée par 0,048 C. Cela posé, et en désignant par Θ le poids d'un tirant vertical (2450^k), pendant la demi-révolution de la roue

où la charge est élevée, la manivelle qui l'élève a à vaincre un effort représenté par $C + \Theta + 0{,}048\,C + 97$; mais, durant ce même tems, l'autre manivelle est tirée en sens contraire, c'est-à-dire dans le sens du mouvement, par le poids du tirant qu'elle porte, diminué des résistances éprouvées par les parties de l'attirail comprises entre la manivelle et ce tirant, résistances que nous avons dit être de 97^k: de sorte qu'en résultat l'effort en sens contraire du mouvement sera $C + \Theta + 0{,}048\,C + 97 - (\Theta - 97) = C + 0{,}048\,C + 194$. Pendant l'autre demi-révolution de la roue, celle où le deuxième tirant est levé, l'effort qu'il oppose est $\Theta + 97$; l'effort dans le sens du mouvement sera $\Theta - 97 - \Psi$, Ψ étant la résistance que le tirant portant les pistons éprouve dans sa descente, et elle provient principalement du frottement de ces pistons dans leur corps de pompe (elle est donnée par l'expérience; c'est la différence entre 245^k et l'indication du dynamomètre lorsqu'il descend : on a eu 130^k dans les quatre premières expériences, où quatre pistons étaient toujours accrochés au tirant, et 200 dans les deux autres) : ainsi l'effort à vaincre sera $\Theta + 97 - (\Theta - 97 - \Psi) = 194 + \Psi$. Le terme moyen pour les deux demi-révolutions, ou l'effort qui agira constamment en opposition avec le moteur, sera donc $\frac{1}{2}\,C + 0{,}024\,C + 194 + \frac{1}{2}\Psi$. Rapportons sa valeur à ce qu'elle serait, si, au lieu d'être appliqué à la manivelle, il s'exerçait à l'extrémité du rayon dynamique r: remarquons à cet effet que, puisqu'il agit constamment dans une même direction, à l'extrémité d'un bras de manivelle r', la distance de cette direction à l'axe de rotation varie continuellement, et qu'elle est moyennement $\frac{2r'}{\pi}$; en conséquence à la distance r l'effort devra être moindre dans le rapport $\frac{2r'}{\pi r}$, lequel est 0,0852, vu que $r' = 0^m732$ et $r = 5^m468$: l'effort sera donc $0{,}0426\,C + 0{,}00205\,C + 16{,}5 + 0{,}043\,\Psi$. Le premier de ces quatre termes est la résistance active; les trois autres sont les résistances passives de l'attirail. — Venons à celle de la roue, et qui est une suite du frottement sur ses tourillons. La pression y est produite, 1.° par le poids de la roue : le cubage de ses pièces indique pour ce poids 13724^k; portons-le à 15000^k, à cause des oublis qui

peuvent avoir été faits et de la couche d'eau qui revêt toutes ses pièces; 2.° par le poids de l'eau contenue dans les augets; c'est à très-peu près $12{,}7\frac{P}{v}$; 3.° par la traction de la charge, qui est $\frac{1}{2}$ C + 0,024 C; 4.° enfin par celle des deux tirans, ou $\Theta + 97 + (\Theta - 97) = 2\Theta = 5400^{k}$, en comprenant dans le poids des tirans la partie des varlets qui pèse sur eux. Les deux premières pressions agissent verticalement, et les deux autres horizontalement: en appelant α celle-ci, et ζ les autres, la force destinée à vaincre le frottement qui en résulte sera $\frac{fg'}{g}\sqrt{\alpha^2+\zeta^2} = 0{,}00334\sqrt{\alpha^2+\zeta^2}$, le rayon des tourillons ϱ' étant $0^{m}1218$, et celui de la roue ϱ étant $5^{m}468$. — La somme de toutes ces résistances passives est donnée à la troisième colonne.

La quatrième indique la vitesse de la roue à l'extrémité du rayon dynamique. Elle a été conclue du nombre de secondes employées à faire huit révolutions.

Dans la suivante, on a cette vitesse multipliée par la somme des résistances, ou l'effet dynamique produit pv.

La cinquième présente le poids P de l'eau dépensée en 1″ par la roue dans chaque expérience. Le fluide lui était mené par un coursier sur lequel on avait une vanne ordinaire; et son volume a été déterminé par la formule ordinaire $\mu\lambda\omega\sqrt{2g\gamma}$, dans laquelle λ représente la largeur de l'ouverture de vanne, ω sa hauteur verticale, γ la charge sur son centre et μ le coefficient de contraction: on a $\lambda = 1^{m}299$, et les valeurs de ω, γ et μ sont ci-contre. J'ai été fort embarrassé au sujet de celle de μ. Pour éviter tout arbitraire, je me suis adressé à M. Lesbros, qui a fait une étude très-particulière de la dépense par des orifices placés en tête des canaux. Les renseignemens qu'il a bien voulu me transmettre, et dont une partie se trouve à la page 44, ont indiqué les quatre derniers coefficiens portés au tableau. Pour les deux premiers, ils auraient donné 0,69; mais les orifices sur

N.°	ω	γ	μ
	mèt.	mèt.	
1	0,0135	0,349	0,75
2	0,0135	0,361	0,75
3	0,0203	0,349	0,68
4	0,0271	0,318	0,66
5	0,0474	0,234	0,64
6	0,0541	0,230	0,63

lesquels M. Lesbros a fait ses expériences étaient en mince paroi; le bord inférieur seulement touchait la paroi inférieure du canal, tandis que les parois latérales de celui de Poullaouen étaient comme le prolongement de celles du réservoir, et que le bord supérieur avait l'épaisseur de la vanne 0^m027. Dans un tel état des choses, lorsque la vanne n'était levée que de la moitié de cette épaisseur, de 0^m0135, on se trouvait dans le cas des tubes additionnels, et le coefficient eût été 0,82 sans la présence du canal : nous avons pris le terme moyen 0,75, sans avoir d'ailleurs une grande confiance dans une telle détermination. Je crains également que les autres coefficiens du canal de M. Lesbros ne soient un peu plus faibles que ceux qui auraient convenu au nôtre, et que par conséquent les valeurs de P que nous en avons conclues, ne soient d'environ trois centièmes trop faibles.

La chute totale H était de 11^m87. Sa partie h, comprise entre la surface fluide dans le canal d'amenée et le point où l'eau frappait les augets, avait assez généralement 0^m90. Il faut déduire de H :

1.° μh : nous ferons, vu les circonstances locales, $\mu = 0{,}3$, et l'on aura $\mu h = 0^m27$. La hauteur h_1 due à la vitesse V, avec laquelle le fluide atteint la roue, sera donc 0^m63 ($= 0{,}90 - 0{,}27$), et par conséquent $V = 3^m50$.

2.° La hauteur h' due à la vitesse des augets : elle est $0{,}051v^2$.

3.° La hauteur h'' due à la vitesse perdue par le choc, ou $0{,}051\,(V - v)^2$.

4.° La perte de chute h''', provenant de ce que l'eau abandonne les augets avant qu'ils soient au bas de la révolution : elle a été calculée dans chaque cas par la formule du n.° 295.

Ces trois dernières pertes sont indiquées aux septième, huitième et neuvième colonnes.

La dixième présente ce qui reste de la chute totale : ce reste, ou la *chute effective*, sera $H - \mu h - h' - h'' - h'''$; nous la désignerons par H'.

PH' est donc la force imprimée à la roue. Son rapport avec l'effet dynamique pv, ou n, est noté à la onzième colonne.

Enfin, dans la dernière, on a le rapport m entre ce même effet et PH ou la force entière du courant.

N.° de l'expérience.	CHARGE indiquée par le dynamomèt. C	RÉSISTANCES 0,042 6 C	RÉSISTANCES passives.	p	VITESSE des augets. v	EFFET dynamique. pv	EAU dépensée en 1″. P	PERTES de chute. h′	PERTES de chute. h″	PERTES de chute. h‴	CHUTE effective. H′	RAPPORT de l'effet à la force imprim. pv/PH′ = n	RAPPORT de l'effet à la force entière. pv/PH = m
	kil.	kil.	kil.		mèt.	km.	kil	mèt.	mèt.	mèt.	mèt.		
1	170	7,2	75,8		3,44	286	34,4	0,60		1,30	9,70	0,855	0,699
2	995	42,4	78,2		2,45	296	35,0	0,31	0,06	1,11	10,12	0,834	0,711
3	1850	78,8	80,7		2,60	415	46,9	0,35	0,04	1,17	10,04	0,880	0,745
4	2722	116,0	83,5		2,56	511	58,0	0,33	0,05	1,20	10,02	0,878	0,741
5	5501	234,4	95,4		2,29	755	84,4	0,27	0,07	1,24	10,02	0,892	0,753
6	5501	234,4	95,4		2,50	825	94,0	0,32	0,05	1,29	9,94	0,882	0,739
	1	2	3		4	5	6	7	8	9	10	11	12

Dans les conséquences à déduire, on doit négliger les deux premières expériences : il y a trop d'incertitude sur la valeur de P, qui les concerne, et même sur celle de p.

Moyennement les quatre autres donnent $n = 0{,}883$ et $m = 0{,}744$.

Ces résultats immédiats me paraissent devoir être modifiés. D'après la remarque qui en a été faite, les valeurs de P seraient d'environ trois centièmes trop petites, et par conséquent celles de n et de m seraient de trois centièmes trop fortes. — D'un autre côté, p, et par suite ces coefficiens, doivent éprouver une augmentation. Une portion de p, celle qui se réfère aux résistances passives, n'a été déterminée que par le calcul; et il est encore des résistances, telles que celles qui résultent de l'inertie des masses, de la flexibilité des parties de la machine, des petits ballottemens dans ses vingt-huit tourillons, qui n'ont pu lui être soumises, et que l'on a négligées, quoiqu'elles aient certainement absorbé une portion notable de l'action motrice. C'est principalement sur les pièces de l'attirail que ces résistances délaissées ont eu lieu; et je suis persuadé qu'elles s'élèvent au moins à la moitié de celles que nous y avons admises, et dont l'expression est $o^k002C + 16^k5$: si on les introduisait dans le calcul avec une telle valeur ($0{,}001C + 8{,}25$), celle de p recevrait une augmentation de quatre à six centièmes. En suivant dans leur détail, pour chaque expérience, les augmen-

tations et diminutions dont il vient d'être question, je trouve, terme moyen, $n = 0{,}902$ et $m = 0{,}760$. Tels ont été, je crois, les rapports entre l'effet et les forces dynamiques dans les expériences de Poullaouen.

xpériences e Bossut.

300. J'ai essayé d'appliquer la formule ci-dessus (298) à huit expériences que Bossut a faites sur une petite roue de 0^m975 de diamètre, et qu'il expose à la fin de son *Hydrodynamique*. Je me suis aidé de la figure de cette roue pour avoir les dimensions et l'inclinaison des palettes. Je donne ici les résultats des trois de ces expériences dans lesquelles v avait la plus petite, la moyenne et la plus grande valeur.

Le poids du fluide dépensé en 1″, ou P, était. . . 0^k395
Sa vitesse, en arrivant à la roue, ou V = ... 1^m55
La chute totale, ou H = ... 1^m056
J'ai pris μh = ... 0,036

p ne représente que le poids réellement élevé par la roue.

v	p	h'	h''	h'''	H'	n	m
mèt.	kil.	mèt.	mèt.	mèt	mèt.		
0,348	0,757	0,006	0,073	0,179	0,762	0,875	0,631
0,453	0,580	0,010	0,060	0,180	0,770	0,864	0,630
0,542	0,463	0,015	0,052	0,182	0,771	0,825	0,602

Terme moyen, on aurait $n = 0{,}855$ et $m = 0{,}621$. Mais comme on n'a pas pris en considération les résistances passives, ces valeurs sont trop petites.

xpériences Smeaton. Conséquences.

301. Smeaton a aussi fait, sur un modèle de roue à augets, ayant 0^m61 de diamètre, des suites d'expériences pareilles à celles qu'il avait effectuées sur une roue à aubes, et dont il a été rendu compte (257). Il est à regretter que l'auteur n'ait pas fait connaître la forme et la largeur de ses augets, de manière à ce qu'on pût comparer ses résultats à ceux du calcul. Vu ce manque de données, je me bornerai à citer quelques-unes des expériences, et à exposer les conséquences que Smeaton en a déduites. La lettre D désigne toujours le diamètre de la roue.

CHUTE TOTALE. H	EAU dépensée en 1″. P	VITESSE des augets. v	RÉSISTANCES. p	RAPPORTS. $m=\frac{pv}{PH}$	$\frac{pv}{PD}$
mèt.	kil.	mèt.	kil.		
0,685	0,227	0,556	0,192	0,686	0,772
0,685	0,489	0,600	0,392	0,729	0,819
0,685	0,579	0,629	0,458	0,724	0,814
0,724	0,554	0,549	0,517	0,707	0,839
0,762	0,731	0,607	0,605	0,658	0,823
0,838	0,806	0,651	0,635	0,612	0,841
0,838	1,236	0,731	0,782	0,521	0,760

En suivant, dans ses expériences, le rapport m entre pv et PH, Smeaton vit que la chute totale, eu égard à l'effet produit, pouvait être divisée en deux parties; l'une correspondante au diamètre, et l'autre placée au-dessus : et, observant que cette dernière produisait moins d'effet que l'autre, à proportion de sa grandeur, il en conclut que plus la roue est haute, comparativement à la chute totale, et plus son effet est grand.

L'ensemble de ses expériences le porte à admettre, pour le rapport de PH à pv, celui de 3 à 2. Comme il avait déjà admis 3 à 1 dans les roues à aubes, il en inféra que l'effet d'une roue à augets, supposée dans les mêmes circonstances, quant à la dépense en eau et aux résistances à surmonter, est double de celui d'une roue à aubes. Plus souvent encore il sera triple : dans les expériences de Poullaouen, nous l'avons vu être plus des trois quarts de PH, et, dans les roues à aubes, il n'en est pas habituellement le quart (261).

Quelques observations avaient porté Smeaton à admettre que la vitesse la plus convenable à une petite roue est de 1^m, et qu'on peut aller à 2^m dans les grandes. On a beaucoup insisté sur le grand avantage qu'il y a à mouvoir lentement les roues à augets (ce que nous avons dit au n.° 288 met à même d'apprécier cette maxime à sa juste valeur) : lorsque la vitesse augmente, la perte de force due à h' ($= 0{,}051v^2$) augmente aussi; mais, d'un autre côté, celle qui est due à h'' ($= 0{,}051[V-v]^2$) diminue; et, en somme, la perte est la moindre possible lorsque $v = \frac{1}{2}V$. De sorte que, *dans une roue déjà établie, la vitesse des augets correspondante au plus grand effet dynamique est moitié de celle avec laquelle l'eau les atteint :* et si on réduit la vitesse au-dessous de cette moitié, on diminue l'effet; en faisant toutefois abstraction de l'action de la force centrifuge, et de la dispersion des molécules fluides qui tombent d'abord sur l'épaisseur des couronnes et des palettes, dispersion qui les éloigne définitivement de la roue dans les très-grandes vitesses.

Smeaton, après avoir remarqué le peu d'influence de la portion de la chute qui était au-dessus du diamètre, la négligea; et comparant l'effet avec PD, il trouva que le rapport était bien plus constant qu'avec PH; il le fixa à 0,80. On aurait donc $pv = 0{,}80$ PD.

Si l'on remarque que, dans les grandes machines bien établies, H' est à peu près égal à

0,85 D, on aura $pv = E = 0{,}94\,PH'$. De sorte que les expériences de Smeaton indiqueraient pour n une valeur de 0,94.

302. Celles de Poullaouen n'ont guère donné que 0,88; mais nous avons vu que ce résultat péchait un peu par défaut, et qu'il convenait de le porter à 0,90 environ. Adoptant cette valeur, nous établirons définitivement Formul définitiv

$$E = 0{,}90\,P(H - \mu h - h' - h'' - h''').$$

Les trois quantités μh, h' et h'', prises ensemble, sont toujours plus grandes que $0{,}5h$ (289), et on peut, sans erreur sensible, les estimer à $0{,}6h$. Dans les cas ordinaires, h''' ne variera que de 0,13 D à 0,17 D. Prenant un terme moyen, on admettra, comme mode d'approximation,

$$E = 0{,}90\,P\,(H - 0{,}6h - 0{,}15\,D).$$

En observant que $P = 1000\,Q$, on déduit de l'équation générale

$$Q = \frac{E}{900\,\{H - (\mu h + h' + h'' + h''')\}}.$$

303. Dans une roue bien disposée, la chute totale n'excédera pas le diamètre de plus d'un quinzième; admettant en conséquence $H = 1{,}075\,D$; le résultat de Smeaton $E = 0{,}80\,PD$, donnerait aussi $E = 0{,}744\,PH$. Les expériences de Poullaouen avaient indiqué $m = 0{,}760$. On pourra donc admettre

$$E = 750\,QH, \text{ et } Q = \frac{E}{750\,H}.$$

Montrons par un exemple la manière d'appliquer ces formules. Exempl pris d'u machin d'extract des prod d'une mi

Près d'une mine de houille on a un cours d'eau sur lequel on peut se procurer une chute de 7^m : on veut en profiter pour y établir une roue en dessus, à l'effet d'élever mille hectolitres

de houille d'une profondeur de trois cents mètres en vingt-quatre heures. On demande quel est le volume d'eau qu'il faudra pour la mouvoir, et quelles sont les principales dimensions à lui donner.

L'hectolitre de houille sortant de la mine pèse moyennement 90^{k}. Les vingt-quatre heures de travail, vu le tems perdu pour vider et remplir les tonnes qui portent la houille, se réduiront à 18^{h} ou 64800″. Ainsi l'effet à produire consistera à élever 90000^{k} à 300^{m} en 64800″, ou 417^{k} à 1^{m} en $1''$: c'est l'effet utile. Il faut l'augmenter d'un quart au moins pour tenir compte des résistances passives de la machine : elle consistera en un gros tour ou tambour à deux compartimens, monté sur l'arbre de la roue même : sur chaque compartiment s'enroulera un câble, passant sur une ou deux grosses poulies de renvoi (*molettes*), et portant à son extrémité une tonne ou *benne;* une des deux montera pendant que l'autre descendra. Nous estimerons en conséquence l'effet dynamique à $540^{km} = E$.

La chute étant de 7^{m}, on pourra établir une roue de $6^{m}60$ de diamètre. On lui donnera 64 augets ayant $0^{m}30$ de profondeur, et dont les deux palettes feront entre elles un angle de 114°; la largeur de la petite sera de $0^{m}10$: de cette disposition il suit que la distance d'un auget à l'autre ou $d = 0^{m}3043$ $\left(= \frac{\pi(6{,}6 - 0{,}40)}{64}\right)$, et que l'angle a que la grande palette fait avec la circonférence de la roue, est de 30° 53′ ($\cos a = \sin 114° \frac{6{,}6 - 0{,}40}{6{,}6}$). L'eau atteindra la roue à $0^{m}70$ environ au-dessous de la surface du réservoir : ainsi l'on aura $h = 0^{m}70$, et l'on admettra $\mu = 0^{m}2$.

En conséquence la hauteur h_{1}, due à la vitesse d'arrivée, sera 0,56 ($= 0{,}7 - 0{,}2 \times 0{,}7$), et par conséquent cette vitesse ou $V = 3^{m}314$. On fera faire à la roue cinq tours par minute; d'où résultera une vitesse $v = 1^{m}623$ $\left(= \frac{5.\pi(6{,}6 - 0{,}40)}{60}\right)$. On a d'ailleurs $H = 7^{m}$.

La formule $Q = \frac{E}{750H} = \frac{540}{750 \times 7}$ donne $0^{mmm}1028$ pour le volume d'eau à dépenser.

Voyons ce que donnera celle du n.° 302. Pour les diminutions qu'y doit subir H, on a

1.° $\mu h = 0{,}2 \times 0{,}70$ . . . . . 0^m140

2.° $h' = 0{,}051 v^2$ . . . . . 0^m134

3.° $h'' = 0{,}051\,(V - v)^2$. . . . . 0^m146

Pour h''', d'après ce que nous venons de dire sur la grandeur et la disposition des palettes des augets, on a $S = 0^{mm}0710$; admettant qu'ils portent le tiers de l'eau qu'ils contiennent lorsqu'ils sont pleins, on aura $s = 0^{mm}02371$. Par les méthodes données (293 et 295), on trouve $z = 12° 59'$, $y = 3° 26'$ et $y' = 2° 33'$: la moitié de la somme de ces trois angles étant 9° 29', il vient $h''' = 3{,}3\,\{1 - \cos\,(30° 53' + 9° 29')\} = \ldots$ 0^m786

Somme des pertes de chute . . . . . 1^m206

Ainsi $Q = \frac{540}{900\,(7 - 1{,}206)} = 0^{mmm}1036$, valeur presque identique à la précédente.

L'autre expression de la dépense, $\frac{E}{900\,(H - 0{,}6h - 0{,}15D)}$, eût donné $0^{mmm}1073 : 0{,}15D$, qui a été 0^m99, s'est trouvé plus grand que h''' ou 0^m786; il en sera habituellement ainsi.

En conséquence, la valeur de Q indiquée par le calcul est $0^{mmm}104$, que nous porterons toutefois à 0,11.

A cette dépense correspondrait une largeur de roue égale à $\frac{3 \times 0{,}11 \times 0{,}3043}{0{,}071 \times 1{,}62} = 0^m872$: on la fixera à 0^m90, et la largeur extérieure sera de 1^m.

Remarqu

304. En examinant les diverses suites d'expériences qui ont été faites sur les roues à augets par Smeaton, Bossut, M. Morin et moi, je retrouve le fait que j'avais déjà remarqué dans les roues à aubes (258) : le résultat du calcul pèche d'autant plus par excès sur celui de l'expérience dans l'estimation de l'effet, que cet effet est plus grand (que la vitesse est plus considérable). Ainsi, quelque complète que paraisse la théorie des roues à augets, elle ne rend cependant pas assez exactement toutes les circonstances de leur mouvement.

Langsdorf, auteur allemand qui a beaucoup écrit sur l'hydraulique, a cru en conséquence devoir ajouter, à l'expression

ordinaire de l'effet, un facteur analogue à celui d'Euler, et il a établi la formule semi-empirique $E = P\,(H - 0{,}5h - h''')\left(1 - \frac{v}{\sqrt{2g\,(H - h''')}}\right)$.

b. Roues recevant l'eau au-dessous du sommet.

Caractère avantages ces roues.

305. Dans les roues en dessus, le coursier d'amenée, après être passé sur leur sommet, verse l'eau dans le troisième ou quatrième auget du devant. Leur partie inférieure se meut suivant une direction opposée à celle du courant dans le canal de fuite : de sorte que si une cause accidentelle, et il en arrive fréquemment dans les usines, vient à y faire regonfler les eaux, la roue plonge dans un fluide doué d'un mouvement contraire au sien; sa vitesse en est retardée, et l'effet en éprouve une diminution quelquefois notable. On remédie à ce mal, en versant l'eau motrice sur le derrière de la roue; sa partie inférieure, se mouvant alors dans le même sens que le courant de fuite, peut y plonger de deux et trois décimètres sans que sa vitesse en soit sensiblement altérée; ce qui permet de baisser d'autant la roue, et par conséquent d'augmenter la chute utile : avantage réel, et quelquefois important.

Les roues *par derrière*, ainsi qu'on les appelle dans certaines localités, en ont encore un autre. Puisqu'elles reçoivent l'eau au-dessous de leur sommet, on peut l'élever et on l'élève habituellement au-dessus du niveau du réservoir; leur diamètre est alors plus grand que la hauteur de

la chute. Cet excès d'élévation est profitable, sous certains rapports, dans les petites chutes, celles de 2^m50 à 5^m : la roue étant d'un tiers, d'un quart ou d'un cinquième plus haute que ne serait une roue en dessus, dans le même lieu, prend plus de force, ou plutôt conserve mieux celle qui lui a été imprimée. Il faut toutefois prendre garde que cet avantage ne soit plus que compensé par un inconvénient, une plus grande perte de chute au-dessous de l'arc chargé d'eau ; perte sur laquelle nous reviendrons bientôt.

306. Dans les roues dont il est ici question, l'eau est ordinairement versée dans les augets, ou immédiatement par le coursier d'amenée, qui est alors ouvert à son extrémité ; mais il faut, dans ce cas, que la vitesse du fluide soit bien petite ; ou elle est versée par une buse analogue à celle dont nous avons déjà parlé (285), et qu'on voit représentée à la figure 59. Manière donner l'e Fig. 5

Dans les roues qui peuvent être construites et entretenues avec beaucoup de soin, telles que les grandes roues en fonte, on donne aussi l'eau en la laissant déverser tranquillement sur un seuil établi immédiatement au-dessus des augets. La pelle AB, au lieu de se lever, comme dans les vannages ordinaires, se baisse et d'autant plus qu'on veut fournir plus d'eau. Lorsqu'elle est baissée, son bord supérieur A constitue le seuil du déversoir : après l'avoir dépassé, le fluide tombe dans une sorte de râtelier ou système d'entonnoirs, qui le dirige dans les augets ; et à cet Fig. 6

effet, on dispose les grandes palettes de manière qu'en arrivant vis-à-vis des cloisons du râtelier, elles soient dans leur direction, laquelle est généralement verticale. — Ces vannages, ainsi que les roues en fonte auxquelles on les adapte, sont fort usités en Angleterre, d'où ils sont passés en France depuis quelques années.

Je ne m'arrêterai pas sur la description des roues en fonte; on la trouvera dans plusieurs ouvrages de mécanique industrielle et dans le *Traité des machines* de M. Hachette (p. 127). Je me bornerai à remarquer que l'arbre tournant est un cylindre, ou un prisme à six ou huit pans, creux, et souvent renflé dans le milieu. Son diamètre (celui du cercle inscrit au polygone que présente la coupe faite à une des extrémités) dépend de sa longueur et du poids qu'il a à supporter; son expression, en désignant par λ cette longueur et par ϖ ce poids, serait, d'après Tredgold, $0^{m}0148\sqrt[4]{\varpi\lambda^{3}}$. On donnera au diamètre intérieur les trois quarts de cette valeur. Les augets sont le plus souvent en forte tôle, et leur largeur, qui est celle de la roue, va jusqu'à 5^{m} et 6^{m}.

Effet dynamique.

307. L'effet dynamique des roues qui reçoivent l'eau au-dessous de leur sommet est aussi donné, par

$$0{,}90\,P\,(H-\mu h-h'-h''-h''');$$

expression dans laquelle μh, h' et h'' auront des valeurs à peu près égales à celles qu'elles ont dans les roues en dessus: mais h''' sera plus fort, parce qu'il est proportionnel au diamètre, lequel est ici plus grand comparativement à H. De sorte qu'en résultat l'effet y serait plus petit, si on ne donnait pas à H une plus grande hauteur, et

nous avons vu (305) qu'elle peut ordinairement lui être donnée.

308. La perte h''' étant proportionnelle au diamètre, il y aura de l'avantage à le faire aussi petit que possible, en le tenant au moins égal à la chute, puisque la nature des roues dont il est question, exige que leur sommet ne soit pas au-dessous du niveau du réservoir : en d'autres termes, l'effet dynamique sera d'autant plus grand que l'eau sera versée dans les augets à une moindre distance du sommet de la roue. Dans la plupart des cas, cette distance, mesurée sur la circonférence extérieure, pourra être de 30°, et même moins, pour les roues de 6^m de diamètre et plus : dans les petites, il faudra l'éloigner à 40°. Les constructeurs anglais vont à 52° 45′; c'est une règle qu'ils ont adoptée, et dont j'ai peine à me rendre raison.

Cette règle serait-elle commandée par la condition de tenir verticales les cloisons du râtelier du vannage? Mais une telle condition ferait varier l'arc d'éloignement suivant la grandeur du diamètre, le nombre et la forme des augets. Quant à l'effet, il y a plutôt perte qu'avantage à la suivre.

J'ai comparé sous le rapport de cet avantage les différentes espèces de roues à augets, roues en dessus, roues recevant l'eau au-dessous du sommet, roues anglaises, et j'ai eu sensiblement les mêmes résultats ; de sorte que pour le choix, dans un établissement à faire, on se décidera d'après les circonstances locales, ainsi que d'après l'économie dans la construction et l'entretien. Sous ce dernier rapport, nous remarquerons qu'une roue en bois, même abritée, ne dure qu'une quinzaine d'années, et qu'ainsi, dans beaucoup de cas, il pourrait y avoir de l'économie à établir une roue en fer, lors même qu'elle coûterait trois ou quatre fois plus.

Si, en donnant l'eau aux augets à 52° du sommet de la roue, on diminue l'effet, on le diminuera bien plus encore lorsqu'on la portera à 90°, c'est-à-dire sur le milieu de la roue, comme on le fait assez souvent. Ce sera pire encore, si on la descend au-dessous, ainsi qu'on le pratique quelquefois; à peine le fluide sera-t-il entré dans les augets qu'il les abandonnera : la hauteur de l'arc chargé d'eau, d'où dépend presque entièrement l'effet, sera trop petite; il vaudrait mieux, dans ce cas, avoir une roue d'un moindre diamètre. Enfin, quand la chute sera au-dessous de $2^{m}50$, et qu'on voudra encore profiter de l'avantage qu'il y a à faire agir l'eau par son poids, au lieu de la verser dans des augets, on la versera dans un coursier embrassant de très-près la partie de la roue qui est au-dessous du niveau du réservoir, et l'on se trouvera dans le cas des

2. *Roues contenues dans un coursier courbe.*

Forme de ces roues.

309. Sous le rapport de la forme, les unes se rapprochent des roues à augets, et les autres sont des roues à aubes.

Dans les premières, la couronne est plus large que celle des roues à augets proprement dites; elle a de $0^{m}40$ à $0^{m}45$: les augets sont de moitié en sus plus espacés, et leurs deux palettes forment un angle plus ouvert. La pe demeure ordinaire ment dans la directio ayon : et l'on la grande de man point où le flui

férieure, et qu'au con-
plonge d'abord avec
ngle peu différent de
fait faire à cette palette,
$90+\alpha$, α étant donné

rmettent des construc-
ursier en maçonnerie,
olides, et que le mou-
ns de fortes secousses,
ues ou plateaux annu-
l'on a une roue à aubes.
palettes, et la règle d'in-
ions de donner leur est
on les brise de la ma-
ou en $a'b'c'$. Mais lorsque
t, on peut laisser les aubes
rayon.

les élégantes roues que M. Abadie
au de Toulouse, et dont j'ai donné
dans mon *Histoire de l'établissement*
. Chacune reçoit, en 1″, environ $0^{mmm}6$
de 2^m20 : son diamètre est 6^m50, et sa
porte trente-deux aubes planes de 0^m60.
contre-aubes de 0^m16 de large. L'arbre
ndre creux en fonte, ayant 0^m42 de dia-
0^m32 à l'intérieur : sur deux renflemens, il
, également en fonte, semblables à de petites
dont le diamètre serait de 1^m50; chacune re-
seize rayons en fer forgé, ayant 2^m10 de long
mètre ; leur autre extrémité porte un cercle
es en fonte, dont la largeur (dimension dans le
) est de 0^m12, et l'épaisseur moyenne de 0^m043.

Le coursier courbe, qui en embrasse la partie inférieure, a 1^m60 de hauteur, environ les trois quarts de la chute, et l'intervalle entre son radier et le bas de la roue est de 0^m015.

Les dispositions relatives aux coursiers des roues à aubes mues par le choc de l'eau (245), sont applicables à ceux des roues dont il est ici question, en observant toutefois qu'ici la hauteur verticale de la courbure doit être aussi grande que possible, comparativement à la chute totale.

On aura également égard aux considérations faites au n.° 247, pour la détermination du diamètre de ces mêmes roues. Au reste, on le fait assez généralement de 5 à 7^m.

Avantages et convéniens

310. Lorsqu'on verse l'eau motrice d'une roue dans un coursier, au lieu de la verser dans des augets, on a deux avantages: l'un, et c'est l'essentiel, provient de ce que le fluide agit sur la roue jusqu'au plus bas de sa révolution; le second est, qu'étant porté par le radier du coursier, il ne pèse point sur la machine. Mais en même tems il y a deux désavantages : l'un, et il est grand, vient de ce qu'une partie de l'eau motrice s'enfuit, sans exercer aucune action sur les aubes, par l'intervalle qu'on est obligé de laisser entre leurs bords et les parois du coursier : secondement, le bas de la roue, qui plonge dans l'eau de ce coursier, y perd une partie de son poids; par suite de cette perte, l'égale distribution du poids de la roue, autour de son axe de rotation, n'existe plus, l'équilibre est rompu, et la roue tend continuellement à tourner à l'encontre du courant; elle lui oppose ainsi une nouvelle résistance à surmonter.

Effet dynamique.

311. Si les aubes remplissaient exactement le coursier, elles porteraient tout le poids de la co-

lonne d'eau qui s'y trouve, et la quantité d'action imprimée serait évidemment $P(H-h)$, h étant ici la hauteur de réservoir au-dessus de la partie supérieure du coursier courbe. Mais une partie de l'eau P passe par les intervalles entre le bord des aubes et le coursier sans imprimer d'action: la détermination de cette partie perdue, quant à l'effet, ne saurait se faire d'une manière rigoureusement exacte. Cependant si l'on considère: 1.° que la résistance éprouvée par cette eau contre les parois du coursier diminue la vitesse que la gravité tend à lui donner, et de plus en plus, pendant sa descente sur le radier; 2.° que cette vitesse est encore plus diminuée par les étranglemens continuels qu'elle éprouve à son passage par des intervalles dont les dimensions varient à chaque instant, car une roue ne tourne jamais parfaitement *rond;* 3.° qu'elle est surtout altérée par le mélange continuel du fluide qui correspond aux intervalles avec celui qui repose sur les aubes; on concevra aisément que, dans presque tous les cas, la vitesse de l'un sera celle de l'autre, et par conséquent égale à celle des aubes. Dans cet état des choses, si l'on désigne par A la section de la lame d'eau dans le coursier, par a celle qui correspond aux intervalles, $P\frac{a}{A}$ sera la portion de l'eau perdue sans action; et par suite $P\left(1-\frac{a}{A}\right)$ sera celle qui coopère à la production de l'effet.

Désignons par p' le poids perdu par la portion de la roue qui plonge dans l'eau du coursier, en le supposant agir à l'extrémité du rayon dynamique, et dans une direction opposée à celle du courant : il s'ajoutera aux autres résistances p. Joignons à l'action du poids celle du choc, et conservons par prudence le coefficient 0,90; on aura l'équation

$$(p+p')v = 0{,}90\,P[(H-h)(1-\frac{a}{A})+h-\mu h-h'-h''].$$

312. Un exemple va montrer la manière de déterminer les quantités qui entrent dans cette formule.

Sur un canal dérivé d'une rivière on a une usine à fer, à laquelle on veut ajouter un laminoir de la force de trente chevaux-vapeur. La chute disponible dans les basses eaux est de 2^m50 : on emploira une roue mue par le poids de l'eau. Il faut indiquer et le volume du fluide qui doit la mettre en activité, et les principales dimensions à lui donner.

Il convient au jeu du laminoir que la roue fasse six tours par minute, avec une vitesse de 2^m25. D'après cela, son rayon dynamique devra être 3^m58 (247), et on donnera 7^m40 au diamètre total.

Ce sera une roue à aubes : elles seront au nombre de quarante-huit, et formées de deux planches ou palettes; la petite sera placée dans la direction du rayon, et aura 0^m20 de hauteur; la grande fera avec elle un angle de 160° (= 90° + 70°; $1-\frac{2H}{D}=1-\frac{4{,}8}{7{,}4}=\cos 69°\,27'$), et on lui donnera 0^m426 de haut, pour que les deux hauteurs réunies fassent 0^m60 dans le sens du rayon. Les contre-aubes auront 0^m35 de large.

On sacrifiera 0^m10 de la chute totale pour l'abaissement à donner au radier immédiatement après la roue. La chute H sera alors de 2^m40. On en prendra 2^m00 pour la hauteur de la courbure à donner à la partie circulaire du coursier, et il restera 0^m40 pour h : ainsi $H-h=2^m$. Nous avons vu (302) que $\mu h+h'+h''$ était plus grand que $0{,}5h$, et nous l'avons

fait $0{,}6h$; par conséquent $h - \mu h - h' - h' = 0{,}4h = 0^m16$.

D'après cela, l'équation sera

$$(p + p')\ 2{,}25 = 0{,}90\ P\left[2\left(1 - \frac{a}{A}\right) + 0{,}16\right].$$

Déterminons les inconnues.

Le poids p, représentant la somme des résistances au mouvement de la roue, est donné par les conditions du problème : l'effet dynamique pv devant être égal à l'action de trente chevaux-vapeur, ou à 30×75^{km}, et v étant égal à 2^m25, on aura $p = 1000^k$.

Pour déterminer p', A et a, il faudrait avoir les dimensions de la lame d'eau qui descend sur le radier courbe, et par conséquent connaître P, qui est précisément la quantité cherchée. Prenons-en d'abord une première valeur approximative : à cet effet, faisons $p' = 60^k$ et $\frac{a}{A} = 0{,}1$; ces quantités, mises dans l'équation, donneront $P = 1352^k$, ou $Q = 1^{mmm}352$. Puisque la vitesse de la lame fluide doit être de 2^m25, sa section, ou A, sera $0^{mm}6005$ $\left(= \frac{1{,}352}{2{,}25}\right)$. D'après des observations déjà faites (245), nous admettrons 0^m20 pour l'épaisseur de cette lame; sa largeur, ou celle du coursier, sera alors 3^m002. En laissant 0^m02 d'intervalle entre les parois du coursier et le bord des aubes, on aura $a = 0{,}02\ [3{,}00 + 2\ (0{,}20 - 0{,}02)] = 0^{mm}0672$: ainsi $\frac{a}{A} = 0{,}1119$. — Pour avoir p', on observera que huit aubes au moins plongent continuellement dans le fluide du coursier, et qu'elles y plongent sur une hauteur de 0^m18 dans le sens du rayon, ou de 0^m192 en réalité, à cause de leur inclinaison de 160° au rayon. Puisque la largeur des aubes est $3^m00 - 0{,}04$ ou 2^m96, et leur épaisseur de 0^m03, le poids du fluide déplacé par chacune d'elles sera 17^k1 $(= 2{,}96 \times 0{,}192 \times 0{,}03 \times 1000)$: nous le porterons à 19^k, à cause du bout des bracons, qui plonge aussi dans l'eau, etc. Ce poids est comme une force qui tend à soulever verticalement l'aube : si on l'estime dans le sens du mouvement de rotation, elle sera $19 \sin i$, i étant l'angle que fait, au centre d'immersion de l'aube, le rayon de la roue avec la verticale: ce rayon étant de 3^m61 et le rayon dynamique étant 3^m58,

cette force, rapportée à l'extrémité de ce dernier, ou augmentée dans le rapport de ces deux nombres, sera 19,07 sin *i*. Pour les huit aubes, il faudra multiplier 19,07 par la somme des huit valeurs de sin *i*, laquelle sera 4,521, les angles étant moyennement de 10°, $17\frac{1}{2}$, 25, $32\frac{1}{2}$, 40, $47\frac{1}{2}$, 55 et $62\frac{1}{2}$. Ainsi l'on aura $\varpi = 86^{k}6$.

Mettant ces valeurs dans l'équation, elle deviendra (1000 + 87) 2,25 = 0,90P [2 (1 — 0,1119) + 0,16], et elle donnera pour seconde valeur de P 1403^{k}; alors A = $0^{mm}6297$, $a = 0,0696$, $p' = 90^{k}2$. Pour troisième valeur de P on a 1407^{k}, et $3^{m}12$ pour la largeur du coursier.

Il sera convenable d'augmenter cette largeur pour les cas où l'eau arriverait en plus grande quantité : on la portera à $3^{m}23$; et la largeur des aubes sera par conséquent de $3^{m}20$.

La force du moteur 1407^{k} tombant de $2^{m}50$, équivaut à celle de 47 chevaux-vapeur : l'effet dynamique n'en est pas les deux tiers.

Le laminoir dont on vient de parler et dont l'effet n'est que de trente chevaux, est un laminoir fort ordinaire : il y en a qui, dans leur grande vitesse, produisent des effets de cinquante chevaux et plus.

313. Pour les roues dont la partie inférieure se meut dans un coursier, en admettant des constructions bien soignées, on pourra avoir des effets approchant de ceux des roues à augets. Toutefois une expérience faite sur la machine du château d'eau de Toulouse (309) n'a donné que 0,674 pour coefficient de PH : rarement en obtiendra-t-on un plus considérable; et l'on peut estimer l'effet

de 0,60PH à 0,70PH.

Roues mues par le poids et par le choc.

314. Les roues dont il vient d'être question sont presque entièrement mues par le poids de l'eau : ce sont celles du plus grand effet. Mais il

y a souvent des circonstances où, pour effectuer convenablement un certain travail, il faut sacrifier une partie de cet avantage; et, tout en conservant l'action du poids sur une portion de la chute disponible, sur l'autre, qui est quelquefois la plus grande, il faut employer l'action du choc.

Cela arrive surtout pour les roues qui mettent en jeu les marteaux des grosses forges. A cause des fortes secousses qu'éprouve tout le mécanisme, on ne peut guère se servir des engrenages, et l'on est cependant obligé de faire faire à la roue de vingt à trente tours par minute. Pour imprimer une telle vitesse, il faut une assez grande hauteur d'eau au-dessus du sommet. De plus, le jeu des marteaux est intermittent : pendant leur repos, on emmagasine en quelque sorte dans un réservoir l'eau fournie par le courant, afin de se procurer une plus grande force pour le tems de l'action; durant ce tems le réservoir, dépensant plus qu'il ne reçoit, baisse de niveau, et pour avoir, par exemple, une hauteur de 0^m60 vers la fin du battement, il en a fallu une de 2^m au commencement. De là vient que dans un grand nombre d'usines, où l'on a des chutes de 4^m, on ne donne pas plus de 2^m au diamètre des roues.

Roues des forg des Pyrén

315. Dans plusieurs circonstances on pourrait éviter une telle disposition, qui est vicieuse en elle-même; mais il en est d'autres où ce ne serait plus aussi facile, sans tomber dans de grands inconvéniens : tel est le cas des forges à la catalane des Pyrénées, où les roues qu'on emploie sont remarquables par leur simplicité et la solidité de leur construction. J'en donne une idée succincte.

Fig. 6

Elles ont de 2^m50 à 3^m de diamètre, y compris les palettes : le cercle en est formé par quatre jantes, ou plutôt par quatre pièces de bois de chêne, allant d'un bras à l'autre; ces bras consistent en deux forts madriers, qui traversent l'arbre, et dont l'épaisseur est de 0^m15 et la largeur de 0^m35. Les palettes, au nombre de vingt-quatre, en ont une pareille, avec 0^m35 de haut et 0^m07 d'épaisseur : le milieu en est évidé à mi-bois, ainsi que nous l'avons déjà dit (206). C'est sur ce

creux que tombe une grosse veine fluide, sortant d'une buse presque verticale, et dont la longueur est moyennement de 3^m. Au-dessus, on a un réservoir en bois ayant communément 2^m de profondeur et autant de large. Un peu au-dessous de l'orifice de sortie de la buse, l'eau atteint les palettes : au-delà elle est contenue, ainsi que la roue, dans un coursier courbe, dont les parois sont à 0^m03 de distance du bord des palettes.

Ainsi, sur 7^m50 de chute, ou plutôt sur 6^m50 de chute réelle, en admettant moyennement 1^m d'eau dans le réservoir, 4^m50 environ serviraient pour le choc, et il ne resterait que 2^m pour le poids. L'orifice de la buse ayant d'ordinaire de 0^m27 sur 0^m22, la charge étant de 4^m, et prenant 0^m97 pour coefficient de contraction (47), la dépense en eau serait de $0^{mmm}31$.

En général, dans les forges des Pyrénées, on compte qu'avec une chute de 7 à 8^m il faut un demi-mètre cube d'eau par seconde pour mouvoir un marteau de 600 à 700^k, dont la levée est de 0^m30 à 0^m45, et qui bat jusqu'à cent et cent vingt coups par minute.

Une roue à augets de 6^m de diamètre produirait un effet pareil avec $0^{mmm}55$ d'eau seulement : l'économie serait grande, et il faudrait la faire dans un lieu où l'on aurait peu d'eau; mais dans celui où l'on en a pour ainsi dire à discrétion, il est possible qu'il soit plus convenable d'établir une des roues à palettes dont il vient d'être question, que d'employer une roue d'une hauteur double, d'une largeur quadruple, et dont la construction, le placement et l'entretien exigeraient bien plus de frais.

3. *Roues verticales à aubes courbes.*

316. Les roues à aubes ordinaires et frappées en dessous, quoiqu'elles ne prennent guère que le quart ou la cinquième partie de la force du moteur qui leur est appliqué, n'en sont pas moins très-fréquemment employées; leur établissement

est peu dispendieux, et elles peuvent recevoir une assez grande vitesse sans perdre notablement de leur effet. M. Poncelet a entrepris, tout en leur conservant ces avantages, d'éviter l'énorme perte de force qu'elles font, et il en est venu à bout de la manière la plus satisfaisante, en substituant des aubes courbes aux aubes planes. Il a fait connaître son importante machine dans un Mémoire qui a été couronné par l'Institut en 1825, auquel il a fait ensuite des additions, et qui est entre les mains de tous ceux qui s'occupent de machines hydrauliques (1) : je vais me borner en conséquence à exposer succinctement le principe théorique de cette roue et l'effet dont elle est capable. Fig. 6

317. Supposons une roue à aubes courbes et disposées de manière que, lorsqu'une aube est parvenue au bas de la roue, l'élément inférieur de sa courbure soit horizontal, et que l'élément supérieur en soit vertical. — Admettons d'abord qu'elle est en repos, et qu'un filet fluide, animé d'une vitesse V, arrive horizontalement sur l'élément inférieur. En continuant de s'avancer, il s'élèvera le long de la courbe : durant son élévation, la gravité lui enlèvera, par degrés insensibles, sa vitesse V ; et il l'aura entièrement perdue, conformément aux lois générales de l'ascension des graves, et en faisant abstraction du faible Principe

(1) *Mémoires sur les roues hydrauliques à aubes courbes, mues par dessous*, 1827.

effet de la force centrifuge, lorsqu'il aura atteint la hauteur 0^m051V^2 : alors il descendra; il rejoindra l'aube, s'il l'avait dépassée; il la suivra, en la pressant de nouveau : la gravité lui rendra durant sa descente la vitesse qu'elle lui avait enlevée pendant sa montée, et il quittera l'aube avec la vitesse V qu'il possédait en y arrivant. — Supposons maintenant que la roue tourne avec v de vitesse à sa périphérie. Dès que le filet, ayant toujours la vitesse V, aura atteint l'élément inférieur de l'aube la plus basse, il n'y sera plus relativement à elle qu'avec la vitesse $V-v$: ce n'est plus qu'avec cette vitesse relative qu'il commencera à avancer et à monter sur la courbe; il s'y élèvera à la hauteur d'environ $0^m051(V-v)^2$; et, après être descendu, en quittant l'élément inférieur, il aura encore, par rapport à lui, la vitesse $V-v$. Mais cet élément se meut lui-même avec v, dans un sens presque directement opposé : en conséquence, la vitesse absolue du fluide à sa sortie sera $V-v-v=V-2v$. Pour $v=\frac{1}{2}V$, on a $V-2v=0$; c'est-à-dire que, si la vitesse de la roue était moitié de celle qu'avait le fluide à son arrivée, sa vitesse absolue, en quittant les aubes, serait nulle. Nous avons donc ici un courant moteur qui n'éprouve ni choc ni perte de vitesse, au moment où il joint la roue; et qui n'en possède plus aucune au moment où il la quitte : il a donc épuisé sur elle tout son mouvement, il lui a communiqué toute sa force : les deux conditions pour la production du plus

grand effet possible (256) sont donc remplies dans la roue de M. Poncelet, telle que nous venons de la représenter. Ainsi, si P est toujours le poids du fluide fourni par le courant en $1''$, et h_1 la hauteur due à la vitesse V, l'effet sera exprimé par Ph_1.

Mais ce qui est vrai pour un simple filet ne l'est plus pour une masse ou lame d'eau d'une certaine épaisseur. Ses molécules vont frapper les aubes en faisant un angle plus ou moins grand avec les élémens choqués; et il y a perte de vitesse et de force. Cette masse, au moment où elle va quitter les aubes, ne se meut pas dans une direction exactement opposée à la leur. De plus, comme dans toutes les roues qui tournent dans un coursier, une partie de l'eau motrice s'enfuit sans exercer d'action utile. De sorte que l'effet réel ne sera plus Ph_1; il n'en sera qu'une partie.

318. M. Poncelet a encore déterminé la grandeur de cette partie, c'est-à-dire le rapport entre l'effet produit et la force employée à la produire: il l'a déduit de plusieurs suites d'expériences. Expérienc de M. Poncel Conséquences.

Il s'est d'abord servi d'un petit modèle de roue ayant 0^m50 de diamètre et de la forme indiquée à la figure 63; et il a exécuté treize séries d'observations à peu près analogues à celles que Smeaton avait faites sur une roue à aubes planes (257). Je donne, au tableau suivant, ce qui concerne l'expérience du *maximum* d'effet dans huit de ces séries.

HAUTEUR			EAU	POIDS ÉLEVÉ et RÉSISTANCES.	VITESSE	RAPPORTS.		
de l'ouverture de la vanne.	de la chute totale. H	due à la vitesse V. h_1	dépensée en 1″. P	p	de la roue. v	$\frac{v}{V}$	$\frac{pv}{Ph_1}$	$\frac{pv}{PH}$
mèt.	mèt.	mèt.	kil.	kil.	mèt.			
0,01	0,139	0,091	0,94	0,083	0,66	0,50	0,65	0,42
	0,243	0,167	1,28	0,172	1,06	0,59	0,63	0,44
0,02	0,109	0,078	1,62	0,157	0,61	0,49	0,75	0,54
	0,159	0,121	1,98	0,228	0,70	0,46	0,67	0,51
	0,243	0,193	2,65	0,288	1,08	0,56?	0,61	0,49
0,03	0,109	0,073	2,41	0,288	0,59	0,49	0,76	0,51
	0,159	0,116	2,97	0,361	0,71	0,47	0,74	0,54
	0,243	0,188	3,89	0,530	0,99	0,52	0,72	0,56

M. Poncelet a encore opéré en grand sur une roue de 3m58 de diamètre, comprenant, entre deux plateaux annulaires pareils à ceux des roues à augets, trente aubes de 0m38 de hauteur dans le sens du rayon et de 0m76 de large. Je consigne ci-après le résultat de sept observations, en remarquant, 1.° qu'on a admis, d'après des expériences préliminaires, que la vitesse V du fluide à son arrivée à la roue était moyennement égale à la vitesse due à la charge h, et par suite que $h_1 = h : 2$.° que p' représente uniquement le poids réellement élevé; ainsi $p'v$ n'est que l'effet utile; tandis que dans le tableau précédent, p comprenant les résistances passives, pv était l'effet dynamique.

OUVERTURE de la vanne.	H	h	P	p'	v	$\frac{v}{V}$	$\frac{p'v}{Ph}$	$\frac{p'v}{PH}$
mèt.	mèt.	mèt.	kil.	kil.	mèt.			
0,100	1,59	1,43	279	83	2,44	0,46	0,51	0,46
0,210	1,22	0,81	442	120	2,07	0,52	0,70	0,56
0,220	1,27	1,05	526	137	2,72	0,60	0,68	0,56
0,200	1,52	1,31	536	160	2,63	0,52	0,60	0,52
0,304	0,81	0,55	525	103	2,26	0,69	0,81	0,55
	1,21	0,95	652	174	2,63	0,61	0,74	0,55
	1,52	1,26	809	216	2,93	0,59	0,63	0,52

On remarquera, dans ces deux tableaux, que les petites ouvertures de vanne ont rendu un effet bien moindre que les autres.

De ses expériences et observations M. Poncelet conclut

1.° Que la vitesse de la roue qui donne le *maximum* d'effet est les 0,55 de la vitesse du courant. Elle peut d'ailleurs varier des 0,50 aux 0,60 sans désavantage notable.

2.° Que l'effet dynamique n'est point au-dessous de 0,75 Ph pour les petites chutes avec de grandes ouvertures de vanne, et de 0,65 pour les petites ouvertures et les grandes chutes.

3.° Que ce même effet comparé à la force entière du moteur, à PH, en sera les 0,60; et qu'il pourra descendre aux 0,50 dans les très-petites ouvertures.

319. Prenant des termes moyens, pour les cas qui se présentent ordinairement dans la pratique, et pour des vitesses qui ne diffèrent pas considérablement des 0,55 de celle du courant, on admettra Expression de l'effet.

$$E = 0{,}70\,Ph, \text{ et } E = 0{,}55\,PH.$$

Nous avons vu (260 et 261) que, dans les roues à aubes planes, les coefficiens numériques de ces deux expressions de l'effet dynamique n'étaient que 0,30 et 0,25 : de sorte que l'effet des roues à aubes courbes est plus que double de celui des roues à aubes planes. Cette conséquence, à laquelle on arrive de quelque manière que l'on combine les expériences qui ont été faites sur les unes et sur les autres, devra faire bannir entièrement les roues à aubes planes des bonnes constructions,

et leur faire substituer celles à aubes courbes. Elles seront aussi préférables aux roues contenues dans un coursier courbe, lorsque sa hauteur ne sera pas de plus de 1^m30.

Règles relatives aux aubes.

320. Je renvoie encore aux Mémoires de M. Poncelet pour les règles à suivre dans l'établissement des roues à aubes courbes, et je fais seulement ici quelques observations sur leur partie caractéristique, les aubes.

1.° Leur nombre sera double de celui que nous avons indiqué pour les roues à aubes planes (248).

2.° Leur hauteur dans le sens du rayon, ou la distance de la circonférence extérieure à la circonférence intérieure de la roue, devra toujours être plus que le quart de la chute effective; on lui en donnera le tiers, dans les chutes de 1^m40; et la moitié, dans celles qui sont au-dessous.

3.° L'élément inférieur de la courbure que nous avons vu faire un angle nul ou presque nul avec la circonférence extérieure, lorsque la lame d'eau motrice était extrêmement mince, en fera un de 24°, 30°, et en général un d'autant plus grand qu'elle sera plus épaisse. On donne à cet élément la direction convenable et aux aubes la courbure qu'elles doivent avoir, à l'aide du

Fig. 64.

tracé suivant : du point A, où la surface BA du courant rencontre la circonférence extérieure, élevez la perpendiculaire AK, et du point C, où elle coupe la circonférence intérieure, avec CA pour rayon, décrivez l'arc AE : il fixera la forme des aubes. — Elles seront faites avec des planches

étroites et assemblées comme les douves d'un tonneau, ou avec une large planche courbée au feu, ou en forte tôle.

4.° Un peu au-delà du diamètre vertical de la roue, on baisse, par un ressaut, le radier du canal de fuite, de manière que l'eau n'éprouve aucun obstacle à sortir des aubes : autrement l'effet pourrait subir une diminution considérable. Ainsi M. Poncelet qui, dans la dernière expérience du tableau ci-dessus, a eu $p'v = 0{,}63Ph$, avec un ressaut de 0^m30, n'a plus eu que $0{,}54Ph$, le ressaut étant de 0^m08.

Exemple d'un moul à scie.

321. Dans un lieu où un courant d'eau présente une chute de 1^m60, on veut établir un moulin à scier du bois, lequel aurait à faire 12^{mm} de trait de scie en une heure, c'est-à-dire, à fendre dans ce tems une pièce de 1^m d'équarrissage et de 12^m de long. La roue motrice doit être à aubes courbes, et il faut indiquer ses dimensions, ainsi que la quantité d'eau nécessaire pour mettre et tenir le moulin en jeu.

On sait qu'une scie mue immédiatement par une force égale à celle d'un cheval-vapeur, fend, terme moyen, 5^{mm} de bois en une heure, ou, plus généralement, qu'un trait de scie de 1^{mm} équivaut à un effet utile de 45000 à 60000^{km}, suivant la qualité du bois à scier (1). Adoptons, pour prévenir tout mécompte, le dernier de ces deux nombres : les 12^{mm} à scier par heure, ou 3600″, équivaudront à un effet utile de 200^{km} en 1″. Les résistances du chariot et des autres parties de l'équipage absorberont une quantité d'action à peu près égale; de sorte que l'effet dynamique à produire sera de 400^{km} (= E).

Sur la chute de 1^m60, on prendra 0^m15 pour les dispositions relatives au coursier, et 0^m12 pour la demi-ouverture

(1) *Architecture hydraulique* de Bélidor et M. Navier, Tom. I, p. 509 et suiv.
Calcul de l'effet des machines par M. Coriolis, p. 246.

louse, et qu'il regarde comme le plus simple et le plus ingénieux des moulins à eau. Il a servi de modèle à presque tous ceux du même genre qui ont été faits depuis.

La roue ou *rouet* (*roudet*, en langage du pays) est placée au fond d'une cuve ou cylindre en maçonnerie et quelquefois en bois, d'environ 2^m de profondeur et 1^m02 de diamètre. Le rouet, tel qu'on les fait actuellement, a 1^m00 de diamètre et 0^m20 de hauteur; il porte neuf aubes ou *cuillères* disposées comme on le voit dans la figure, et dont la courbure augmente à mesure que la distance, à partir du moyeu, devient plus grande; la partie inférieure est légèrement inclinée à l'horizon. Chaque moitié du rouet est faite d'une seule pièce de bois d'orme, et les deux moitiés sont assemblées et retenues par deux cercles en fer. Fig. 65

La cuve, sur toute la hauteur de sa surface latérale, présente une échancrure de 0^m20 de large, à laquelle aboutit un coursier de même hauteur que la cuve, et dont la longueur, depuis la vanne d'entrée, est de 4^m environ. Dans quelques nouvelles constructions, elle a été réduite à 0^m30.

L'eau, arrivant avec une grande vitesse, se porte sur la partie de la paroi intérieure qui lui est opposée; elle suit cette paroi dans son pourtour, et tout en tournoyant; elle descend ainsi, et arrive aux aubes sur lesquelles elle agit et par son impulsion, et par son poids, et par sa force centrifuge.

Lorsqu'elle se meut dans la cuve, repoussée contre la paroi par cette force, elle y forme un revêtement peu épais; de sorte que, dans sa descente, trouvant un intervalle entre la cuve et le rouet, elle y passe sans exercer d'action sur ce dernier. On voit par là combien tout intervalle, quelque petit qu'il soit, est préjudiciable; aussi, depuis quelques années, dans la plupart des moulins qu'on a établis, on l'a fait disparaître entièrement, en donnant au rouet un plus grand diamètre qu'à la portion de la cuve qui est au-dessus de lui. D'après des observations que j'ai faites, cette disposition économise environ moitié de l'eau motrice.

Effet théorique.

323. Borda a établi la théorie des roues à aubes courbes, d'une manière aussi simple que rigoureuse, dans son *Mémoire sur les roues hydrauliques* déjà cité (268). En admettant qu'un filet fluide arrive sur l'aube avec une inclinaison de i degrés par rapport à l'horizon, et avec une vitesse V, v étant la vitesse horizontale de l'aube; en admettant de plus que l'élément supérieur de la courbure de l'aube est tel qu'il n'y a point de choc à l'arrivée du fluide, et que l'inclinaison de l'élément inférieur à l'horizon est a; il donne, pour expression de l'effet dynamique,

$$\frac{Pv}{g}\left(V\cos i - v + \cos a\sqrt{2gH + v^2 - 2vV\cos i}\right).$$

Dans le cas du plus grand effet, il faut 1.° qu'il n'y ait point de choc à la rencontre du fluide et de l'aube, et par conséquent que le premier élé-

ment de l'aube rencontré ait une même direction que la vitesse relative du fluide, c'est-à-dire, que la résultante de la vitesse du fluide immédiatement avant d'atteindre la roue et de la vitesse de la roue: la formule ci-dessus, ayant été établie dans la supposition qu'il en était ainsi, renferme implicitement cette condition : 2.° que la vitesse absolue du fluide en quittant l'aube soit nulle; ce qui ne peut être qu'autant que la vitesse qu'il a sur le dernier élément de l'aube est égale et directement opposée à celle de cet élément; et comme celui-ci se meut horizontalement, il faut que sa direction, d'où dépend celle du fluide à sa sortie, soit horizontale; condition qui s'exprime en faisant $a = 0$, ou $\cos a = 1$. Différenciant ensuite l'expression de l'effet et égalant la différentielle à zéro, il vient $v = \frac{g\mathrm{H}}{\mathrm{V}\cos i}$, pour la vitesse que doit avoir, au *maximum* d'effet, le dernier élément, et, en général, toute la partie de l'aube sur laquelle coule le filet fluide.

Cette valeur de v fait également connaître la valeur de i ou la direction la plus avantageuse à donner au fluide, en le lançant sur la roue. Quant à celle de l'élément supérieur de l'aube, ou à son inclinaison à l'horizon, d'après ce qui a été dit ci-dessus, et d'après les règles ordinaires de la trigonométrie, en appelant b cette inclinaison, on trouve $b = 90° + \frac{1}{2}i - c$, et $\operatorname{tang} c = \cos\frac{1}{2}i \cdot \frac{\mathrm{V} - v}{\mathrm{V} + v}$.

Substituant la valeur de v ci-dessus dans l'expression générale de l'effet, elle devient PH; c'est-à-dire que l'effet dynamique d'une roue à aubes courbes, dans laquelle les conditions ci-dessus auraient été remplies, serait égal à la force entière du moteur : une telle roue serait une machine parfaite.

Effet réel. 324. Mais ce qui se passe pour un filet fluide convenablement dirigé sur des aubes convenablement disposées, n'a plus lieu pour de grandes masses d'eau arrivant sur les rouets de nos moulins à cuve. Une partie du fluide n'exerce point d'action, et l'autre est loin de l'exercer de la manière la plus avantageuse : elle rencontre et choque les aubes sous des angles en partie fort grands; et en quittant la machine elle conserve encore une vitesse notable : la partie inférieure des aubes n'est pas et ne doit pas être entièrement horizontale; si elle l'était, l'eau ne se dégagerait pas avec assez de facilité. Aussi l'espèce de roue dont nous parlons est-elle peut-être la plus imparfaite de toutes celles qu'on emploie, celle qui produit le moins d'effet comparativement à l'eau dépensée; et je ne crois pas, d'après des observations que j'ai faites, que l'effet dynamique y dépasse habituellement 0,2 PH : il sera plus souvent au-dessous qu'au-dessus.

Roue à turbine de I. Burdin. 325. Des auteurs frappés d'une telle perte de force, d'un tel gaspillage de l'eau motrice, avaient manifesté le désir qu'il fût porté remède au mal. Leur vœu vient d'être rempli par M. l'ingénieur

des mines Burdin : il a établi, dans un moulin de Pontgibaud (département du Puy-de-Dôme), une roue horizontale à aubes courbes, qu'il nomme *turbine à évacuation alternative*, et dont l'effet utile, mesuré à l'aide du frein dynamométrique, a été de 0,67 PH. Je suis fâché que la notice de l'auteur, qui en renferme la description (1), n'ait été publiée qu'après la gravure des planches de ce Traité; elle y eût occupé très-utilement une place, et j'aurais pu la décrire. J'essaie toutefois d'en donner une idée.

La roue a 1^m40 de diamètre et 0^m40 de hauteur. Sa partie supérieure présente une auge annulaire de 0^m08 de large, et dont le fond est percé de trente-six ouvertures surmontées chacune d'un évasement ou entonnoir, au-dessous duquel se trouve une espèce de tuyau ou de canal courbe fait en tôle : son fond, ou le *couloir* sur lequel l'eau en descendant exerce principalement son action, a ses bords supérieur et inférieur inclinés de la manière indiquée par la théorie ci-dessus. La direction de tous les couloirs n'est pas dans des plans perpendiculaires aux rayons de la roue; à l'alternative, l'un dévie un peu vers la gauche, le second reste perpendiculaire, et le troisième dévie un peu vers la droite : de sorte que l'extrémité des couloirs se trouve alternativement sur trois circonférences d'un rayon différent, mais ayant leur centre commun à l'axe

(1) *Annales des mines.* 3.e série. Tom. III. 1833.

de rotation. De cette manière, l'eau est versée sur trois circonférences; et celle qui sort d'un canal ou aube ne court pas le risque d'être choquée par l'aube qui vient immédiatement après : c'est une telle disposition qui a porté M. Burdin à donner à sa machine le nom qu'il lui a assigné. (On en eût simplifié la construction, en plaçant tous les canaux perpendiculairement aux rayons à l'extrémité desquels ils se trouvent; et on eût facilité le dégagement de l'eau en inclinant leur extrémité inférieure d'une trentaine de degrés à l'horizon : l'effet n'en serait pas notablement diminué.)

L'eau est fournie à la roue par un coursier rectiligne fermé par le bout et sur le haut; mais dont le fond, immédiatement au-dessus de l'auge, est percé d'orifices évasés et inclinés de manière à lancer l'eau sur les couloirs ou aubes dans la direction convenable.

Toute l'eau motrice arrivant ainsi à la roue presque sans choc, la quittant presque sans vitesse, lui imprime presque toute son action : aussi l'effet qui en résulte est-il à peu près égal à celui des bonnes roues à augets; puisqu'on a eu 0,67 PH, en effet utile seulement.

La roue établie au moulin de Pontgibaud, effectue, avec $0^{mmm}0935$ d'eau, sous une chute de $3^{m}24$, le travail qui y était fait antérieurement par une roue à percussion, avec une quantité d'eau triple ($0^{mmm}28$).

OBSERVA RELATIV AUX MOUL

Effet dynamiq

326. La machine dont nous venons de parler, comme toutes les autres roues horizontales, est presque exclusivement affectée aux moulins; ils offrent encore le plus fréquent emploi des roues verticales; ils forment l'espèce d'usine la plus commune, celle qui tient de plus près à nos premiers besoins; et cependant nous n'avons aucune donnée positive sur leur effet mécanique.

D'après quelques observations, et en attendant des documens plus précis, Fabre a admis que la résistance ou l'effort que le blé oppose à la mouture, en supposant que cet effort agit aux deux tiers du rayon de la meule tournante, est la vingt-deuxième partie du poids de cette meule et de l'attirail qui lui est fixé. (1)

Nommant D_1 le diamètre de la meule, e son épaisseur moyenne, ϖ le poids du mètre cube de la pierre qui la constitue, et n_1 le nombre de tours qu'elle fait en une minute; son poids est $\pi' D_1^2 e \varpi$; et sa vitesse, à l'extrémité du rayon, est $\frac{\pi D_1 n_1}{60}$. L'effet dynamique, étant l'effort de la résistance multipliée par la vitesse du point d'application, serait donc $\frac{1}{22}\pi' D_1^2 e \varpi \times \frac{2}{3}\frac{\pi D_1 n_1}{60}$ ou $0{,}00125\, n_1 D_1^3 e \varpi$. Le poids spécifique des pierres siliceuses ou calcaires dont on fait les meules ne varie guère que de 2500 à 2700^k: à cause de l'attirail qu'elles portent, on prendra le dernier nombre 2700. L'épaisseur des meules, qui est d'environ 0^m40 à la sortie de la carrière, diminue, par l'effet des tailles successives, jusqu'à n'être guère que de 0^m20 : 0^m30 serait à peu près le terme moyen. De sorte que l'expression de l'effet dynamique d'une meule, en observant qu'alors le coefficient numérique devient 1, se réduirait moyennement à $n_1 D_1^3$, et l'on aurait (238)

$$E = n_1 D_1^3 = mPH.$$

Mais, je le répète, cette relation ne doit être regardée que comme un premier essai.

(1) *Essai sur les machines hydrauliques, et en particulier les moulins à blé*; p. 234.

Effet économiquement le.

527. Il est encore d'un plus grand intérêt de connaître l'effet utile d'une meule sous le rapport économique, c'est-à-dire, la quantité de blé moulu comparativement à la force employée à le moudre.

M. Navier, réunissant et discutant les divers documens publiés à cet égard, en a conclu que pour moudre un kilogramme de blé, il fallait imprimer à la meule une force dynamique ou quantité d'action égale à 5556^{km}. (1)

On estime d'ordinaire le travail effectué par une meule, en disant qu'il est d'un certain nombre d'hectolitres de blé moulus en une heure de tems. L'hectolitre de blé pesant moyennement 75^{k}, la quantité d'action pour le moudre sera donc de 416700^{km}. Réduisant cette quantité à la seconde, en la divisant par 3600″, on aura 116^{km}; c'est PH: exprimant cette force en chevaux-vapeur, en divisant encore par 75^{km} (233), il vient 1,54. M. Poncelet donne 1,86, mais pour la force imprimée à la roue hydraulique. Cependant, M. Hachette, mesurant la quantité d'action sur l'arbre de la roue, à l'aide du frein dynamométrique, l'a trouvée de 2,26, même dans une *mouture brute*. (*Traité des machines*, p. 462.)

Prenant une moyenne, nous admettrons qu'*il faut imprimer à une meule une force équivalente à celle de deux chevaux-vapeur par hectolitre de blé à moudre dans une heure de tems.*

528. Cette force imprimée à la meule pouvant être prise pour l'effet du moulin, la force F du courant à employer sur la roue hydraulique, pour chaque hectolitre de blé moulu en une heure, sera donnée par la relation $2 = mF$, où m exprime le rapport entre l'effet produit et la force entière du courant. D'après les valeurs de m assignées ci-dessus aux roues de différente espèce, cette force serait moyennement, pour une

Roue à augets, équivalente à celle de	3 à 4 chev.
Roue verticale à aubes courbes, environ. . . .	4
Roue verticale à aubes planes	8 à 9
Roue horizontale choquée par une veine isolée	7 à 8
Roue horizontale dans une cuve, environ . . .	10

(1) *Architecture hydraulique* de Bélidor et de M. Navier. Tom. I, p. 404.

329. Je donne ci-dessous les résultats de quelques observations faites sur des moulins mis en jeu par des roues de différente sorte.

ROUE MUE PAR LE	EAU dépensée en 1″	CHUTE.	BLÉ moulu en 1 h.re	FORCE par hectol.
	mèt. cub.	mèt.	hectol.	chevaux.
	0,893	0,305	.....	3,6
Poids de l'eau	0,651	1,137	2,48	3,9
Poids et choc de l'eau	.....	.....	1,76	7,3
Choc d'une veine isolée	0,251	4,05	2,00	6,9
	0,204	3,38	1,20	7,7
Roue horizontale placée dans une cuve	0,527	2,50	1,80	9,7
	0,920	1,47	1,12	16,0

La première ligne de ce tableau présente un résultat qu'Evans énonce en ces termes : On s'est assuré, par des expériences exactes faites aux frais du gouvernement anglais, que la puissance de quarante mille pieds cubes (1133^{mmm}) d'eau, tombant d'un pied ($0^{m}305$), peut moudre et bluter un *bushel* ($0^{mmm}0352$) de blé (1). Telle est encore la force dynamique employée aux moulins des environs de Paris montés à l'anglaise; ainsi qu'on le voit à la seconde ligne du tableau, laquelle donne le résultat d'une expérience faite par M. l'ingénieur Mallet sur un de ces moulins : la meule y avait $1^{m}30$ de diamètre et faisait 100 à 120 tours par minute; la roue y mouvait non-seulement la meule, mais encore les bluteries et les tarares. La troisième ligne montre le résultat général des nombreuses observations d'Evans sur les moulins des États-Unis d'Amérique, mus par des roues à augets (2) : ces roues, il est vrai, ont sur le sommet une trop forte charge d'eau, et elles sont menées trop vite; le diamètre des meules est de $1^{m}50$, et elles font environ cent tours par minute. J'ai fait les quatre observations suivantes : la première sur un moulin à deux meules; l'une moulait deux hectolitres à l'heure, et

(1) *Le guide du meunier et du constructeur de moulins* par Evans; traduction de M. Benoit, p. 131.

(2) *Idem*, p. 118-124.

l'autre près de quatre, mais en grosse farine : la seconde observation concerne un petit moulin établi sur un ruisseau : la troisième a été faite sur une des nouvelles meules à l'anglaise du moulin du Basacle ; et la dernière sur un moulin à cuve disposé d'après l'ancien système. Les meules de ces moulins ont généralement 1^m75 de diamètre et font environ 80 tours en 1′ : leur produit n'est que d'un hectolitre à un hectolitre et demi, et rarement de deux : ailleurs, il est à peu près double.

Au reste, la même meule, selon qu'elle est *lasse* ou piquée de frais, selon qu'elle mout du blé gros ou du blé fin, selon qu'elle fait de la belle ou de la grosse farine, débite un ou deux hectolitres dans un même tems, la force mouvante demeurant toujours la même. D'après cela, on ne peut regarder que comme des termes moyens les rapports établis par les auteurs entre la quantité de blé moulu en un certain tems et la force employée à la moudre.

5. *Machines à réaction.*

De la réaction.

330. Soit un vase ou gros tuyau vertical, dont A est la base, qui est mobile autour de son axe C, et au bas duquel serait adapté un tube horizontal BD ouvert en B et fermé sur tout le reste de son étendue. Si l'on remplit d'eau cet appareil, le fluide exercera une pression égale sur tous les points du tube ; celle qui a lieu sur un point sera détruite par la pression sur le point diamétralement opposé, et il y aura équilibre. Mais si l'on ouvre un orifice, en *a* par exemple, il n'y aura plus de pression sur ce point ; celle qui s'exerce à l'opposite ne sera plus contrebalancée, et elle poussera le tube dans la direction de *a* en *e ;* le jet qui sort en *a,* agissant par *réaction,* fera tourner la machine autour de l'axe C, et dans

Fig. 66.

une direction opposée à la sienne : de la même manière que le fluide élastique provenant de l'inflammation de la poudre contenue dans une fusée, sortant de haut en bas, la porte avec rapidité de bas en haut.

Si de la partie inférieure du vase vertical il part, en rayonnant, plusieurs tubes pareils à BD, et semblablement percés, leur ensemble formera une *roue à réaction.*

Au reste, la sortie des jets ne doit pas être regardée comme la cause réelle du mouvement : elle n'est elle-même qu'un effet du poids des molécules fluides contenues dans la machine, et des mouvemens dont elles sont animées. Ce poids et ces mouvemens produisent, dans la partie *a* des tubes, une pression qui, pareille à une force de ressort, d'une part, pousse le fluide placé devant l'orifice et le fait sortir; de l'autre, elle repousse, dans un sens directement contraire, la paroi du tube opposée à l'orifice, et avec une égale intensité. Cette égalité entre l'action de part et d'autre, ou, pour employer un langage adopté, entre l'action et la réaction, qui est une loi générale du mouvement, a été constatée ici d'une manière directe : la théorie et l'expérience ont montré à Bernoulli (*Hydrodynamica*, p. 279 et 303), que l'effort de la réaction, celui qui a lieu sur la partie *e* des tubes, a pour mesure le poids d'un prisme d'eau qui aurait pour base l'orifice *a*, et pour hauteur deux fois la hauteur due à la vitesse de sortie : l'on sait que ce poids est aussi

la mesure de l'effort dont est capable le jet sortant (201).

Les circonstances du mouvement et de l'action des molécules fluides, dans les diverses parties de la machine, ont été l'objet des recherches d'Euler, Bossut, Navier, etc.; les suivre dans leurs savans calculs, nous mènerait au-delà de nos limites, et ne nous conduirait pas à une expression de l'effet dynamique facilement applicable. Nous allons nous restreindre à une observation sur la limite de cet effet; observation qui exige toutefois que nous nous arrêtions un instant à l'examen des effets de la force centrifuge sur les molécules d'un fluide contenu dans un vase assujetti à se mouvoir autour d'un axe vertical.

Fig. 67.

Forme que prend la surface de l'eau contenu dans un vase doué d'un mouvement de rotation.

331. Soit ABCD un vase cylindrique contenant de l'eau jusqu'en IK. Si on lui imprime un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe vertical EF, la surface fluide, par suite de la force centrifuge, quittera la forme plane et horizontale; elle s'abaissera vers le milieu O, et s'élèvera vers les bords d'une égale quantité, en prenant, dans sa coupe verticale, la forme courbe GOH, courbe qu'il s'agit de déterminer.

Puisque le mouvement de rotation est uniforme, la surface fluide aura une figure permanente; ses molécules seront donc en équilibre, et par conséquent elles seront également pressées dans tous les sens; de sorte que si sur l'horizontale OR on prend une molécule quelconque, en P, par exemple, elle sera autant pressée de haut en bas par le filet vertical MP, que de gauche à droite par le filet horizontal OP: ces deux pressions seront égales. Conformément à ce qui se fait dans les questions d'hydrostatique, nous ne considérerons que les deux filets, en faisant abstraction du reste de la masse fluide, et nous les supposerons renfermés dans le petit canal OPM ouvert à ses deux extrémités. Pour le filet MP, l'action de la force centrifuge sur ses molécules, étant dirigée perpendiculairement aux parois du petit canal, sera détruite par leur résistance : les molécules n'auront d'autre action que celle que leur communique la gravité; et par conséquent la pression en P sera égale à la somme de leur poids : le poids de cha-

cune est mg; la hauteur MP, que nous désignerons par x, ou le nombre de ses points, pourra représenter la somme des molécules du filet; de sorte que leur poids total sera mgx. Pour le filet OP, ses molécules reposant sur un plan horizontal, l'action de la gravité sur elles sera détruite; elles ne seront plus animées que de la force centrifuge : la force de celle qui est en O, sur l'axe de rotation, sera zéro; et la force de celle qui est en P, faisant $OP = y$, sera mw^2y en nommant w la vitesse angulaire (294) : du point O au point P, les forces, comme les distances, auxquelles elles sont proportionnelles, croîtront en progression arithmétique, et leur somme sera $mw^2y.\frac{1}{2}y$, y représentant aussi le nombre des termes de la progression : cette somme sera celle des efforts que font les molécules du filet OP, pour se porter de O en P, ou pour presser ce dernier point. On aura donc $\frac{1}{2}mw^2y^2 = mgx$: d'où l'on déduit $y^2 = \frac{2g}{w^2}x$, équation d'une parabole ordinaire dont $\frac{2g}{w^2}$ serait le paramètre.

Action de force centr sur la vitesse de sortie.

332. Supposons maintenant qu'au point R, sur le prolongement de OP, on ait percé un orifice, par lequel l'eau sort du vase, pendant qu'il tourne autour de son axe; supposons encore qu'il reçoive constamment autant d'eau qu'il en perd : nommons X et Y les coordonnées HR et RO du point R, et v sa vitesse de rotation, on a $v = wY$: de plus, l'équation de la courbe OMH donne $X = \frac{w^2Y}{2g}$: donc $X = \frac{v^2}{2g}$; c'est-à-dire que la hauteur à laquelle la force centrifuge élève l'eau au-dessus de l'orifice R ouvert au niveau de O, est égale à la hauteur due à la vitesse de rotation de cet orifice. X est aussi la charge en R, et par conséquent la vitesse de l'écoulement y sera aussi due à $\frac{v^2}{2g}$, c'est-à-dire qu'elle sera égale à la vitesse de rotation de l'orifice.

Si l'eau était fournie au vase par un tuyau, ayant même axe, d'une section horizontale considérablement plus grande que celle de l'orifice de sortie, et dans lequel le fluide se maintiendrait en L, pendant la durée du mouvement de rotation, l'eau sortirait en R, en vertu et de la hauteur X et de

la nouvelle charge LO (= H'); ainsi, la hauteur due à la vitesse de sortie serait $H' + \frac{v^2}{2g}$, et la vitesse $\sqrt{2gH' + v^2}$.

Admettons maintenant qu'un obstacle physique, tel qu'un diaphragme horizontal, placé dans le vase un peu au-dessus du point O, mette obstacle à l'élévation du fluide au-dessus de l'orifice R, l'effort X résultant de la tendance à s'élever ou de la force centrifuge, n'en aura pas moins lieu, n'en produira pas moins son effet sur la vitesse de sortie, qui sera toujours $\sqrt{2gH' + v^2}$.

Effet théorique.

333. Revenons à la roue à réaction.

Pour qu'elle prît la force entière PH du moteur, et qu'elle produisît un effet dynamique égal à PH, il faudrait qu'après qu'on lui aurait donné la hauteur H, l'eau y entrât et la parcourût, jusqu'à sa sortie, sans éprouver de changement brusque de vitesse: afin qu'il en soit ainsi, autant que possible, on évasera l'entrée des tubes, on les courbera de manière que leur extrémité soit perpendiculaire au rayon de la roue, et l'on fera sortir l'eau par cette extrémité, comme on le voit à la fig. 68. Il faudrait, en second lieu, que la vitesse absolue du fluide, au moment où il abandonne la roue, fût nulle; et par conséquent que sa vitesse relative, dans ce même moment, fût égale et directement opposée à celle de l'orifice de sortie: en appelant v cette dernière, et observant, d'après ce qui vient d'être dit, que celle du fluide sortant est $\sqrt{2gH + v^2}$, il faudrait que l'on eût $\sqrt{2gH + v^2} = v$. Cette condition ne saurait être remplie qu'autant que H serait nul, ou que v serait infiniment grand. Or

le premier cas ne peut exister; l'effet est d'ailleurs proportionnel à H : le second ne peut encore avoir lieu; mais on peut en approcher. Concluons donc que l'effet dynamique d'une simple roue à réaction sera d'autant plus grand qu'elle se mouvra plus vite; sans que, dans aucun cas, il puisse être PH, valeur qu'il atteint, en théorie, dans les roues à aubes courbes.

334. Peu avant le milieu du siècle dernier, Segner, professeur de mathématiques à Gœttingue, inventa ou reproduisit une machine à réaction pareille à celle dont une partie est représentée à la figure 66, et qui fut appelée, en Allemagne, roue de Segner (*Segnersche Wasserrad*). Euler en fit l'objet de ses études (*Acad. de Berlin*, années 1750 et 1751); il donna une forme courbe aux tuyaux, afin d'obtenir encore une pression résultant de la force centrifuge, et il fit sortir l'eau par l'extrémité des tubes. Peu après, il changea la forme de la machine : ce fut un tronc de cône, vide dans le milieu, recevant l'eau par sa petite base, la contenant entre deux enveloppes de tôle, et la lançant dans l'atmosphère par de petits tubes recourbés adaptés à sa partie inférieure. Quoique lourde, cette machine fut employée avec un grand avantage. Différente roues. Leur effet

Dans ces derniers tems, M. Mannoury d'Hectot, se rapprochant de la forme première, l'a disposée d'une manière très-convenable aux applications.

Ses tubes ont la forme indiquée à la fig. 68, Fig. 68.

et sont assemblés et maintenus par des barres de fer. Il leur a donné l'eau motrice à l'aide d'un gros tuyau vertical A, qui se recourbe horizontalement en B, passe sous le volant, et se relevant verticalement, il vient aboutir au centre commun C. De telles roues ont été établies avec succès dans des moulins de Bretagne, de Normandie et des environs de Paris; « d'après des « expériences authentiques, elles y produisent « un effet supérieur à celui des roues à pots les « mieux exécutées, » disent les commissaires de l'Institut chargés de l'examen de cette machine. (*Journ. des mines*, 1813, tom. 33, pag. 80.) Je crains toutefois que, dans la pratique ordinaire, on ne puisse tenir étanche, avec assez de facilité, la jonction de la partie immobile de la machine, le tuyau menant l'eau, avec la partie mobile, le volant.

335. En 1754, Euler revenant sur la machine à réaction, la composa différemment : elle eut deux parties placées l'une sous l'autre. Celle de dessus était immobile et consistait en un cylindre, évidé dans le milieu, et qui recevait l'eau motrice : de petits tubes coniques adaptés au fond et inclinés sous l'angle voulu par le calcul, la lançaient sur la partie inférieure. Celle-ci, mobile autour d'un axe, présentait une auge annulaire, du fond de laquelle partaient une vingtaine de tuyaux qui descendaient en divergeant, et dont le bout recourbé horizontalement versait l'eau dans l'atmosphère : l'ensemble de ces tuyaux

était recouvert d'une surface unie, destinée à amoindrir la résistance de l'air. Sous le rapport de la théorie, cette machine rentrait dans la catégorie des roues à aubes courbes (323).

Turbin à réactio

En 1824, M. Burdin a donné une machine à peu près de ce genre, qu'il a appelée *turbine à réaction*. Je la fais connaître par une description très-succincte de celle que cet ingénieur a établie au moulin d'Ardes, dans le département du Puy-de-Dôme.

Fig. 6

La chute est de 2^m. Sous un bassin en bois, où l'eau se maintient à une hauteur constante de 1^m, se trouve la machine de rotation représentée à la fig. 69. Trois orifices injecteurs, adaptés au fond du bassin, lancent l'eau horizontalement dans la couronne ou petit bassin annulaire qui en forme la partie supérieure. Elle entre ensuite dans trois poches pyramidales, dont l'axe est vertical, et dont l'extrémité recourbée horizontalement porte un orifice de sortie. La hauteur de la machine est de 1^m; en général, elle sera la moitié de la chute.

On fait en sorte que la turbine ait, sous les orifices injecteurs, une vitesse de 4^m43, celle due à la hauteur de 1^m. L'eau arrivant alors sur la machine avec une vitesse égale à celle des points qui la reçoivent, il n'y a point de choc. De plus, la charge sur les orifices des poches étant de 1^m, l'eau en sort également avec une vitesse de 4^m43; et comme celle que les orifices ont en sens contraire a une même valeur, la vitesse absolue du

fluide à sa sortie sera nulle. Les deux conditions nécessaires au *maximum* d'effet se trouvent ainsi remplies, et l'effet dynamique de la turbine sera PH.

Mais, dans la pratique, plusieurs circonstances altèrent toujours les conditions de ce plus grand effet. Toutefois M. Burdin n'a pas vu l'effet utile de ses turbines à réaction au-dessous de 0,65 PH, et quelquefois il s'est élevé à 0,75 PH. (*Annales des mines*, tom. III. 1828.)

C. *Machines mues par la force centrifuge.*

Action motrice de la force centrifuge.

336. Toutes les fois qu'un corps se meut le long d'une surface courbe, à chaque instant du mouvement, par suite de la tendance qu'il a à continuer de s'avancer en ligne droite, tendance d'où naît la force centrifuge, il exerce sur l'élément de la courbe où il se trouve une pression normale exprimée par $\frac{mu^2}{r}$, m étant sa masse, u sa vitesse et r le rayon de courbure de l'élément (294). Si cet élément se meut lui-même, en faisant un angle ω avec la direction du mouvement, et avec une vitesse v, la pression exercée dans cette direction sera $\frac{mu^2}{r}\sin\omega$, et pour la quantité d'action imprimée à l'élément on aura $\frac{mu^2}{r}v\sin\omega$. La somme de ces quantités élémentaires, ou $\Sigma\frac{mu^2}{r}v\sin\omega$, sera l'action imprimée à la surface courbe par la force centrifuge.

Lorsque de l'eau coule sur des aubes courbes, elle y développe une action de cette espèce, laquelle s'ajoute à celle qui résulte du poids du fluide ou des autres causes du mouvement.

337. Mais dans la machine dont il va être question, et c'est, je crois, l'unique qui soit dans ce cas, la force centrifuge agit seule. Cette machine est la *turbine immergée* de M. Burdin; et, à son sujet, je ne puis m'empêcher de remarquer que ce savant, en introduisant les turbines en mécanique, en a comme fait pour toutes les manières d'agir de l'eau : nous en avons vu qui étaient mues par le poids de ce fluide (325), d'autres par sa réaction (335); en voici qui le seront par sa force centrifuge. Turbine immergée

Dès 1827, M. Burdin en a fait mention dans un Mémoire déposé à la Société d'encouragement pour l'industrie nationale. Depuis, un de ses élèves, M. Fourneyron, en a perfectionné la construction, et en a établi plusieurs avec succès, une entre autres de la force de 40 à 50 chevaux, près de Besançon, sur le Doubs. On n'a point encore publié la description de ces machines, d'ailleurs très-remarquables; elles ne me sont connues que par une lettre de M. Burdin, je ne puis en conséquence qu'en donner une première idée.

Qu'on se représente une cuve fixe, recevant par le haut l'eau motrice, et percée dans le bas, et tout autour de sa surface latérale, de plusieurs ouvertures : des cloisons verticales, établies en amont d'elles, donnent au fluide qui en sort la

direction convenable; et une vanne cylindrique, concentrique à la cuve, sert à régler la quantité de ce fluide qui passe des ouvertures dans la turbine. Celle-ci entoure la partie inférieure de la cuve, et elle consiste uniquement en plusieurs aubes courbes, à simple courbure, verticales, et comprises entre deux plateaux horizontaux: elle tourne autour d'un axe vertical, passant dans la cuve.

L'eau, qui est lancée sur les aubes, et qui est obligée d'en suivre la courbure, exerce sur elles, en vertu de sa force centrifuge, l'action motrice dont nous avons donné l'expression. Par suite du mouvement de rotation qui en résulte, l'eau baisse ou tend à baisser dans la partie intérieure de la turbine; et à s'élever et s'échapper par son bord extérieur (331): de plus, le fluide du réservoir ou du fleuve dans lequel plonge la machine, qui se trouve entre la turbine et la cuve, participant à ce mouvement de rotation, exerce sur les ouvertures de celle-ci une moindre pression, une non-pression (211); et la chute effective, un des élémens de la force dynamique, en est augmentée : jusqu'à un certain point, elle le sera d'autant plus que le mouvement sera plus rapide. D'ailleurs, tant que la différence de niveau entre le bief supérieur et le bief inférieur n'éprouvera pas de diminution notable, l'effet demeurera sensiblement le même, soit que la turbine se trouve à quelques mètres sous l'eau, soit qu'elle ne s'y trouve qu'à quelques centimètres.

ART. 2. *De la machine à colonne d'eau.*

338. Cette machine consiste en un gros corps de pompe, dans lequel se meut un piston poussé par le poids d'une haute colonne d'eau contenue dans un tuyau montant. A la tige de ce piston on adapte soit un tirant ou un balancier qui transmet le mouvement à des pompes ordinaires, soit un mécanisme qui transforme le mouvement de va-et-vient en un mouvement de rotation. Idée et historiq de cette m chine.

La première idée d'une telle machine appartient à Bélidor, qui, dans le tome second de son *Architecture hydraulique*, publié en 1739, fit connaître les considérations qui l'avaient mené à cette découverte, et il entra dans tous les détails de la construction. Mais ce ne fut que dix ans après qu'une machine de cette espèce fut exécutée, et elle le fut par Hœll, aux mines de Schemnitz en Hongrie. On en établit ensuite quelques autres à ces mêmes mines, ainsi qu'à celles de différentes parties de l'Allemagne, où on les appela *machines de Hœll.* En 1801, j'en ai vu une aux mines de Marienberg en Saxe : mais les frais et les soins qu'exigeait son entretien portèrent bientôt à rétablir la roue hydraulique qu'elle avait remplacée. Depuis, leur mécanisme a été perfectionné; on les a rendues à double effet, et l'habile mécanicien Reichenbach en a placé plusieurs aux salines de Bavière, où elles fonctionnent avec beaucoup d'avantage.

En dernier lieu (1831), M. l'ingénieur Juncker en a établi deux, à côté l'une de l'autre, dans un même puits de la mine de Huelgoat en Bretagne. Elles sont à simple effet : le diamètre du grand corps de pompe est de $1^{m}03$, la longueur de la course du piston est de $2^{m}30$, et l'on a environ quatre oscillations par minute : la colonne motrice a 61^{m} de hauteur verticale et $0^{m}38$ de diamètre. Chaque machine ne mène qu'une seule pompe d'épuisement, qui descend en ce moment à 155^{m} au-dessous du point de versement, et que l'on va descendre jusqu'à 235 : elle porte ses eaux d'un seul jet à cette grande hauteur : le diamètre du corps de pompe est de $0^{m}455$, et celui du tuyau montant de $0^{m}275$. On verra, dans la description de cette machine que l'auteur va publier, les moyens ingénieux qu'il a employés pour équilibrer le poids de l'attirail dans sa descente, pour régler la vitesse du piston de manière qu'à chaque oscillation l'eau motrice ne prenne et ne perde sa vitesse que par degrés insensibles, etc. ; on y verra aussi les détails de cette belle construction.

339. J'indique la manière dont opère la machine à colonne d'eau. Je prends à cet effet celle
Fig. 70. de Reichenbach, dont la figure 70 représente, au 47.e de sa grandeur naturelle, les parties principales. Le piston A est poussé alternativement de bas en haut, et de haut en bas, par la colonne d'eau contenue dans le tuyau B, dont la hauteur verticale est de 43^{m}. A l'instant du mouvement auquel se réfère la figure, l'eau motrice, qui entre dans le corps de pompe par les ouvertures b' et b, presse le piston de bas en haut : il monte, et pendant son ascension, l'eau, qui était au-dessus, sort par l'ouverture a; d'où elle gagne l'orifice d d'un tuyau qui en débarrasse la machine. Lorsque le piston atteint le haut de sa course, la partie supérieure de sa tige met en jeu un mécanisme qui

fait descendre les deux petits pistons p et q portés par une tige commune (1). Par ce mouvement, la communication entre les deux passages b' et b est fermée; et celle qu'il y a entre a' et a est ouverte : l'eau, venant de la colonne B, y passe; elle entre dans le corps de pompe et y presse le piston de haut en bas; il descend; et, lorsqu'il arrive au bas de la course, le mécanisme que nous avons mentionné, remis en jeu, mais en sens contraire, reporte les deux petits pistons dans leur position première. Le grand piston remonte alors : ainsi successivement.

Sa tige, qui le traverse de part en part et qui descend au-dessous de lui, sort du corps de pompe et devient aussi la tige du piston de la pompe élevant l'eau.

Effet de la machine

340. Puisque celui de la machine reçoit immédiatement tout le poids de l'eau motrice, et que la chute est presque entièrement utilisée, l'effet dynamique doit être, à peu de chose près, exprimé par PH. Mais les résistances passives, lesquelles sont en majeure partie de la nature de celles qui ont lieu dans les pompes, et dont nous traiterons à la section suivante, absorbent une portion considérable de l'action motrice; et d'après des observations de M. Baillet sur les machines des mines de la Hongrie, l'effet utile n'y serait que de 0,33 à 0,46PH.

(1) Voyez les détails de ce mécanisme remarquable dans la *Richesse minérale*, par M. Héron de Villefosse; tom. 3, p. 129, et la planche 44 de l'atlas.

Cependant dans une d'elles, où l'on avait P = $0^{mmm}044$, H = $85^{m}8$, $0^{mmm}0219$ pour le volume d'eau élevé par les pompes en $1''$, et $89^{m}6$ pour la hauteur de l'élévation, l'effet utile était 0,52 PH (1). Les pompes de la machine du Huelgoat n'étant pas encore à la profondeur qu'elles doivent avoir, on ne peut dire quel est l'effet de cette machine; dans quelques essais il a été 0,48 PH : mais on espère qu'il ira à 0,67, lorsqu'elle sera terminée et qu'elle pourra produire tout l'effet auquel elle est destinée.

On voit, d'après ce qui vient d'être dit, que les machines à colonne conviennent particulièrement dans les lieux où l'on a peu d'eau motrice; mais de très-fortes chutes.

ART. 3. *Du Bélier hydraulique.*

ies parties. 341. Cette machine, d'une espèce toute particulière, remarquable par sa simplicité comme par sa manière d'agir, est due à M. Montgolfier, qui prit à son sujet, et en 1797, un brevet d'invention.

Fig. 71. Elle se compose, indépendamment du réservoir alimentaire ou conduit d'amenée M, d'un tuyau ou *corps de bélier* AB, qui porte l'eau à la partie opérante de la machine : cette partie, ou *tête du bélier*, consiste en un court tuyau CD, ouvert, à sa partie supérieure, d'un orifice *e*,

(1) *Traité des machines*, p. 171 et 323. On peut voir, dans ce même ouvrage, diverses espèces de machines à colonne.

contre les bords duquel s'applique la plaque ou *soupape d'arrêt a*, destinée à le fermer : l'extrémité de cette tête porte la soupape ou *clapet d'ascension b :* elle entre dans une cloche dont la partie supérieure demeure pleine d'air et que l'on nomme en conséquence le *réservoir d'air :* il reçoit, dans sa partie inférieure, celle qui est occupée par l'eau, l'extrémité E du *tuyau d'ascension.*

La disposition réciproque, comme la forme des pièces que nous venons de nommer, peut d'ailleurs éprouver des variations; ainsi, elle est tout autre dans la figure 72 que dans la figure 71. Fig. 72. Dans celle-là, aux clapets et soupapes ordinaires, on a substitué des globes ou boulets creux, d'une pesanteur spécifique environ deux fois plus grande que celle de l'eau : ils sont retenus dans une cage de fer, qui leur laisse toutefois le jeu nécessaire.

Je cite, comme exemple, le plus grand de ceux qui ont été exécutés, au moins en France : il a été établi par M. Montgolfier fils, à Mello, auprès de Clermont-sur-Oise. Le corps est un tuyau en fonte de $0^{m}108$ de diamètre intérieur, 33^{m} de long et pesant 1450^{k} : la tête en pèse 200 : la capacité du réservoir d'air n'est que de 6 litres. La soupape d'arrêt présente, sur une platine horizontale, sept ouvertures recouvertes par autant de boulets creux de $0^{m}04$ de diamètre : elle bat 60 coups par minute.

342. Je donne une idée du jeu de cette singulière machine. Jeu du bélier.

Supposons-la d'abord en repos : l'eau se tiendra, dans le tuyau d'ascension, au même niveau que dans le réservoir M : la soupape en *e* sera Fig. 71.

fermée par la pression du fluide contre les parois du bélier; et celle en *b* le sera par son propre poids. Qu'on baisse maintenant la plaque ou *battant* d'arrêt *a*, en pressant sur sa queue : l'eau sortira, par l'ouverture *e*, en vertu de la charge du réservoir : il s'établira, dans le corps du bélier, un courant de A en C; arrivé à la tête, il y prendra un mouvement ascensionnel de *a* en *e*, par suite duquel il poussera, de bas en haut, la plaque *a*, qui ira battre contre les bords de l'ouverture *e*, laquelle se trouvera ainsi brusquement fermée. L'écoulement cessera, il est vrai; mais la colonne fluide AB, en vertu de sa vitesse acquise, agira encore avec toute sa force vive; elle ira heurter, à l'instar d'un bélier, contre le clapet *b*, et elle l'ouvrira : le fluide pénétrera dans le réservoir N; il comprimera l'air qui s'y trouve, et il fera monter l'eau qui était déjà dans le tuyau d'ascension. Elle continuera d'y monter, suivie par celle du réservoir, mais en diminuant progressivement de vitesse, jusqu'à ce que le mouvement imprimé à la colonne AD, graduellement affaibli par l'effet continu de la résistance que lui oppose le ressort de l'air à comprimer et le poids de l'eau à élever, soit entièrement éteint. Alors ces résistances, reprenant le dessus et devenant actives à leur tour, en imprimeront un autre, mais en sens contraire, à l'eau qui était dans le réservoir et dans le bélier : phénomène analogue à celui d'un fluide qui, oscillant dans un tube, redescend après s'y être

élevé à une certaine hauteur. Au premier instant où le mouvement rétrograde commencera, le clapet *b* se fermera : mais, après sa fermeture, le mouvement de D en A se continuera : par suite, il se fera comme un vide sous la soupape d'arrêt; le battant *ae*, pressé par le poids de l'atmosphère, descendra; le collet ou renflement de sa queue, destiné à mettre un terme à la descente, frappera avec force contre la bande qui le retient; et l'orifice *e* se trouvera rouvert. Dès que le mouvement rétrograde sera épuisé, le fluide AD, poussé de nouveau par la charge du réservoir, reviendra sur lui-même; il sortira par l'ouverture *e*, refermera la soupape *a;* et il se reproduira, une seconde fois, un ordre de faits pareil au premier.

Ces ordres se succéderont, sans interruption, tant que le réservoir alimentaire fournira de nouvelle eau, ou jusqu'à ce que sa communication avec la tête du bélier soit interceptée à l'aide d'une vanne ou de toute autre manière.

Rapport de l'effet à force.

343. Le mouvement oscillatoire de l'eau dans le bélier hydraulique, avec l'indication du mécanisme qui le produit et l'entretient, explique bien la cause physique du jeu de la machine; mais ses circonstances sont encore loin d'être assez connues pour fournir des bases à une théorie mathématique. Aussi les essais de quelques savans, de Venturoli entre autres (*Elementi d'idraulica*, §§. 655 - 680), ne sont-ils pas arrivés jusqu'à une expression analytique de l'effet du bélier.

L'expérience même, quoique convenablement interrogée, n'a donné que des notions approximatives à cet égard; et on n'a pu du moins encore en déduire une formule générale et d'une exactitude suffisante. Avant d'exposer ces notions, j'établis la forme du rapport entre l'effet et la force.

Dans l'estimation de l'effet du bélier on n'a pas besoin, comme dans les roues hydrauliques, de prendre en considération la vitesse du mouvement, et, par suite, de tout rapporter à l'unité du tems. L'effet sera le poids de l'eau élevée à une certaine hauteur, en un tems quelconque, mais indiqué; en appelant p ce poids et H_1 cette hauteur, il sera pH_1. La force correspondante, P étant le poids du fluide fourni par le courant dans le même tems, et H la hauteur de la chute, aura PH pour valeur; et par conséquent le rapport égalera $\frac{pH_1}{PH}$. On aura encore $\frac{qH_1}{QH}$, en désignant par q le volume d'eau élevé, et par Q le volume d'eau dépensé; puisque $Q:q::P:p$. Je compterai les hauteurs H et H_1 à partir du milieu du clapet d'ascension; c'est, ce me semble, le point où la puissance lutte contre la résistance. Je remarquerai qu'il n'est et ne sera question, dans cet article, que de l'effet utile; les résistances passives, et surtout celles qui proviennent du choc des soupapes, présenteraient dans leur détermination des difficultés qui rendent impossible celle de l'effet dynamique entier.

344. Le bélier hydraulique ayant pris naissance en France, il était naturel que l'on fît dans ce pays les premières expériences qui devaient en montrer l'effet. Dès l'année 1798 il en fut fait deux en présence d'une commission de l'Institut : ce sont les deux premières du tableau suivant. La troisième a été faite sur un bélier de l'école polytechnique ; la quatrième sur celui que M. Montgolfier lui-même avait établi dans son habitation à Paris (1) ; les trois suivantes se rapportent à des béliers existans aux environs de cette capitale et dont il est fait mention dans le *Traité des machines* (p. 161) : la dernière enfin concerne le bélier de Mello, dont nous avons déjà donné les dimensions. Expériences

NUMÉRO de l'expér.	HAUTEUR de la chute H	HAUTEUR de l'élévat. H_1	EAU, EN 1′, dépensée Q	EAU, EN 1′, élevée q	$\frac{qH_1}{QH}$
	mèt.	mèt.	mèt cub.	mèt. cub.	
1	0,49	3,17	0,285	0,022	0,51
2	0,49	9,66	0,239	0,0056	0,47
3	1,82	11,66	0,049	0,00518	0,672
4	2,60	16,06	0,068	0,00624	0,570
5	10,60	34,10	0,084	0,017	0,651
6	0,98	4,55	1,987	0,269	0,629
7	7,00	60,00	0,013	0,00097	0,671
8	11,37	59,44	0,140	0,0175	0,653

L'ensemble de ces expériences donne 0,65 pour le rapport cherché : c'est-à-dire que l'effet *utile* a été près des deux tiers de la force employée pour l'obtenir : résultat qui ne se présente presque jamais dans les autres machines.

Mais tout ce qui avait été fait sur le bélier hydraulique est comme éclipsé par les belles suites d'expériences qui ont été exécutées à Berlin, en 1804, sur deux béliers différens, par un des plus savans et des plus habiles hydrauliciens de l'Europe, Eytelwein. En suivant un plan raisonné d'avance, il a fait varier graduellement et successivement les dimensions des

(1) Voyez pour ces quatre expériences le *Journal des mines*. Tom. XI, p. 514 et Tom. XVIII, p. 23.

diverses parties de ces machines; il a constaté l'effet produit dans chacun de ces cas, et il en a déduit des règles sur les dispositions et dimensions de ces parties convenables au meilleur effet. (1)

Je donne, dans le tableau suivant, quelques-unes des expériences faites avec le plus grand des deux béliers, tel qu'il était lorsqu'il a été reconnu être disposé de la manière la plus avantageuse. Il avait alors, en

Longueur du corps 13m33
Diamètre 0m0567
Capacité du réservoir d'air 0mmm0088
Aire de l'ouverture de la soupape d'arrêt . . . 0mm0024
Cet aire, dans la 1.re expérience, s'élevait à . 0mm0040

Les deux soupapes étaient d'ailleurs disposées ainsi qu'il est indiqué dans la fig. 71.

NOMBRE de battemens en 1'.	HAUTEUR		EAU, EN 1',		$\frac{qH_1}{QH}$ d'après	
	de la chute H	de l'élévat. H_1	dépensée Q	élevée q	l'expér.	la formule.
	mèt.	mèt.	mèt. cub.	mèt. cub.		
66	3,066	8,017	0,0484	0,0154	0,900	0,97
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
54	3,099	9,86	0,0635	0,01742	0,873	0,92
50	3,027	11,78	0,0546	0,01192	0,850	0,87
52	2,437	9,86	0,0371	0,00767	0,847	0,85
45	2,661	11,78	0,0498	0,00952	0,845	0,84
42	2,262	11,78	0,0451	0,00682	0,787	0,78
36	1,843	11,78	0,0404	0,00478	0,754	0,71
26	1,386	9,86	0,0238	0,00225	0,672	0,67
31	1,543	11,76	0,0366	0,00320	0,667	0,65
23	1,255	11,78	0,0505	0,00295	0,548	0,56
17	0,915	9,81	0,0491	0,00218	0,473	0,51
15	0,981	11,78	0,0561	0,00165	0,352	0,45
14	0,758	11,78	0,0548	0,00100	0,284	0,32
10	0,601	11,78	0,0446	0,00041	0,181	0,18

Résultats obtenus.

345. La première des expériences de ce der-

(1) *Observations sur les effets et l'application avantageuse du bélier hydraulique, par Eytelwein.* Traduit de l'allemand.

nier tableau est des 1123 qui ont été faites par Eytelwein, celle qui a donné le plus grand effet: il a été, en effet utile seulement, les 0,90 de la force employée à la produire : aucune machine n'a donné un résultat aussi avantageux; et, sous ce rapport, le bélier tient incontestablement le premier rang.

Mais cet avantage que l'on a lorsque la hauteur de l'élévation est peu considérable, comparativement à la chute, diminue à mesure que cette hauteur augmente, et il finit par être au-dessous de celui des autres machines. Un simple coup d'œil jeté sur la pénultième colonne du tableau suffit pour le montrer, les expériences y ayant été rangées dans l'ordre de la grandeur des élévations, comparativement à celle des chutes. Ainsi, dans le bélier, le rapport de l'effet à la force n'est pas constant; il diminue à mesure que la hauteur de l'élévation augmente.

Quelle est la relation entre ce rapport et cette élévation? Personne n'était plus propre à la déterminer que l'auteur même des expériences : il l'a cherchée, mais il n'a pu obtenir une expression générale et satisfaisante. En observant toutefois que le rapport de l'effet à la force dépend principalement de celui H à H_1, il l'a donné, d'une manière assez approximative, pour la plupart des cas, par la formule, d'ailleurs très-simple, $1{,}12 - 0{,}2\sqrt{\frac{H_1 - H}{H}}$.

Avec un peu plus de simplicité et d'exactitude

encore, on pourrait admettre, pour les expériences faites à Berlin,

$$\frac{qH_1}{QH} = 1{,}42 - 0{,}28\sqrt{\frac{H_1}{H}}.$$

C'est à l'aide de l'expression qui forme le second membre de cette équation, qu'ont été calculés les nombres de la dernière colonne du tableau ci-dessus : ceux de la pénultième sont le résultat de l'expérience. Il y a à peu près égalité lorsque l'élévation est de quatre à neuf fois plus grande que la chute : mais, en-deçà, comme au-delà de ces limites, les résultats du calcul sont généralement trop forts.

Expression de l'effet.

346. L'équation ci-dessus, ayant été déduite d'expériences qui se rapportent en quelque sorte au *maximum* d'effet des béliers, donnera habituellement des produits trop grands. On les aura d'une manière assez exacte en réduisant d'environ un sixième le coefficient numérique, et en établissant

$$qH_1 = 1{,}20\,Q(H - 0{,}2\sqrt{H.H_1}).$$

Appliquons cette formule à celles des expériences ci-dessus qui ont donné le plus grand effet : cet effet étant réduit à la seconde de tems, on a, pour la

6.e Exp. du n.° 343	$22^{km}17$	au lieu de . . .	$20^{km}40$
8.e Exp. (bélier de Mello)	17, 25	. . . . .	17, 33
1.re Exp. du n.° 344	2, 01	. . . . .	2, 06

Dimensions des parties principales d'un bélier.

347. Je renvoie au mémoire d'Eytelwein pour les discussions relatives aux dimensions respectives à donner aux diverses parties d'un bélier

hydraulique; et je me borne à noter les principaux résultats obtenus.

1.° Une grande longueur du corps du bélier est avantageuse à l'effet; et il ne faut pas la réduire au-dessous des trois quarts de la hauteur à laquelle l'eau doit être élevée.

2.° Le diamètre de ce corps sera convenablement donné par l'expression $1{,}7\sqrt{Q}$, Q étant le volume d'eau fourni par le courant moteur en $1''$.

3.° Celui du tuyau d'ascension pourra être moitié moindre.

4.° Quoique le réservoir d'air soit nécessaire au bon effet du bélier, sa capacité ne paraît pas y avoir d'influence : on la fera égale à celle du tuyau d'ascension.

5.° Les deux soupapes doivent être très-rapprochées l'une de l'autre : peu importe d'ailleurs que celle d'arrêt soit en amont ou en aval du réservoir d'air.

6.° Il est essentiel que l'ouverture de cette soupape ne soit pas plus petite que la section du corps du bélier : mais du moment qu'elle a atteint cette égalité, ou qu'elle l'a un peu dépassée, son augmentation n'accroît plus l'effet.

7.° Il serait diminué par le poids du battant, s'il excédait une certaine limite.

Un exemple va montrer la manière d'appliquer les observations que nous venons de faire.

On veut avoir à 16^m d'élévation un pouce d'eau ou 14 litres par minute : la hauteur de la chute est de 1^m90. Il faut assi-

gner le volume d'eau nécessaire pour produire cet effet et les principales dimensions du bélier à établir.

On a ici $H = 1^m90$, $H_1 = 16^m$ et $q = 0^{mmm}014$.

L'équation du n.° 346 donne $Q = \frac{0{,}014 \times 16}{1{,}20(1{,}9 - 0{,}2\sqrt{1{,}9 \cdot 16})} = 0^{mmm}235$ par minute. Pour prévenir tout mécompte, on le portera à 0,25; et l'on aura par seconde $Q = 0^{mmm}00417$.

On donnera au bélier environ 20^m de long.

Son diamètre sera $0^m110 (= 1{,}7\sqrt{0{,}00417})$.

On fixera à 0^m06 celui du tuyau d'ascension.

Le réservoir d'air aura une capacité de $0^{mmm}045$: c'est $\pi'(0{,}06)^2 \times 16$.

La section du corps du bélier étant de $0^{mm}0095$, on donnera $0^{mm}011$ à l'ouverture de la soupape d'arrêt; mais comme elle est traversée par la bande de métal qui tient le battant, on portera son diamètre à 0^m14.

Celui du battant sera de 0^m15. On élèvera son poids jusqu'à 1^k : il sera en laiton, et l'épaisseur de la plaque aura 0^m005.

Celle du clapet d'ascension ira à 0^m007.

Observation sur l'usage du bélier.

348. Le bélier hydraulique n'a encore été employé qu'à élever d'assez petites quantités d'eau, et par suite qu'à produire de petits effets. Le plus grand qu'Eytelwein ait obtenu, dans ses 1123 expériences, n'a été que de 29 litres élevés, en une minute, à 7^m: c'est $3^{km}4$ en $1''$. Les plus grands, pour les béliers établis en France, n'ont été, ainsi que nous venons de le voir (346), que de 17 et 20^{km}: ce n'est que moitié de l'effet rendu par un cheval attelé à un manége.

Le bélier pourrait-il être également employé à élever de grands volumes d'eau? C'est douteux. Le choc violent des soupapes, les fortes secousses que donne la machine ébranlent ses supports. On tâche de réduire ces secousses en augmentant le poids du bélier, en donnant plus d'épaisseur que d'ordinaire aux tuyaux qui le composent : on diminue bien par là les pertes d'effet provenant des mouvemens de la machine, mais on ne remédie que jusqu'à un certain point au mal. Dans les grands béliers, les fortes maçonneries et charpentes employées à les contenir, sont elles-mêmes ébranlées et dé-

gradées au bout de quelque tems. De sorte qu'il est bien à craindre que l'usage de cette machine, d'ailleurs si remarquable, ne demeure restreint; qu'il ne se borne à satisfaire les besoins en eau d'une grande habitation ou d'une manufacture.

Indicatio de la for des diver machine

349. Terminons cette section sur les machines hydrauliques par mettre à même de répondre à une demande qui est bien souvent faite : Quelle est la force de telle et telle machine?

Ce qu'on appelle, dans les usines, *force d'une machine*, est la force dynamique qui lui est réellement imprimée par le moteur, et qui est égale à la somme des résistances vaincues, c'est-à-dire à l'effet total produit (234-237).

Il n'y a qu'un seul moyen d'avoir cette force, d'une manière directe et certaine, pour une machine donnée. C'est, après avoir noté et la vitesse de sa première pièce, celle qui reçoit immédiatement l'eau motrice, roue hydraulique ou machine à colonne, etc., et la quantité d'eau fournie par le courant, d'isoler cette première pièce des autres, en les désengrenant, désembrayant, etc.; puis, de lui rendre cette même eau et de lui faire élever différens poids, jusqu'à ce qu'un d'eux lui procure la vitesse qu'elle avait primitivement : ce poids, multiplié par la hauteur de l'élévation, indiquera la force demandée. Mais comment faire élever ces poids à une roue, par exemple? Ce ne saurait être à l'aide d'une corde qui s'enroulerait sur son arbre tournant: ce moyen, que Smeaton, M. Poncelet, etc., ont employé avec succès pour de petits modèles, ne peut l'être pour de grandes machines. Ce sera à l'aide du frein dynamométrique de M. de Prony (263) ou d'autres : toutefois, il se présentera ici des difficultés et des embarras: de plus, il n'est guère possible d'isoler entièrement la première pièce, à laquelle on adapte le frein, de toutes les autres; quelques-unes de celles-ci se mouvront encore avec elle; il faudra calculer leurs résistances passives; les résultats du calcul se mêleront alors à ceux de l'expérience, et ils altéreront la certitude du résultat final.

A défaut d'un tel moyen, il faudra avoir recours aux formules que nous avons données; et déterminer par leur secours

l'effet total ou la valeur de E propre à la machine en question.

Ce mode aura encore ses difficultés et ses incertitudes, notamment en ce qui concerne la valeur numérique de quelques-unes des quantités qui entrent dans les formules : et lorsqu'il ne s'agira que d'une approximation, et ce n'est pas habituellement autre chose que l'on demande ou que l'on peut donner, on lui en substituera un bien plus simple. Il consiste à prendre la force entière PH du courant employé, et à en conclure E, à l'aide de la relation générale $E = m\,PH = 1000\,m\,QH$ (238). Le volume Q de l'eau fournie par le courant en 1″ se déterminera par un des moyens indiqués aux n.os 127, 136, 138, etc. ; et la chute H jusqu'au bas de la roue se mesurera directement. Le coefficient m varie, il est vrai, non-seulement d'une espèce de machine à l'autre ; mais encore, dans la même espèce, d'une machine à l'autre ; et même, pour la même machine, d'un jour, d'un instant à l'autre, selon qu'elle est plus ou moins bien tenue, ou qu'elle est menée plus ou moins vite : toutefois, on peut prendre des limites pour les machines d'une même espèce, et c'est entre ces limites que l'on mettra la machine donnée à la place qui paraîtra lui convenir.

Cette machine ne sera d'ailleurs que la roue hydraulique qui meut la machine entière, moulin, filature, laminoir, etc. ; peu importe la nature de celle-ci. Je rappelle que, dans les usines, la force des machines s'estime en chevaux-vapeur ; et qu'elle est alors $\frac{1000}{75}\,m$QH (233).

Pour une

Machine parfaite, m étant 1 (239), ce serait 13QH.

Roue à augets, bien disposée, recevant l'eau sur le sommet, lequel est censé n'être qu'à quelques décimètres au-dessous du niveau du réservoir (303), on a . . . . . 10QH.

Roues à augets recevant l'eau au-dessous du sommet (307) : turbines (325 et 335) ; machines à réaction (334), de . . . . . 8 à 10QH.

Roues à aubes dans un coursier courbe, h étant la hauteur du réservoir au-dessus du sommet de coursier (313), de . . . . . 8 à 10Q(H—o,6h).

Roues verticales à aubes courbes (319); machines à colonne (340), de . . . . . 7 à 9QH.

Roues à augets ordinaires, ayant sur le sommet une hauteur d'eau h (302), de . . . 7 à 9Q(H—0,6h).

Roues horizontales à aubes courbes frappées par une veine isolée (277), de . . . . . 4 à 5QH.

Roues verticales à aubes planes dans un coursier rectiligne, ou courbe sur une fort petite longueur (261); roues horizontales dans une cuve (324), de . . . . . 2 à 4QH.

Qu'on ait, par exemple, à assigner la force d'un marteau de grosse forge mu par une roue à augets de $2^{m}80$ de diamètre: pendant le mouvement, le niveau du réservoir est moyennement à $1^{m}10$ au-dessus de son sommet, et la dépense est de $0^{mmm}38$ en 1″. Ici $Q=0,38$; $H=2,80+1,1=3,90$ et $h=1,10$: une roue de marteau étant une de celles qui gaspillent le plus l'eau, on prendra le plus faible des coefficiens concernant les roues à augets: ce sera 7 ($=m$): et on aura, pour la force demandée, $7\times0,38(3,90-0,6\times1,1)=8,62$ chevaux.

QUATRIÈME SECTION.

DES MACHINES A ÉLEVER L'EAU.

350. Nous allons, encore ici, traiter de machines hydrauliques; mais d'un genre *différent* de celles dont il a été question dans la section précédente : là, l'eau était le corps moteur, la puissance; ici, elle sera le corps mu, la résistance. Nous dirons encore dans cette circonstance, que nous sommes loin de vouloir nous occuper de toutes les machines qu'on a employées ou imaginées pour élever de l'eau, mais seulement de celles dont l'usage est habituel : ce sont *les pompes*, la *vis d'Archimède*, et les machines à seaux, telles que les *norias*, les *chapelets*, les *roues à godets* et *à tympan*.

CHAPITRE PREMIER.

DES POMPES.

Parties des pompes.

351. Une pompe consiste en un cylindre ou *corps de pompe*, dans lequel se meut, d'un mouvement de va-et-vient, une sorte de bouchon ou *piston*, et auquel s'adaptent un ou deux

tuyaux cylindriques; l'un, en dessous, est le *tuyau d'aspiration;* l'autre, en dessus ou par côté, est le *tuyau d'ascension.* L'ouverture supérieure du premier est recouverte d'une plaque ou *soupape* qui se lève et se baisse alternativement suivant les circonstances du mouvement: on en a encore une seconde, ou sur le piston, ou à l'ouverture inférieure du tuyau d'ascension.

Je n'entrerai point dans les détails relatifs à la confection et au placement de ces diverses parties des pompes; on les trouvera dans l'*Architecture hydraulique* de Bélidor, et dans quelques ouvrages spéciaux; je me bornerai à rappeler ce que chacune d'elles présente de plus important.

352. Le corps de pompe est un cylindre que l'on faisait autrefois en forant et évidant une pièce de bois, que l'on coule presque toujours maintenant en fonte de fer ou mieux encore en bronze, et dont la surface intérieure doit être parfaitement lisse et alésée. Son diamètre détermine la force de la pompe: s'il est au-dessous de 0^m12, elle est petite; elle est forte, s'il est au-dessus de 0^m33; rarement dépasse-t-il 0^m40, et très-rarement 0^m50. La longueur du corps n'excède que de peu celle de la *course* ou *levée* du piston. Corps de pomp

353. Le piston est la pièce la plus délicate d'une pompe, celle qui exige le plus de soins, et d'où dépend principalement le bon effet de la machine. Sa forme a été variée d'un grand Piston

nombre de manières ; je ne m'arrête que sur celles qui me paraissent mériter la préférence dans la pratique ordinaire.

Le plus simple des pistons est un morceau de bois de charme, de la forme indiquée par la
Fig. 73. fig. 73, et dont la surface latérale est convexe : sa partie supérieure A, disposée en forme d'anse, est traversée par la *tige* qui sert à le lever et à le baisser ; et le corps en est percé d'une ouverture cylindrique dont le diamètre sera à peu près moitié de celui du corps de pompe. Plus souvent on donne aux pistons la forme de celui qui est
Fig. 74. représenté à la fig. 74 : c'est encore un morceau de bois de charme évidé et que l'on a fait bouillir dans de l'huile : il est traversé par deux boulons qui font partie de l'étrier en fer auquel s'adapte la tige. Dans quelques espèces de pompe (fig. 76), le piston est plein.

La surface extérieure de tous porte une *garniture* destinée à interrompre toute communication entre l'eau ou l'air qui est au-dessus, et l'eau ou l'air qui est au-dessous. Il faut qu'elle soit assez serrée contre les parois du corps de pompe, pour que l'interruption soit complète : mais il ne faut pas qu'elle le soit beaucoup plus ; elle donnerait alors lieu à un frottement, qui consommerait, sans effet utile, une partie de l'action motrice. Dans les pompes les plus communes, elle ne consiste qu'en une bande de gros cuir qui entoure et dépasse un peu la partie supérieure du corps du piston (fig. 73), en s'éva-

sant vers le haut : c'est le bord supérieur de cette espèce de collet qui, étant pressé par le poids de l'eau ou de l'atmosphère, s'applique contre les parois du corps de pompe et interrompt la communication entre le dessus et le dessous. Dans d'autres pistons (fig. 74), le collet en cuir est maintenu par un anneau de cuivre, dont une face taillée en biseau assure l'évasement convenable : au bas du piston est un second anneau de même matière ; et l'enfoncement qui demeure entre eux est garni de mèches de chanvre trempées dans du suif fondu ; elles entourent le milieu, sont un peu en saillie, et frottent en conséquence contre le corps de pompe. Souvent encore le piston est en fonte, et il n'a d'autre garniture que le revêtement latéral formé par des étoupes suivées, ou par des anneaux de cuir gras placés les uns sur les autres : au-dessus est un anneau métallique, qui peut être baissé à l'aide d'un écrou convenablement adapté à la tige ; par son moyen, les étoupes ou les cuirs peuvent toujours être tenus pressés contre le corps de pompe autant qu'il est nécessaire.

Dans les établissemens bien soignés, au lieu des pistons dont il vient d'être question, on emploie, depuis quelques années, de longs cylindres en cuivre jaune, tournés et bien polis, lesquels montent et descendent dans une *boîte à étoupes* (*stuffing-box*), placée sur le haut du corps de pompe, et disposée de la manière suivante (voyez fig. 80) : Sur le fond de la boîte,

qui est la bride ou collet du corps, on pose un anneau de bronze dont la partie supérieure est en coin : dessus, et les uns sur les autres, on enroule plusieurs tords de mèches de chanvre trempées dans du suif fondu, auquel on a ajouté un peu d'huile : on les recouvre ensuite d'un second anneau de bronze, dont la face inférieure est inclinée vers l'extérieur : enfin, on place le couvercle de la boîte ; il est traversé par des boulons à vis, qui traversent aussi le fond ; lorsqu'on les serre, le couvercle et l'anneau supérieur baissent ; ils pressent les étoupes, et les portent contre le cylindre-piston. Souvent le fond et le couvercle de la boîte sont faits de manière à remplir l'office des anneaux dont nous avons parlé, et dont l'emploi devient alors superflu.

Je ne dirai rien des garnitures de pistons en liteaux : elles me paraissent peu convenir aux pompes proprement dites.

Soupapes. 354. Les soupapes généralement usitées sont de deux sortes.

Les unes, troncs de cône d'une très-petite hauteur, sont de simples plaques circulaires en laiton, dont la surface supérieure est un peu plus grande que l'inférieure : elles entrent et s'emboîtent parfaitement dans l'ouverture qu'elles sont destinées à fermer. Dessous est une queue ou tige qui traverse une bride, et qui est terminée par un *bouton d'arrêt* : elle les maintient dans leur position. Ce sont les *soupapes à coquille* (voyez fig. 76 en *b*).

Les autres, *soupapes à clapets*, ou simplement *clapets*, consistent d'ordinaire en une rondelle de gros cuir gras, retenue sur la plaque ou le tuyau dont elle doit fermer l'ouverture, par une petite bande de peau qui sert de charnière. Dans les pompes les plus communes, on se contente de clouer sur la rondelle de cuir une plaque de plomb, qui maintient sa forme plane et la charge d'un poids suffisant. Mais ordinairement le cuir est compris entre deux platines de fer ou de cuivre; celle de dessus est un peu plus grande que l'ouverture à fermer, et celle de dessous un peu plus petite, ainsi qu'on le voit en M (fig. 75). Assez souvent, dans les grandes pompes, les clapets sont de simples plaques de laiton d'environ un centimètre d'épaisseur, et qui se meuvent autour d'une charnière ordinaire; mais quelques grains de sable, ou autres petits corps, peuvent gêner le mouvement ou nuire à une exacte fermeture. Lorsque les ouvertures sont grandes, on les divise en deux ou trois compartimens, dont chacun est recouvert par une plaque particulière : la figure 80 présente de tels doubles et triples clapets.

Les clapets sont en général préférés aux coquilles.

Dans l'établissement des uns et des autres, il faut, tout en conservant la solidité nécessaire, condition de première importance, faire que leur surface supérieure, celle qui doit être pressée de haut en bas par le fluide, excède aussi peu que

possible en grandeur la portion de la surface inférieure susceptible d'être pressée de bas en haut, portion qui est l'ouverture même à recouvrir.

Les soupapes étant assez souvent dans le cas d'être réparées ou regarnies, il est des circonstances où il devient essentiel de faire promptement ces opérations; par exemple, dans les machines destinées à l'épuisement des eaux d'une mine dont les travaux inférieurs sont en exploitation. Pour se ménager une telle facilité, on renfle, sur une hauteur d'environ 0^m30, les parties de la pompe qui sont immédiatement au-dessus des soupapes (voyez fig. 79): ces renflemens, appelés *chapelles*, sont fermés par une porte ou plaque de fonte, que l'on ouvre lorsqu'on veut réparer ou changer une soupape.

Tuyaux. 355. Le tuyau d'aspiration ne peut avoir guère plus de 8^m de hauteur verticale, ainsi que nous le verrons bientôt; et sa longueur doit différer le moins possible de cette hauteur. Son diamètre est presque toujours plus petit que celui du corps de pompe; il en est les deux tiers ou la moitié; mais, il ne convient pas de le réduire davantage, à moins d'y être contraint par quelque considération particulière.

Il en est de même du diamètre du tuyau d'ascension. Quant à sa longueur, elle n'a d'autre limite que celle de la force motrice dont on peut disposer: elle est de 235^m aux pompes de la mine de Huelgoat en Bretagne.

356. Après ces généralités sur les pompes, venons aux caractères qui les distinguent les unes des autres. Espèces de pompe.

Leur piston élève l'eau : soit en aspirant l'air qui se trouvait d'abord au-dessous de lui; soit en foulant l'eau dans le tuyau d'ascension; soit des deux manières réunies : de là l'ancienne division des pompes, en *pompes aspirantes*, *pompes foulantes*, et *pompes aspirantes et foulantes.*

ART. 1.er *Des pompes aspirantes.*

357. Les parties essentielles d'une pompe aspirante sont un corps de pompe A; un tuyau d'aspiration B, dont l'extrémité plonge dans le puisard contenant l'eau à élever; un piston C percé dans le milieu; et deux soupapes, l'une *a* couvrant l'ouverture du piston, et l'autre *b* placée sur le haut du tuyau d'aspiration : cette dernière porte le nom de *soupape dormante.* Fig. 75

Ordinairement on évase l'extrémité inférieure du tuyau; et on l'entoure d'un grillage destiné à retenir les corps que l'eau pourrait y amener: d'autres fois on renfle cette extrémité, et on la perce de petits trous (fig. 76).

Sans m'arrêter à décrire le jeu de la pompe aspirante, qui est universellement connu, et dont ce qui suit fera connaître les circonstances qui se réfèrent principalement à notre objet, je passe aux considérations d'où l'on déduit les règles pour le bon établissement de cette machine.

Hauteur à laquelle l'eau peut s'y élever.

358. Qu'on prenne un tuyau de 12^m de long, par exemple; qu'on le place verticalement de manière que son extrémité inférieure, à laquelle on aura adapté un piston, plonge dans un puisard. Si on lève le piston, l'eau le suivra; et elle montera dans le tuyau jusqu'à une hauteur telle que le poids de sa colonne soit égal à celui d'une colonne de l'atmosphère reposant sur le puisard et ayant même base. Là, elle s'arrêtera; et si le piston continue de monter, il se fera un vide parfait entre lui et la surface de l'eau élevée. Désignons par b la hauteur d'un baromètre placé dans ce lieu; en supposant que le mercure de cet instrument soit réduit à zéro de température thermométrique, 13,6 sera sa pesanteur spécifique, et $13{,}6b$ exprimera la longueur de la colonne dans le tuyau : ce sera la plus grande hauteur à laquelle l'eau puisse être élevée par aspiration. Au niveau de la mer, où le baromètre se tient moyennement à 0^m762, cette hauteur sera, terme moyen, de 10^m36; elle variera d'ailleurs, dans nos latitudes, entre 10^m et 10^m70.

359. Surmontons maintenant le même tuyau d'un corps de pompe muni de sa soupape dormante, et dans lequel on aura placé le piston. Déterminons la hauteur à laquelle il pourra élever l'eau, par son jeu alternatif et en aspirant.

Désignons par k la hauteur ($13{,}6b$) de la colonne d'eau représentant la pression atmosphérique, par E l'espace compris entre la soupape dormante et le piston lorsqu'il est au haut de sa course, et par e l'espace entre cette même soupape et le bas de la course. Admettons qu'après quelques coups de piston, l'eau soit parvenue, dans le tuyau, à la hauteur $\downarrow$, et que φ soit la force élastique de l'air compris entre la surface

de cette eau et la soupape, c'est-à-dire que φ soit la hauteur d'une colonne d'eau dont le poids mesurerait cette force (419-421) : on aura $\varphi = k - \downarrow$, puisque cette force, plus le poids de la colonne $\downarrow$, fait équilibre à la pression atmosphérique. Le piston étant supposé au bas de sa course, la masse d'air qui se trouve entre lui et la même soupape, dans l'espace e, aura une force élastique égale à celle de l'atmosphère et par conséquent à k. Lorsqu'on lèvera de nouveau le piston jusqu'au haut de la course, cette masse se dilatera et finira par remplir l'espace E : sa densité aura diminué dans le rapport de e à E ; et la force élastique, qui suit la même loi, ne sera plus que $k\frac{e}{E}$. Si la force φ de l'air qui est au-dessous de la soupape se trouve plus grande, elle l'ouvrira (on fait abstraction du poids du clapet ou de la coquille) ; une partie de cet air passera dessus ; φ diminuera et deviendra φ', et l'eau s'élèvera d'une nouvelle quantité dans le tuyau d'aspiration. Lorsque le piston descendra, cette même partie de l'air, ou une partie égale, s'échappera en levant la soupape a ; et il ne restera plus entre lui et la soupape b, ou dans l'espace e, qu'une masse aériforme pareille à la première, ayant toujours k de force. Quand le piston remontera, si l'on a $\varphi' > k\frac{e}{E}$, l'eau s'élèvera encore dans le tuyau. Enfin, lorsqu'après un nombre n d'oscillations du piston, à partir de celle où la hauteur de la colonne élevée était $\downarrow$, l'égalité entre les deux forces, au-dessus et au-dessous de la soupape dormante, sera établie, qu'on aura $\varphi^n = k\frac{e}{E}$, cette soupape ne s'ouvrira plus, et l'eau ne montera pas davantage, quoique le piston continue de jouer. Alors la relation $\varphi^n = k - \downarrow^n$ deviendra $k\frac{e}{E} = k - \downarrow^n$: d'où l'on déduit $\downarrow^n = k\left(1 - \frac{e}{E}\right)$, expression dans laquelle $\downarrow^n$ indique la plus grande hauteur que l'eau puisse atteindre dans un long tuyau d'aspiration.

Il serait en conséquence superflu de donner à ce tuyau une hauteur plus considérable ; il faudra même qu'elle soit sensiblement plus petite, et parce qu'il est nécessaire que l'eau,

en le dépassant, parvienne dans le corps de pompe, et à cause du poids des soupapes; on le fera d'environ deux décimètres moindre.

Lorsque e sera nul, on aura $\downarrow^n = k = 13{,}6\,b$, l'eau s'élèvera ainsi à toute la hauteur à laquelle l'aspiration peut la porter. Mais, dans tout autre cas, $\downarrow^n$ sera moindre; il ne sera que les $\frac{9}{10}$ de $13{,}6\,b$, si $e = \frac{1}{3}$ E. On voit par là combien l'espace qui demeure entre le bas de la course et la soupape dormante est préjudiciable à l'effet de l'aspiration; aussi les Allemands le nomment-ils *espace nuisible* (*schœdlicher Raum*). Il faut le rendre aussi petit que possible, et disposer la machine de manière que le piston, dans sa descente, arrive presque jusqu'à la soupape dormante : il convient cependant de laisser un petit intervalle, afin que, par suite du jeu que prennent toujours les pièces du mécanisme qui meut le piston, il n'aille pas frapper sur cette soupape.

360. Lorsque par l'effet de la moindre hauteur donnée au tuyau d'aspiration, à la $n^{ième}$ levée du piston, un certain volume d'eau aura pénétré dans le corps de pompe, il se présentera un autre ordre de choses. Le volume, qui y restera durant la descente du piston, diminuera d'autant l'espace e: à la levée suivante, l'air se raréfiera encore plus, φ^n diminuera de valeur, l'eau montera encore dans le corps de pompe; et, au bout d'un très-petit nombre de levées, elle remplira entièrement l'espace nuisible. Dès-lors, quand le piston, qui est en contact avec elle, remontera, il tendra à se faire un vide parfait sous lui; elle le suivra, pourvu qu'il ne s'élève pas à plus de $13{,}6\,b$; elle ne l'abandonnera plus, et le jeu de la pompe sera définitivement établi. Toutefois on démontre, d'une manière analogue à celle qui a été employée au numéro précédent, qu'il peut y avoir deux points d'arrêt, si la longueur de la course est plus petite que $\frac{H^2}{4k}$, H étant la hauteur du point le plus élevé de la course au-dessus du réservoir: mais on n'a point à craindre ces arrêts, lorsque la hauteur de l'espace nuisible est petite comparativement à la course.

361. En résumé, et en observant que la hauteur du baromètre, ou la pression de l'atmo-

sphère varie, d'un jour à l'autre, dans le même lieu; et qu'en conséquence, pour qu'une pompe puisse fonctionner en tout tems, on doit admettre la plus faible de ces pressions, nous dirons que, dans l'établissement des pompes aspirantes, il faut 1.° que la limite, que le piston ne saurait dépasser dans son ascension, ne soit pas à plus de $12\,b'$ au-dessus du puisard, b' étant la hauteur moyenne du baromètre dans le lieu où est la pompe; ce sera de 9^m à 8^m selon que l'élévation du lieu au-dessus de la mer sera de cent à mille mètres: 2.° que l'intervalle entre le bas de la course et la soupape dormante ne soit que de quelques centimètres; de cinq, lorsque la longueur de la course excède 0^m50.

A défaut d'observations directes donnant la valeur de b', si l'on connaissait par approximation l'élévation au-dessus de la mer du lieu où est le baromètre, on aurait cette valeur par l'équation $\log b' = -\left\{0{,}1181 - \frac{\epsilon}{18370(0{,}928 + 0{,}184\cos l - 0{,}0000125\epsilon)}\right\}$ ϵ étant cette élévation, et l la latitude: pour la France et pour des élévations au-dessous de 500^m, avec toute l'exactitude que comporte une telle matière, on aurait simplement $b' = 0^m762 - 0{,}0000089\epsilon$.

Si au lieu de supposer, ainsi que nous l'avons fait, que le mercure est à 0°, on le prend à la température moyenne de 12°, la hauteur moyenne du baromètre sera $0^m7636 - 0{,}00009\epsilon$. Je remarquerai, en passant, qu'une telle hauteur donne le terme du *variable* dans le baromètre regardé comme pronostiquant les changemens de tems.

Pomp élévatoi

362. La limite supérieure que nous venons d'assigner à la course du piston, concerne les pompes aspirantes proprement dites, où l'eau est versée par un dégorgeoir fixé sur le corps

de pompe au niveau du point le plus élevé de la course. Mais habituellement ce point n'est établi, au-dessus du puisard, qu'à 5, 6 ou 7^{m}, suivant les circonstances locales; et, pour ne rien perdre de la hauteur à laquelle l'eau doit être versée, on prolonge le corps de pompe par un tuyau montant à l'extrémité duquel se place le dégorgeoir. Le piston, dans son ascension, porte sur lui et élève toute la colonne fluide contenue dans ce tuyau. Lorsque la hauteur de ces machines n'excède 10^{m} que de quelques mètres, ce sont des *pompes aspirantes surhaussées* (les *hohe Sætze* des Allemands). Mais si elle dépasse 20^{m}, elles prennent le nom de *pompes élévatoires*: leur hauteur est illimitée; on en cite une, établie dans les salines de la Bavière, qui porte son eau, d'un jet continu, à 370^{m} d'élévation.

De telles machines sont aujourd'hui fréquemment employées à l'épuisement des eaux qui se rassemblent au fond des puits de mine : une seule y fait le service qui était autrefois effectué par dix et quinze pompes simplement aspirantes placées, en répétition, les unes sur les autres. Celles, où le tuyau d'ascension n'a pas été dévié de la verticale passant par le corps de pompe, et où par conséquent la longue tige du piston est renfermée dans ce tuyau, occupant peu d'espace en largeur, conviennent surtout aux puits très-étroits : elles servent exclusivement pour extraire les eaux des puits forés avec la sonde; et c'est à l'aide de tels puits et de telles pompes

n'ayant que 0^m08 de diamètre qu'on exploite aujourd'hui les sources salées de certains pays. Le diamètre du corps de pompe y est un peu plus petit que celui du tuyau d'ascension; de manière que lorsque le piston en a été enlevé, pour les fréquentes réparations dont il a besoin, il puisse y être facilement introduit par le haut.

Charge d' sur le pist

363. *Quelle que soit la hauteur à laquelle une pompe verse son eau, quels que soient le diamètre et l'inclinaison des tuyaux d'aspiration et d'ascension, le piston porte toujours une charge d'eau égale au poids d'une colonne de ce fluide qui aurait pour base celle du piston même, et pour hauteur la différence de niveau entre la surface du puisard et le point de versement.* Soient, en effet, H cette différence de niveau et D le diamètre du piston : observons ce piston en un point quelconque de son mouvement, et désignons par h la distance verticale entre ce point et celui du versement, et par h' l'élévation de ce même point au-dessus du puisard; on a toujours $h + h' = H$. Le piston sera pressé de haut en bas par le poids de l'atmosphère et par celui de la colonne d'eau qui est au-dessus de lui; c'est $1000\pi' D^2(k+h)$: il sera en outre pressé de bas en haut par le poids de la colonne atmosphérique diminué du poids de la colonne d'eau qui est au-dessous de sa base, c'est-à-dire par $10000\pi' D^2(k-h')$. Ces deux pressions étant opposées, leur résultante ou la charge effective du piston sera $1000\pi' D^2(k+h)$

$-1000\pi' D^2(k-h') = 1000\pi' D^2(h+h') = 1000\pi' D^2 H$, conformément à l'énoncé du théorème.

Les diamètres des tuyaux d'aspiration et d'ascension n'entrent point dans cette expression, et la charge en est indépendante, par suite de ce principe d'hydrostatique : lorsqu'un vase renferme un liquide, la pression qui a lieu sur le fond ne dépend que de la grandeur de ce fond et de la hauteur verticale du liquide au-dessus de lui, soit que le vase ait une forme prismatique, soit que sa partie supérieure se réduise en un tuyau long et étroit, soit qu'elle présente un large évasement.

Résistances passives.

364. Indépendamment de la charge dont il vient d'être question, et qui correspond à l'effet utile de la machine, la force destinée à élever le piston aura encore à vaincre les résistances passives provenant,

1.° Du frottement du piston contre les parois du corps de pompe;

2.° Du frottement de l'eau contre ces mêmes parois et contre celles des tuyaux;

3.° De l'étranglement de la veine fluide à son entrée dans le tuyau d'aspiration et à son passage par l'ouverture de la soupape dormante;

4.° Du poids de cette soupape;

5.° Enfin, de l'inertie de la masse d'eau à mouvoir.

Une détermination rigoureuse de ces résistances est impossible. Les appréciations que nous allons en faire ne doivent être regardées que comme de simples approximations, où nous avons surtout évité de pécher en moins.

365. Ce frottement dépend : Frottement du piston.

1.° Du nombre de points du pourtour du piston en contact avec les parois du corps de pompe, nombre qui est proportionnel au diamètre ou à D. (On n'a point égard à la hauteur du pourtour, par les mêmes raisons que dans le frottement on n'a point égard à l'étendue des surfaces : ici, à chaque filet fluide pressant correspond un seul point du pourtour.)

2.° De la pression de chacun de ces points contre les parois. Lorsque la garniture du piston consiste en un simple collet de cuir évasé, son bord supérieur étant poussé contre le corps de pompe par la colonne d'eau élevée, la pression est proportionnelle à H. Dans les autres cas, et en général la garniture devra être d'autant plus serrée contre le corps de pompe, que l'eau fera un plus grand effort pour passer entre elle et lui : et cet effort est encore proportionnel à H.

3.° Du poli des surfaces frottantes.

En conséquence, le frottement du piston sera exprimé par μDH, μ étant un nombre à déterminer à l'aide de l'expérience, et qui dépendra principalement du poli des parois du corps de pompe.

Je ne connais aucune observation positive faite à ce sujet, et j'admettrai, d'après les auteurs allemands, comme valeur approximative de μ, pour des corps de pompe, en

Laiton bien poli	7^k
Fonte simplement forée	15
Bois assez lisse	25
Bois dégradé par l'usage	50

366. L'eau qui se meut dans les tuyaux des pompes y éprouve une résistance de même nature que celle de l'eau qui coule dans les tuyaux de conduite ; avec cette différence cependant que, dans les pompes, toutes les molécules se meuvent avec une vitesse à peu près égale, qui est celle du piston ; tandis que dans les conduites la vitesse des molécules voisines des parois, et d'où dépend le frottement, est moindre que la vitesse moyenne, celle qu'on a introduite dans les formules. De sorte que si l'on veut se servir de ces mêmes formules (153, 154) pour les pompes, il faudra y admettre une vitesse plus grande que celle du piston, dans le rapport de la vitesse près Frottement de l'eau.

les parois à la vitesse moyenne des conduites. Dubuat, après avoir fait cette remarque (*Principes d'hydr.*, §. 305), propose de prendre pour ce rapport celui qu'il a trouvé entre la vitesse du fond et la vitesse moyenne de l'eau qui coule dans un canal : et, d'après ce qui a été dit au n.° 114, cette vitesse moyenne serait $v' + 0{,}165\sqrt{v'} + 0{,}0136$, ou simplement $v' + 0{,}17\sqrt{v'}$, v' étant la vitesse du fond. En conséquence, à la quantité v des formules du mouvement de l'eau dans les conduites, on substituerait $v + 0{,}17\sqrt{v}$, où v représenterait la vitesse du piston.

D'après cela, si D est le diamètre du corps de pompe et L sa longueur, on aura pour expression du frottement que l'eau y éprouve, c'est-à-dire, pour la hauteur de la colonne d'eau dont le poids exprime la résistance due à ce frottement, $0{,}00137\frac{L}{D}\left[(v+0{,}17\sqrt{v})^2+0{,}055(v+0{,}17\sqrt{v})\right]$, ou, plus simplement mais moins exactement, $0{,}00143(v+0{,}17\sqrt{v})^2\frac{L}{D}$. De même, si D′ représente le diamètre du tuyau d'aspiration et L′ sa longueur, et en observant que la vitesse de l'eau y est plus grande qu'au corps de pompe dans le rapport de D^2 à D'^2, on aura, pour ce tuyau, $0{,}00143(v+0{,}17\sqrt{v})^2\left(\frac{D}{D'}\right)^4\frac{L'}{D'}$. Dans une pompe élévatoire, où D″ serait le diamètre du tuyau d'ascension et L″ sa longueur, on aurait encore $0{,}00143(v+0{,}17\sqrt{v})^2\left(\frac{D}{D''}\right)^4\frac{L''}{D''}$. C'est le piston qui doit vaincre ces résistances; c'est sur sa base que pèsent les colonnes d'eau dont nous venons de donner la hauteur : ainsi, la valeur absolue des résistances provenant du frottement de l'eau contre les parois de la pompe sera

$$1000\pi D^2.0{,}00143(v+0{,}17\sqrt{v})^2\left[\frac{L}{D}+\frac{L'}{D'}\left(\frac{D}{D'}\right)^4+\frac{L''}{D''}\left(\frac{D}{D''}\right)^4\right]$$

Résistance due aux étranglemens.

367. Pour plus de simplicité, nous déterminerons la résistance à chacun des étranglemens que la colonne fluide éprouve dans les pompes, d'après le principe, qu'une telle résistance est représentée par la hauteur due à la vitesse de l'eau lors de

son passage par l'étranglement, moins la hauteur due à la vitesse que le fluide avait immédiatement avant.

Pour l'étranglement à l'entrée du tuyau d'aspiration, en appelant m le coefficient de contraction, lequel variera de 0,82 à 0,95 (46) suivant la forme de l'évasement, et en observant que la vitesse ascensionnelle de l'eau dans le puisard est nulle, on aura $\frac{v^2}{2gm^2}\left(\frac{D}{D'}\right)^4$.

Pour celui qui a lieu à l'ouverture de la soupape dormante, si on désigne par s la section ou l'aire de cette ouverture, par m' le coefficient de contraction y relatif, et par γv la vitesse de l'eau immédiatement avant, et se rappelant que $\pi' D^2$ est la section du piston, il vient $\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\pi' D^2}{m' s}\right)^2 - \frac{\gamma^2 v^2}{2g}$.

Ainsi la résistance absolue provenant des deux étranglemens sera

$$1000\pi' D^2 \frac{v^2}{2g}\left[\frac{1}{m^2}\left(\frac{D}{D'}\right)^4 + \left(\frac{\pi' D^2}{m' s^2}\right)^2 - \gamma^2\right].$$

Résistan due au po de la soupa

368. Au premier instant de la levée du piston, lorsque l'eau agit pour ouvrir la soupape dormante, elle éprouve une résistance provenant du poids de la plaque à soulever. Pour la vaincre, il faut exercer sur la partie inférieure de cette plaque un effort dont l'action soit au moins égale à celle de ce poids. Déterminons la hauteur de la colonne d'eau qui le représente, et pour plus de généralité, admettons une soupape à clapet.

Soient P son poids, λ la distance de son centre de gravité à l'axe de rotation, s l'aire de l'ouverture, λ' la distance de son centre au même axe, et x la hauteur cherchée : $P\lambda$ sera le moment de la résistance due au poids du clapet; et $1000 s x \lambda'$ sera celui de la force opposée; et puisque les deux actions doivent être égales, on aura $P\lambda = 1000 s x \lambda'$. Déduisant de cette équation la valeur de x, et la multipliant par $1000\pi' D^2$ pour avoir l'effort à exercer par le piston, il viendra $\frac{P\pi' D^2 \lambda}{s\lambda'}$.

Si le clapet, au lieu d'être horizontal lorsqu'il est baissé,

faisait un angle ω avec l'horizon, il faudrait multiplier l'expression ci-dessus par $\cos\omega$.

Pour une soupape à coquille, couvrant un orifice circulaire dont d serait le diamètre, on aurait simplement $P\frac{D^2}{d^2}$.

Lorsque la soupape a été ouverte par la force dont nous venons de donner l'expression, il en faut bien encore une pour tenir le clapet levé durant toute l'ascension du piston. A défaut de notions positives sur la grandeur de cette dernière force, et quoiqu'elle doive être inférieure à la première, nous admettrons que celle-ci, bien qu'elle n'agisse qu'un instant, est exercée pendant tout le tems de l'ascension.

Résistance due à l'inertie.

369. La force à employer pour vaincre l'inertie de l'eau élevée dépend de la nature du mouvement que le piston est contraint de prendre.

S'il était entièrement libre, et que cette force, indépendamment de celles qui équilibrent les autres résistances, agît constamment sur lui, il en résulterait un mouvement uniformément accéléré. En appelant l la longueur de la course, t le tems que le piston met à la parcourir, $\frac{2l}{t^2}$ représenterait la force accélératrice, et $\frac{\Pi}{g}\cdot\frac{2l}{t^2}$ serait la force motrice cherchée, Π étant le poids de l'eau à mouvoir: après avoir réduit toutes ses parties à la vitesse du piston, et, d'après les notations déjà admises, $\Pi = 1000\,\pi' D^2\left(L + L'\frac{D^2}{D'^2}\right)$.

Mais, presque toujours le piston tient à une machine qui, en le mouvant, règle les circonstances de son mouvement. Par exemple, s'il tient, directement ou indirectement, à la manivelle d'une roue douée d'un mouvement uniforme, il partira du repos avec l'eau qu'il entraîne à sa suite; il s'élèvera d'abord d'un mouvement accéléré; l'accélération diminuera peu à peu, et elle sera nulle au milieu de la levée: puis, la vitesse se retardera, et de plus en plus; et elle finira par être nulle au point le plus haut. Pendant la première moitié de la course, le mouvement aura exigé une force accélératrice diminuant progressivement; et, pendant la seconde moitié, une force retardatrice augmentant selon une même

progression, et qui aura détruit entièrement l'effet de la première. Ainsi, ce qu'il aura fallu prendre sur la force entière employée à mouvoir la machine, pour vaincre l'inertie de la masse élevée durant la première partie de la course, sera rendu, par l'inertie même de cette masse, à la même force, durant la seconde partie; et, en somme, l'inertie n'aura occasioné aucune dépense de force.

Si le piston devait se mouvoir avec une vitesse uniforme donnée v: comme il part du repos, il faut bien qu'il mette un certain tems, quelque petit qu'il soit, pour acquérir cette vitesse. Soit τ ce tems; la force nécessaire pour lui imprimer v, ou pour vaincre l'inertie, sera $\frac{\Pi}{g} \cdot \frac{v}{\tau}$.

370. Faisons l'application de toutes ces formules à une expérience que j'ai eu occasion de faire. Calcul de résistance dans une pompe.

La pompe avait les dimensions suivantes:

Diamètre du corps	D	$= 0^m3248$
Longueur de ce corps	L	$= 1^m80$
Diamètre du tuyau d'aspiration	D′	$= 0^m13535$
Longueur de ce tuyau	L′	$= 7^m652$
L + L′ =	H	$= 9^m452$
Longueur de la course	l	$= 1^m453$

On avait encore

Vitesse moyenne du piston ($4\frac{1}{2}$ levées en 1′)	v	$= 0^m218$
Poids du clapet	P	$= 1^k$
Coefficient de contraction à l'entrée du tuyau d'aspiration	m	$= 0{,}85$
Coefficient à la soupape dormante (L'eau sortant du tuyau d'aspiration n'éprouve pas de contraction à sa sortie.)	m'	$= 1{,}00$
Section effective de l'ouverture de la soupape (Par approximation on a pris les $\frac{2}{3}$ de la section du tuyau d'aspiration.)	s	$= \frac{2}{3}\pi' D'^2$
L'eau arrivant à la soupape avec la vitesse qu'elle avait dans ce tuyau, et qui était $v\left(\frac{D}{D'}\right)^2$, on a.	γ	$= \left(\frac{D}{D'}\right)^2$

Passons aux diverses résistances à calculer, et remarquons que la quantité $1000\pi' D^2$, qui se trouve dans presque toutes, est égale à 82^k87.

1.° Poids de la colonne d'eau à élever (363)

$82{,}87 \times 9{,}452$ . . . . . 783^k2

2.° Frottement du piston (365)

$15 \times 9{,}452 \times 0{,}3248$ 46,1

3.° Frottement de l'eau (366)

$$82{,}87 \times 0{,}00143 (0{,}218 + 0{,}17\sqrt{0{,}218})^2 \left[\frac{1{,}80}{0{,}325} + \frac{7{,}652}{0{,}1353}\left(\frac{0{,}325}{0{,}135}\right)^4\right] \text{ . . . . . } 19{,}7$$

4.° Étranglemens de la colonne fluide (367).

Observant que $\left(\frac{\pi' D^2}{m' s}\right)^2 = \frac{2}{4}\left(\frac{D}{D'}\right)^4$, et que $\left(\frac{D}{D'}\right)^4$ se trouve dans tous les termes du facteur complexe, on a 17,5

$$82{,}87(0{,}218)^2 \times 0{,}051\left(\frac{0{,}325}{0{,}135}\right)^4 \left(\frac{1}{(0{,}85)^2} + \frac{2}{4} - 1\right).$$

5.° Résistance due au poids de la soupape (368)

$$1 \times \left(\frac{0{,}325}{0{,}135}\right)^2 \times \frac{0{,}151}{0{,}151} \text{ . . . . . } 5{,}8$$

6.° Pour l'inertie (369), la pompe étant mue par une roue hydraulique 0,0

Total des résistances active et passives . . . 872,3

A déduire pour le poids de l'eau déplacée par le piston 14,0

Reste 858,3

L'expérience a donné 860

Ces deux résultats doivent être regardés comme entièrement identiques.

Dans cet exemple, le tuyau d'aspiration étant plus étroit que d'ordinaire, a donné lieu à une résistance, pour le frottement de l'eau, beaucoup plus forte que celle qu'on a habituellement.

L'expérience dont je viens de rapporter le résultat est une de celles que M. Duchêne et moi avons faites sur une des machines d'épuisement aux mines de Poullaouen, et dont il a été déjà question (299). En les faisant, nous avons été à même d'observer les effets de l'inertie. Un dynamomètre, portant un corps du poids de 2450^k, était suspendu à une des extrémités du balancier qui levait les pistons. Au premier moment de la levée, l'effort nécessaire pour vaincre l'inertie donnait lieu à une secousse qui portait l'aiguille de l'instrument à un point fort au-dessus de la division 2450; mais qui n'a pu être observé, ce mouvement se faisant en un clin d'œil; l'aiguille retombait ensuite à 2450; où elle demeurait, tout en tremblotant, pendant les cinq à six secondes que durait l'ascension. Si on augmentait la vitesse, l'élévation de l'aiguille, au premier instant, était encore plus grande; mais ensuite elle retombait au-dessous de 2450 : ayant une fois augmenté la vitesse dans le rapport de 3 à 4, et par conséquent l'action de l'inertie dans celui de 9 à 16, l'aiguille, après sa chute, n'a plus marqué que 2400 : on eût dit que l'impulsion de la force employée au premier moment, pour vaincre l'inertie du corps élevé, impulsion dont la direction était opposée à celle de la gravité, avait diminué le poids de ce corps.

371. La force pour lever le piston doit être égale au poids de la colonne d'eau, plus les résistances passives. Force pour lever le piston

Ces résistances sont de deux sortes; les unes, telles que le frottement du piston, sont indépendantes de la vitesse; et les autres en dépendent. Ces dernières, qui sont les plus petites, seront toujours très-faibles comparativement à la résistance totale au mouvement : dans l'expérience ci-dessus, il est vrai, elles en ont été les 0,043; mais elles seront ordinairement plus petites; et il est de fait qu'ayant fait varier la vitesse du piston dans le rapport de 4 à 5, la charge de-

meurant la même, nous n'avons pas observé de différence sensible dans la résistance indiquée par le dynamomètre. D'après cela, et à moins d'un cas extraordinaire, les résistances passives peuvent être estimées à une certaine partie du poids de la colonne d'eau élevée. La détermination de cette partie a été un des objets de nos expériences de Poullaouen : elles sont rapportées dans le *Journal des mines* (Tom. 21, p. 169-178); je me borne à donner leur résultat.

La première colonne du tableau suivant indique la nature de la charge : ainsi, pour la 5.e expérience, c'était un tirant (longue tige verticale à laquelle étaient accrochés les pistons des pompes placées l'une sous l'autre), plus six pistons, plus la somme des résistances de la première pompe, plus celle de la deuxième, plus celle de la troisième. La seconde colonne présente le poids de cette charge, tel qu'il était indiqué par le dynamomètre. La troisième et la quatrième font connaître les principales dimensions de la pompe du numéro marqué vis-à-vis à la première colonne. La cinquième montre la somme des résistances de cette même pompe : c'est la différence entre deux nombres consécutifs de la seconde colonne. Dans la sixième, on a noté le poids de la colonne d'eau portée par cette même pompe : c'est $1000\pi' D^2 H = 785 D^2 H$. Enfin, la dernière présente le rapport entre les deux nombres des deux colonnes précédentes, pris sur la même ligne horizontale.

CHARGE DE LA MACHINE		POMPE.		RÉSIST. totale par pompe.	POIDS de l'eau par pompe.	RAPPORT de la résistance au poids.
Nature.	Poids.	Diamètre.	Hauteur.			
	kil.	mèt.	mèt.	kil.	kil.	
Tirant	2450	.....	.....	.....	.....	.....
Tir. + 6 pistons	2690	.....	.....	.....	.....	.....
Id. + 1re pompe	3520	0,3248	9,745	830	807	1,03
Id. + 2e pompe	4380	0,3248	9,452	860	783	1,10
Id. + 3e pompe	5260	0,3271	9,745	880	819	1,07
Id. + 4e pompe	6120	0,3226	9,628	860	787	1,09
Id + 5e pompe	6980	0,3248	9,764	860	809	1,06
Id + 6e pompe	7950	0,3271	10,661	970	896	1,08

Les machines sur lesquelles ces expériences ont été faites, avaient des corps de pompe en fonte, mais dont le poli était très-altéré, les garnitures des pistons étaient récemment placées, les tuyaux d'aspiration étaient étroits et sans évasement; de sorte que les résistances y ont été plus grandes que celles qu'on a ordinairement: en conséquence, et sans inconvénient pour la pratique, le terme moyen 1,08 de la dernière colonne peut être généralement admis.

La force à employer pour lever le piston serait donc $848\,D^2H^1 (= 785\,D^2H \times 1{,}08)$: expression extrêmement simple qui dispensera, dans la plupart des cas, des longs calculs relatifs à chaque sorte de résistance, et qui, en définitive, donnera des résultats aussi exacts. On peut la porter à $850\,D^2H$: on ajoutera ensuite le poids du piston et de sa tige. La charge *dynamique* d'une pompe serait ainsi d'un douzième plus grande que la charge *statique*.

Force pour baisser le piston

372. Lorsque le piston descend, il faut bien encore exercer sur lui un effort pour surmonter les résistances provenant, 1.° de l'étranglement que la masse fluide éprouve en traversant le piston; 2.° du frottement de sa garniture contre le corps de pompe. L'une et l'autre se calculeront de la manière déjà donnée (367 et 365). Au sujet de la dernière, je remarquerai qu'elle serait nulle dans les cas où elle ne dépendrait que de la pression de la colonne fluide, comme lorsque la garniture consiste en un simple cuir flexible. L'effort

à faire sur le piston dans sa descente, favorisé d'ailleurs par le poids de cette pièce et de sa tige, sera toujours très-petit comparativement à celui qu'exige la levée.

Pompes accouplées.

373. De sorte que pendant la moitié du tems que dure le jeu de la pompe, la force qui la meut demeure presque sans emploi. Pour mieux l'utiliser, on accouple d'ordinaire deux pompes à l'aide d'un balancier ou de tout autre mécanisme, et de manière qu'un piston monte pendant que l'autre descend. La force agit alors continuellement avec la même intensité, et elle doit être égale à celle qu'il faut et pour lever et pour baisser un seul des deux pistons.

Le plus souvent on se contente de monter deux corps de pompe sur un même tuyau d'aspiration.

Les deux corps, ou les deux pompes, versent leur eau dans une même auge, laquelle fournit alors un jet à peu près continu.

On obtient une telle continuité d'écoulement, lorsqu'on n'a qu'un corps de pompe, à l'aide d'un réservoir d'air pareil à celui dont il sera fait mention au sujet des pompes d'incendie (383).

Quantité d'eau élevée par une pompe.

374. Lorsqu'une pompe est en parfait état, c'est-à-dire, que les soupapes ferment très-exactement, et que la garniture du piston ne laisse repasser au-dessous d'elle aucune partie du fluide qui était déjà passé en dessus, à chaque coup de piston, elle élève un volume d'eau égal au volume de l'espace engendré par la base du piston durant sa levée, c'est-à-dire égal à $\pi' D^2 l$, et cela

à une très-petite quantité près, celle que la soupape d'aspiration, en se fermant, repousse au-dessous d'elle.

Pendant que le piston monte, il est vrai, le volume d'eau versé est diminué du volume de l'espace occupé par la tige: mais dans la descente, lorsque l'eau qui était sous le piston passe dessus, la tige en déplace un même volume, et elle en occasionne le versement: de sorte qu'en somme, par oscillation entière du piston, la quantité d'eau versée est toujours $\pi' D^2 l$.

Mais, dans son état ordinaire, une pompe ne donne pas un tel produit: les soupapes et la garniture laissent descendre de l'eau qui était déjà passée au-dessus d'elles; et toute celle qui avait été aspirée n'arrive pas au dégorgeoir. Le déchet va communément de un à deux dixièmes, selon que la pompe est plus ou moins bien soignée: de sorte que le volume d'eau élevé, à chaque coup de piston, au lieu d'être représenté par $0{,}785 D^2 l$, le sera par une expression allant de $0{,}7 D^2 l$ à $0{,}6 D^2 l$. Le déchet sera ici plus considérable lorsque le piston sera levé lentement.

375. Toutefois, il ne doit pas être mu avec une vitesse tellement grande, que le corps de pompe, dans lequel l'eau monte en vertu de la pression atmosphérique k, et en surmontant différentes résistances, n'aurait pas le tems de se remplir, avant que le piston ne commençât à redescendre. En faisant abstraction de la faible résistance que l'eau éprouve dans le tuyau d'aspi-

Vitesse à donner au piston.

ration, si l'on suppose que le piston levé subitement a laissé un vide parfait après lui, et que l'eau est déjà parvenue à l'entrée du corps de pompe, à la soupape dormante, le tems du remplissage se déterminera par les règles données aux n.os 87 et 88. En le désignant par t, et par L' l'élévation de la soupape au-dessus du puisard, on a $t = \frac{2\pi' D^2}{ms\sqrt{2g}}\left(\sqrt{k - L'} - \sqrt{k - L' - l}\right)$. Représentons par u la vitesse moyenne avec laquelle l'eau monte dans le corps de pompe, en le remplissant, on aura $u = \frac{l}{t}$. La résistance du tuyau d'aspiration diminuera un peu cette valeur de u; on opérera la diminution à faire, en réduisant d'une petite quantité la valeur de m.

Si le piston avait une vitesse v plus grande que u, l'eau ne pourrait le suivre; elle l'abandonnerait, et elle en serait rejointe, avant d'être arrivée au haut du corps de pompe, lequel ne se remplirait pas entièrement à chaque levée. Il faut donc que v soit plus petit que $\frac{l}{t}$: par prudence, on fera qu'il n'en soit pas plus des deux tiers.

Dans l'exemple ci-dessus (370), où l'on a $D = 0^m3248$, $L' = 8^m$, $l = 1^m453$, $s = 0^{mm}01439$, et $m = 0{,}667$, en faisant $k = 10^m$, on trouve $t = 2''63$, et $u = 0^m553$, vitesse plus que double de 0^m218, qui est celle du piston. Lors même que l'on aurait fait $m = 0{,}5$, l'on aurait encore obtenu $u = 0^m415$. Ainsi, il n'y avait point à craindre que l'eau ne suivît le piston.

Les expressions de u et de t indiquent que la vitesse avec

laquelle l'eau monte dans le corps de pompe, et par conséquent que celle qu'on peut donner au piston est d'autant plus grande que le tuyau d'aspiration est plus court, et que son diamètre, ainsi que celui de l'ouverture de la soupape, est plus considérable.

Dans les grandes pompes qui travaillent d'un mouvement continu, et dont la course du piston serait de 1^m20 par exemple, on a communément de 4 à 6 levées par minute, ce qui correspond à une vitesse de 0^m16 à 0^m24. On ne dépasse guère cette limite, même dans les pompes d'incendie: malgré la promptitude des mouvemens des pompiers, on n'y a pas plus de 60 levées de 0^m12; ce qui ne donne encore que 0^m24 de vitesse. Il est très-peu de cas où elle aille à 0^m30, et à plus forte raison à 0^m35.

Je remarquerai encore qu'à vitesse égale, il est avantageux d'augmenter la longueur de la course en diminuant le nombre de celles qui se font dans un même tems; on a à vaincre moins de fois l'inertie des masses à remettre en mouvement; la quantité d'eau, qu'à chaque coup la soupape dormante renvoie au-dessous d'elle, est moindre; et les changemens de direction, qui produisent des ballottemens dans les articulations du mécanisme et finissent par le détériorer, sont moins fréquens.

ART. 2. *Des pompes foulantes.*

376. Dans ces machines, le corps de pompe plonge dans le puisard; il est joint à un tuyau d'ascension, à l'extrémité inférieure duquel est la *soupape de retenue.* Leur caractère. Fig. 76.

Si l'eau, qui est dans le corps de pompe, vient à en être ôtée, celle du réservoir y pénètre; et elle s'y élève à la même hauteur qu'à l'extérieur, par suite de cette loi en vertu de laquelle toutes les parties de la surface d'une masse fluide tendent à se mettre de niveau.

Leurs espèces.

377. En y entrant, elle soulève la soupape dormante *b* qui est dans sa partie inférieure, et qui se referme dès que le fluide a atteint le niveau MN. Ensuite le piston, en descendant, presse et foule l'eau comprise entre sa base et la soupape; il la force à ouvrir le clapet de retenue *c*, et à s'élever dans le tuyau d'ascension. Lorsque le piston, après avoir atteint le bas de sa course, remonte, la soupape dormante se rouvre de nouveau, et le corps se remplit une seconde fois : ainsi de suite. Telle est la *pompe foulante* proprement dite.

Fig. 77.

Dans d'autres, le piston est percé dans le milieu et surmonté d'une soupape : lorsqu'il descend, l'eau qui était au-dessous de lui, ouvrant la soupape, passe dessus : en remontant, il soulève cette eau, ainsi que toute la colonne qui est dans le tuyau d'ascension. C'est la pompe *soulevante :* elle ne diffère de la pompe élévatoire (362), qu'en ce que celle-ci a un tuyau d'aspiration au-dessous du corps de pompe.

Fig. 78.

Dans quelques pompes foulantes le piston, qui est aussi garni d'une soupape, s'introduit par l'ouverture inférieure du corps de pompe, et il est porté par un châssis en fer, surmonté d'une tige, ainsi qu'on le voit à la figure 78.

Charge.

378. Il est évident que de telles pompes peuvent porter l'eau à la hauteur qu'on juge convenable, pourvu que la force dont on a à disposer soit suffisante.

Il est encore évident que la charge d'eau du

piston, soit qu'il foule, soit qu'il soulève, est toujours équivalente au poids d'une colonne d'eau qui aurait pour base celle du piston même, et pour hauteur la différence de niveau entre le puisard et le dégorgeoir.

Tout ce que nous avons dit, à l'article des pompes aspirantes, sur les résistances provenant des frottemens du piston et de l'eau, des étranglemens aux soupapes, etc., convient également aux pompes foulantes.

Résistance au clapet de retenue.

379. Il est toutefois une résistance qui est bien plus considérable dans ces dernières, et dont il n'a pas encore été fait mention : c'est celle que fait éprouver, au moment où l'on tente de l'ouvrir, la soupape de retenue, et en général toute soupape portant sur elle une masse d'eau, et dont la surface supérieure est plus grande que celle de l'ouverture (et il n'en peut être autrement).

Soit Σ cette surface supérieure, H' la hauteur de la masse fluide sur elle; $1000\Sigma H'$ sera la pression exercée par cette masse. Pour la surmonter, il faut lui opposer une force dont le moment lui soit au moins égal : conservant les dénominations du n.° 368, on aura donc $1000\Sigma H'\lambda = 1000sx\lambda'$, d'où $x = \frac{H'\Sigma\lambda}{s\lambda'}$: ainsi cette force agissant sur le piston, ou étant exercée par lui, sera $1000\pi' D^2 H' \frac{\Sigma\lambda}{s\lambda'}$. Si les deux surfaces de la soupape eussent été égales, c'est-à-dire si la surface supérieure eût été égale à l'orifice, il aurait toujours fallu, pour élever cette masse, une force

égale à $1000\pi' D^2 H'$; donc celle qui provient de l'excès de la surface supérieure sera

$$1000\pi' D^2 H' \left(\frac{\Sigma\lambda}{s\lambda'} - 1\right).$$

Cette force ne doit agir qu'un seul instant, celui où la soupape va s'ouvrir.

Dans une pompe dont le piston serait mu par une roue hydraulique, ou par tout mécanisme portant un volant, si la durée physique de cet instant pouvait être appréciée, et qu'elle fût représentée par θ, Θ étant le tems de la levée entière du piston, on convertirait la force d'un instant en une force agissant continuellement sur la machine, en la multipliant par $\frac{\theta}{\Theta}$.

ART. 3. *Des pompes aspirantes et foulantes.*

380. Le plus souvent on réunit les deux sortes de pompes, objet des deux articles précédens, en une seule, que l'on nomme en conséquence *pompe aspirante et foulante.*

Elle est composée d'un corps de pompe, d'un court tuyau d'aspiration, d'un tuyau d'ascension, d'un piston plein ou d'un long cylindre-piston (353), et de deux soupapes, celle d'aspiration et celle de retenue.

Ordinairement le tuyau d'aspiration, auquel on ne donne guère que de 1^m à 3^m, est placé immédiatement au-dessous du corps de pompe, sur une même ligne droite, et le tuyau d'ascension est à côté. Quelquefois cependant ce sont les deux tuyaux qui sont sur la même ligne, ils

n'en font en quelque sorte qu'un, et le corps de pompe est à côté, ainsi qu'on le voit à la figure 79.

On accouple aussi les pompes aspirantes et foulantes. Souvent les deux corps de pompe n'ont qu'un seul tuyau d'aspiration, et quelquefois aussi qu'un seul tuyau d'ascension. On a fait encore des pompes où les deux pistons se meuvent dans un même corps. Enfin, Lahire et M. l'ingénieur Arnollet n'ont employé qu'un seul corps de pompe avec un seul piston, lequel aspire et foule tout à la fois en montant et en descendant. (1)

Effet dynamiqu

381. De quelque manière que les deux pompes du couple soient assemblées, la force dynamique que le moteur aura à employer pour les tenir en activité sera (371) $848 D^2 H v$, ou plutôt $900 D^2 H v$, la force destinée à lever un piston devant être augmentée de celle qui est nécessaire pour le baisser (372).

La vitesse v s'estime ordinairement par le nombre N d'oscillations de chacun des pistons en une minute; ainsi, l étant la longueur de la course, on aura $v = \frac{2Nl}{60''}$; et pour la force imprimée ou l'effet dynamique produit en $1''$

$$30 N D^2 H l^{km}.$$

(1) *Mémoires de l'Académie des sciences.* 1716.

La pompe de M. Arnollet a été décrite et recommandée, il y a une quinzaine d'années, dans les Mémoires de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale.

382. Je donnerai comme exemple de la bonne disposition des parties d'une pompe aspirante et foulante destinée à effectuer un travail considérable et continu, une de celles que M. Abadie a établies, avec un plein succès, au château-d'eau de Toulouse.

Elles sont au nombre de huit, divisées en deux équipages entièrement distincts : chacun est mu par une grande roue hydraulique, dont les principales dimensions ont déjà été données (309) : et chacune des deux manivelles placées aux deux extrémités de l'arbre tournant, meut, par l'intermédiaire d'une bielle et d'un balancier, deux pompes accouplées.

La figure 80 en présente une, dans ses parties essentielles.

Le corps de pompe est en fonte : il a 0^m30 de diamètre et 1^m50 de long. Le piston consiste en un beau cylindre de cuivre jaune parfaitement poli; encore, après huit ans de service, sa surface a tout l'éclat d'un miroir métallique : l'intérieur en est creux et rempli de grenaille de plomb; le diamètre extérieur est de 0^m271 et la longueur de 1^m70. La boîte à étoupes, outre sa garniture ordinaire, contient un cuir retombant dans le corps de pompe, en forme de manchette, comme celui des presses hydrauliques.

Au-dessous de la boîte, ce corps est percé d'un petit trou, garni d'un robinet par lequel on fait sortir l'air qui y serait entré.

Le tuyau d'aspiration a 1^m38 de long et 0^m16 de diamètre : il est recouvert par une plaque en laiton portant deux clapets semi-circulaires.

Au bas du corps de pompe, et sur un de ses côtés, s'adapte une *caisse carrée* en fonte ayant 0^m30 de large et de haut dans œuvre. Elle renferme une espèce de boîte en bronze ouverte par un bout et dont la surface supérieure, inclinée de 45° à l'horizon, est percée de trois ouvertures rectangulaires ayant 0^m24 de long et 0^m10 de large; sur chacune est un clapet du même métal. Au-dessus de la face inclinée, la caisse carrée a une ouverture qu'on tient fermée par une plaque en fonte retenue par des étriers en fer, et qu'on lève lorsqu'il y a lieu à réparer les clapets (ce qui n'est pas encore arrivé depuis huit ans).

Cette caisse se prolonge jusqu'à l'autre pompe du même couple, dont elle prend aussi les eaux. Du milieu de sa surface supérieure s'élève un tuyau montant de 0^m27 de diamètre : à une hauteur de 6^m50 il se réunit avec celui qui vient du second couple du même équipage. Après cette réunion, ayant alors 0^m30 de diamètre, il se continue verticalement ; et il va verser ses eaux, à 24^m au-dessus du puisard, dans une cuvette établie au haut du château-d'eau.

La course du piston est à volonté de 0^m80, 1^m00 et 1^m20. La manivelle est une espèce de petite roue en fonte, portant sur son bord trois ouvertures circulaires à inégale distance du centre, de manière à obtenir ces diverses courses selon celle des ouvertures dans laquelle on place le tourillon fixé à l'extrémité de la bielle qui meut le balancier.

Lorsque les pompes sont en pleine activité, avec la grande course du piston on a $6\frac{1}{2}$ levées et par suite une vitesse de 0^m26.

Pompe d'incendie

383. Un des plus utiles assemblages des pompes aspirantes et foulantes, est la *pompe d'incendie*.

Fig. 81.

Les deux corps de pompe, faits en bronze, ont communément 0^m12 de diamètre et 0^m60 de long. Les pistons sont garnis avec des anneaux de cuir : les deux extrêmes ont un plus grand diamètre, et leur bord extérieur se replie, en dessus pour l'anneau supérieur, et en dessous pour l'anneau inférieur ; de sorte que l'un et l'autre forment une espèce de godet : tous les anneaux sont contenus et serrés entre deux plaques de fer. La soupape d'aspiration est à coquille, et celle de retenue est à clapet. Entre les deux corps de pompe est le réservoir ou récipient d'air, fait avec des feuilles de cuivre d'environ 3 millimètres d'épaisseur : son diamètre est de 0^m25 et sa hauteur de 0^m55 ; dans sa partie inférieure il est percé d'une ouverture circulaire à laquelle est soudé un tuyau

également en cuivre, et sur le haut duquel se visse un long tuyau de cuir ou de forte toile imperméable, portant à son extrémité un ajutage ou *lance* d'environ 0^m16 de diamètre à l'orifice, et qu'on dirige vers le feu à éteindre.

Cette pompe est établie dans une caisse en bois montée sur quatre petites roues, et que l'on conduit au lieu où l'incendie a éclaté. Des ouvriers y versent continuellement de l'eau avec des seaux faits pour un tel usage, tandis que les pompiers, placés aux deux extrémités du balancier menant les tiges des deux pistons, tiennent la machine en jeu.

L'eau passe des pompes dans le récipient d'air; et comme elle y arrive en plus grande quantité qu'elle n'en peut sortir, sous une petite pression, par l'ouverture inférieure, elle s'y élève, condense l'air de plus en plus, et lui donne une force élastique très-souvent supérieure à celle qui serait due à deux atmosphères. La réaction étant égale à l'action, l'air presse l'eau avec cette même force; il la fait sortir avec rapidité par l'orifice de la lance, et en assurant la continuité du jet.

Huit pompiers bien exercés donnent 60 coups de balancier en une minute, la course des pistons étant de 0^m12, et ils portent le jet à 20^m de hauteur verticale. Abstraction faite de tout déchet, c'est 27^{km} d'effet utile en $1''$ par pompier.

Presse hydraulique.

384. On a fait, vers la fin du dernier siècle, une application de la pompe aspirante et fou-

lante trop importante pour que je la passe entièrement sous silence : celle qui a donné lieu à la *presse hydraulique.*

Cette machine consiste en un piston A qui monte dans un corps de pompe B, lequel communique à la petite pompe C par le tuyau D. Le grand piston est recouvert d'un plateau sur lequel on place les objets à presser : ils le sont contre un plan immobile fixé un peu au-dessus. Fig. 82

La pression que la base du petit piston exerce sur l'eau, lorsqu'il baisse, se transmet, par l'intermédiaire du fluide contenu dans le tuyau, à la base du grand piston ; et, comme elle est égale sur chacun des points des deux bases, son effort total sur chacune d'elles sera en raison de sa surface : de sorte que si les diamètres des deux pistons sont dans le rapport de 1 à 5, l'effort exercé sur le grand, et qu'il peut à son tour exercer sur d'autres corps, sera 25 fois plus grand que celui qui a été fait sur le petit. Admettons qu'un homme capable d'exercer sur une bascule une pression de 30^k, agisse à l'extrémité d'un levier de 1^m de long ; et que le point de ce même levier auquel tient la tige du petit piston ne soit qu'à 0^m05 de l'autre extrémité où est le point d'appui. Le bras de levier de la puissance sera 20 fois plus considérable que celui de la résistance, et l'effort au grand piston sera évidemment $25 \times 30 \times 20 = 15000^k$, effort pareil à celui dont 500 hommes agissant à la fois sont capables.

Je n'entrerai dans aucun détail sur le mécanisme d'ailleurs assez simple, mis en usage pour que la pompe soit alimentée d'eau, et qu'elle la dirige convenablement sous le grand piston. Je me bornerai à remarquer que le point essentiel dans cette machine est que la garniture de ce piston ne laisse ni passer ni suinter l'eau. On avait d'abord employé un piston en laiton tourné et poli, et qui entrait exactement dans un corps de pompe de même calibre : de plus, on fixait sous sa base une rondelle de cuir gras et flexible, mais d'un plus grand diamètre; la partie excédante se rabattait, en tombant dans le corps de pompe, le long de ses parois : au moment où l'eau qui se trouvait dans ce corps recevait la pression venant du petit piston, elle pressait à son tour et très-fortement cette partie du cuir contre ces parois, et toute issue était interdite au fluide; elle l'était d'autant plus exactement que la pression était plus forte. Depuis, on a trouvé plus convenable de faire mouvoir le piston dans une boîte à étoupes où se trouve un gros cuir qui produit le même effet que celui dont il vient d'être question.

Pompes rotatives.

385. Le mouvement de rotation continu produit généralement un plus grand effet que le mouvement alternatif: deux mécaniciens distingués, Bramah en Angleterre et M. Dietz en France, ont essayé de procurer aux pompes les avantages du premier. N'ayant pas été à même d'employer leurs ingénieuses machines, je vais me borner à donner une simple idée de leur mécanisme et de leur mode d'agir : je prendrai pour exemple la *pompe de Dietz*.

Le corps de pompe y est remplacé par un tambour ou boîte cylindrique en cuivre, A, ayant, dans œuvre, de 0^m20 à 0^m40 de diamètre et de 0^m04 à 0^m12 d'épaisseur, selon la force de la machine. Elle contient, entre ses deux fonds, une seconde boîte BB′, également en cuivre et cylindrique, mais d'un moindre diamètre et sans couvercle : elle est mobile autour d'un arbre tournant C muni d'une manivelle. Dans l'intérieur de la boîte ou roue BB′, et joignant son bord concave, on a un excentrique D fixé à vis sur le tambour. Celui-ci renferme encore, du côté des tuyaux E et F, une large lame de fer G*b*H, qui est pressée, en *b*, contre la convexité de la roue, et qui est percée de deux ouvertures : par l'une, *c*, l'eau passe du tuyau d'aspiration E dans l'intervalle *aaaa* qui existe entre les deux boîtes; et par l'autre, *d*, elle entre dans le tuyau d'ascension F. Enfin, la boîte BB′, dans toute son épaisseur et jusqu'auprès de l'arbre tournant, présente quatre entailles en croix, dans lesquelles sont et glissent quatre languettes en fer I, I′, I″ et I‴ : leur largeur (parallèlement à l'arbre), comme celle de la bande G*b*H, est égale à la distance qu'il y a entre les deux fonds du tambour : une de leurs extrémités est constamment appuyée contre le bord extérieur de l'excentrique D, et l'autre l'est contre la paroi concave de l'intervalle *aaa*; de sorte que, pareilles à des cloisons, elles divisent cet intervalle en cases séparées. Fig. 83.

Lorsqu'on met la machine en mouvement, que la roue BB′ va de *b* vers B′, la languette I, après avoir passé le point *b*, laisse derrière elle un vide, et, dès qu'elle est au-delà de l'ouverture *c*, l'eau entre pour le remplir. La languette I′, qui vient ensuite, pousse devant elle cette eau, lui fait parcourir l'intervalle *aaa*, la force à passer par l'orifice *d*, et à monter dans le tuyau F. Ainsi successivement; et l'on a un mouvement et un jet continus.

D'après ce qui vient d'être dit, pour que la machine élève toute l'eau possible, il faut que le fluide soit très-exactement retenu dans les cases, qu'il ne puisse passer de l'une à l'autre, et par conséquent que la boîte mobile et les languettes joignent parfaitement les deux fonds du tambour, sans toutefois y occasioner un frottement considérable; et, pour qu'il en soit

ainsi, il faut une grande perfection dans l'ajustage des pièces de la machine. Lors même que cette perfection existerait à la sortie des mains de l'artiste, il est à craindre qu'elle ne soit altérée par un long travail, par l'élévation des eaux sales, etc., et qu'au bout d'un certain tems, l'effet utile ne devienne bien inférieur à ce qu'il était primitivement: celui-ci, dans une expérience faite par MM. Molard et Mallet, aurait été les $\frac{44}{100}$ de la force employée à le produire.

CHAPITRE II.

DE LA VIS D'ARCHIMÈDE.

Parties et dimensions.

386. Si sur la surface d'un cylindre en bois on trace une hélice à plusieurs circonvolutions ou spires, et que, dans une rainure entaillée suivant cette courbe, on implante de petites planches toutes d'une même hauteur et joignant bien les unes contre les autres, leur ensemble présentera comme un filet de vis très-saillant et d'une épaisseur uniforme; et si ensuite on le revêt, avec des douves, d'une enveloppe cylindrique, le tout formera une *vis d'Archimède.* L'enveloppe en sera le *canon,* les planches formant le filet de vis en seront les *marches,* et le cylindre plein constituera le *noyau;* l'espace compris entre lui, le canon et le filet, formera un *canal hélicoïde.*

Dans les vis ordinaires, on a sur le même noyau trois filets parallèles et équidistans, et par conséquent trois canaux. Le diamètre de la vis, qui est le diamètre intérieur du canon, varie de 0^m325 à 0^m65; celui du noyau en est le tiers;

et la longueur de la vis est de douze à dix-huit fois le diamètre, selon qu'il est plus ou moins fort. L'angle que l'hélice fait avec l'axe, ou plutôt avec une ligne droite tracée sur le noyau et par suite parallèle à l'axe, a subi bien des variations; les anciens Romains ne lui donnaient que 45°; à Toulouse, d'après des prescriptions venues de Hollande, on lui donne environ 54°: les constructeurs de Paris le font généralement de 60°; et Eytelwein, dans un modèle qu'il a fait faire avec soin, a été jusqu'à 78°. A l'extrémité supérieure de l'axe est une manivelle, et à l'extrémité inférieure un pivot, qui est reçu par une crapaudine enchâssée dans un des petits côtés du châssis qui sert de support à la machine.

387. Si on l'établit sur une masse d'eau, en lui donnant une certaine inclinaison, qui est ordinairement de 30° à 45°, de manière que le niveau du fluide soit un peu au-dessus du centre de la base, et qu'on lui imprime un mouvement de rotation dans un sens contraire à celui des hélices, l'orifice inférieur des canaux, en passant dans l'eau, en puisera une certaine quantité, qui s'élèvera de spire en spire et viendra sortir par l'orifice supérieur. Usage.

La vis est particulièrement employée à l'épuisement des eaux qui sont dans les endroits où l'on veut poser à sec les fondations de quelque construction d'architecture hydraulique, pile de pont, radier d'écluse, etc. Sa simplicité, le peu d'espace qu'elle occupe, la facilité avec laquelle

on l'établit, et avec laquelle on peut en établir plusieurs presque sur un même point, font qu'elle est employée à de pareils épuisemens, même de préférence à d'autres machines qui pourraient avoir sur elle quelques avantages sous d'autres rapports. Elle était très-connue des anciens; et le nom du grand homme qu'elle porte, indique qu'elle l'était il y a plus de vingt siècles. Vitruve, qui vivait dans les premiers tems de l'ère chrétienne, en fait mention, et ce qu'il en dit montre qu'à cette époque sa construction était peut-être aussi bien entendue que de nos jours.

Jeu de la vis. 388. Je tâche de donner une idée précise de la manière dont l'eau s'y élève.

Fig. 84. Pour plus de simplicité, prenons une vis formée par un tube plié et contourné sur un cylindre. Plaçons-la d'abord horizontalement : si, par l'orifice de la base, ou partie inférieure, on introduit une petite boule; en roulant, comme sur un plan incliné, elle s'avancera vers l'autre extrémité du tube, et elle s'arrêtera sur le point le plus bas de la première spire : qu'on fasse tourner la machine, le point sur lequel elle repose s'élèvera; elle l'abandonnera, et, comme en descendant, elle passera sur le point subséquent; et successivement sur les autres, restant toujours au même niveau, mais s'avançant vers l'autre orifice du tube, qu'elle finira par atteindre et franchir. Inclinons maintenant la machine, mais d'une assez petite quantité, et introduisons de nouveau la boule par l'orifice de la base : elle

ira encore se placer sur le point le plus bas de la première spire; lorsqu'il s'élèvera, par suite du mouvement de rotation, elle passera sur le suivant, qui se sera aussi élevé mais d'une moindre quantité : de cette manière, d'un mouvement tout à la fois progressif et ascensionnel, elle gagnera l'ouverture supérieure : elle sera montée pour ainsi dire en descendant, le plan qui la portait montant plus qu'elle ne descendait. Si l'inclinaison de la vis eût été telle qu'il n'y eût pas eu, dans l'hélice, de point plus bas que celui sur lequel la boule a été d'abord placée, elle y serait constamment demeurée. Enfin, si l'inclinaison eût encore augmenté, la boule n'aurait pu entrer; et si on l'eût introduite par l'orifice supérieur du tube, elle serait descendue en suivant toutes ses circonvolutions, et serait sortie par la bouche inférieure.

Ce que nous venons de dire d'une boule convient également à de l'eau que l'on ferait entrer, par la base, dans le tube hélicoïde. Elle se porterait sur le point le plus bas de la spire; elle s'y élèverait de part et d'autre, dans les deux branches jusqu'au niveau du point le plus élevé de la branche d'entrée. L'arc de la spire contenant toute l'eau qu'il peut alors admettre, est l'*arc hydrophore* de la vis. Si après que celui de la première spire est plein, on fait faire une révolution à la machine, l'eau qu'il contenait se sera avancée, comme la boule, du double mouvement progressif et ascensionnel, tout en con-

servant, dans chacun de ses points, une direction parallèle à l'axe, et elle se trouvera dans l'arc hydrophore de la seconde spire : elle aura été remplacée, dans la première, par une nouvelle et égale quantité d'eau. Aux révolutions suivantes, ces deux eaux, ainsi que celles qui les suivront, monteront de spire en spire, jusqu'à l'orifice de sortie. Ensuite, à chaque révolution, la vis versera évidemment une quantité d'eau égale à celle que peut contenir l'arc hydrophore.

antité
t la vis
plonger
lans
uisard.

389. Mais pour qu'il en soit ainsi, il faut que la base de la vis soit enfoncée dans le puisard d'une certaine quantité. Il faut qu'elle le soit au moins jusqu'à un point tel que la bouche du tube hélicoïde, après avoir traversé, dans sa rotation, l'eau du puisard, en arrivant à sa surface, se trouve au sommet de l'arc hydrophore de la première spire ; alors cet arc se remplira entièrement ; et il est évident qu'il n'en saurait être ainsi, si le niveau du réservoir était au-dessous de ce point, dont nous déterminerons bientôt la position (393 et 394). — Lorsque la bouche, en poursuivant sa rotation, aura dépassé ce niveau, l'air de l'atmosphère entrera dans le tube, y prendra la place délaissée par l'eau, et à la fin de la première révolution il remplira la partie supérieure de la première spire, celle qui est au-dessus de l'arc hydrophore. Il en sera de même pour les spires suivantes : l'eau et l'air y seront disposés comme l'indique la figure ; chacune des colonnes du premier fluide sera entièrement supportée par sa spire ; elle n'exercera aucune pression sur les colonnes inférieures ; et partout l'air sera à la même densité que dans l'atmosphère.

Il n'en serait plus de même si le niveau du puisard s'élevait au-dessus du sommet du premier arc hydrophore, quoique l'orifice du tube se retrouvât, encore pendant quelques instans de sa révolution, hors de l'eau. L'air s'introduirait bien dans les spires ; mais l'eau en occuperait plus que l'arc hydrophore : elle s'élèverait dans la branche ascendante au-dessus du sommet de cet arc, c'est-à-dire au-dessus du sommet de la branche

descendante : de tout cet excès, elle pèserait sur la colonne inférieure, et comprimerait l'air compris entre elles. Souvent cet air, tendant à reprendre sa densité, traversera la colonne qui est au-dessus. D'un autre côté, et par suite des mouvemens qui ont lieu, et de la manière irrégulière dont l'eau et l'air se disposent réciproquement, le dernier de ces fluides se trouve raréfié dans certaines parties ; et l'on voit l'air de l'atmosphère s'introduire dans le tube, traverser brusquement l'eau de quelques spires et aller rétablir l'équilibre : ces secousses et ces mouvemens irréguliers diminuent notablement le produit de la machine.

Enfin, lorsque la base plonge entièrement dans le puisard, l'air ne peut plus s'introduire dans la vis : il n'y entre que de l'eau. Si la vitesse de rotation était très-forte, la force centrifuge qui en résulte pourrait élever cette eau et la faire verser par l'orifice supérieur, comme dans le cas mentionné au n.° 332. Mais, avec une vitesse moindre, l'eau n'atteindra qu'une certaine hauteur dans le tube ; formant un tout continu, elle pèsera de toute sa hauteur verticale sur l'orifice d'entrée, et son poids compensera l'effet de la force centrifuge. Dans les grandes machines, l'air qui se trouve déjà dans les canaux hélicoïdes et celui qui y arrive par l'ouverture supérieure produisent encore l'irrégularité dans les mouvemens et la diminution de produit dont il a été déjà question. Toutefois lorsque les canaux sont très-grands, et que la machine est convenablement disposée et inclinée, l'air extérieur pouvant arriver sans commotion dans toutes les spires, ces inconvéniens ne se présentent plus, et l'on obtient à peu près le produit ordinaire.

Eytelwein, qui a fait une étude particulière des mouvemens de l'eau dans les diverses espèces de vis, a publié une suite d'expériences qui montre le mauvais effet du trop grand ou trop faible enfoncement de la base dans l'eau à épuiser : je donne ici quelques-uns des résultats obtenus. On s'est servi d'un modèle de vis exécuté avec un grand soin : il avait $0^{m}156$ de diamètre et $1^{m}10$ de long : il portait deux canaux

HAUTEUR du niveau.	PRODUIT par révolut.
mèt.	litres.
+ 0,109	0,230
+ 0,042	0,260
+ 0,012	0,276
+ 0,002	0,297
0,000	0,344
— 0,003	0,337
— 0,008	0,315
— 0,019	0,306

hélicoïdes, coupant l'axe sous un angle de 78° 21″, et ayant dans le sens du rayon 0m042 de hauteur. Cette vis fut établie sur un réservoir, en faisant un angle de 50° avec l'horizon; et lorsqu'elle donnait le plus grand produit, le niveau était à 0m013 au-dessus du centre de la base. J'indique dans la première colonne la hauteur de l'eau au-dessus ou au-dessous de ce niveau particulier; et dans la seconde, le volume d'eau élevé à chaque révolution.

Théorie de la vis, canal étant très-étroit.

Quelque ancienne et quelque simple que soit la vis d'Archimède, la théorie de cette machine telle qu'on l'emploie n'existe pas encore. Les essais de quelques savans mathématiciens sont loin de mettre à même d'en déterminer exactement les effets. Celle que Bernoulli et la plupart des auteurs ont donnée n'embrasse guère que le cas inusité d'un tube de très-petit diamètre roulé en spirale sur un cylindre: je vais en exposer d'une manière élémentaire les principaux points, et comme donnant de premières notions, et pour ne pas laisser une lacune dans cet ouvrage.

Fig. 85. Soit, en projection verticale, AMCND l'axe du tube hélicoïde enroulé sur le cylindre ABED, et *anbma* le cercle, projection de la base du cylindre sur un plan perpendiculaire à son axe. Par le point F de l'arc AMM'C, menons la tangente GH; elle fera, avec l'arête OI, un angle IFH que nous désignerons par a; et par l'extrémité B de AB menons l'horizontale BK, l'angle EBK, ou b, mesurera l'inclinaison de la vis.

390. Déterminons la longueur de l'arc hydrophore MCN.

Et d'abord la hauteur LP d'un point quelconque L de l'hélice au-dessus du plan horizontal BK. Projetons L en l sur la circonférence du cercle de la base, et menons l'horizontale lr, on aura $LP = Lr + rP$. Pour plus de simplicité, faisons le rayon $oa = 1$; désignons par α la longueur de l'arc Al $(=al)$; l'angle que l'hélice fait en A avec le plan de la base étant le complément de a, on trouvera $Lr = Ll \sin b = Al \cot a \sin b = \alpha \cot a \sin b$. On aura encore $rP = lq = lB \cos b = sb \cos b = (1 + \cos a) \cos b$. Donc $LP = \alpha \cot a \sin b + (1 + \cos\alpha) \cos b$.

Le sommet ou commencement de l'arc hydrophore de la spire ACD doit être en M, point le plus élevé au-dessus de BK. Il correspond en conséquence à la valeur *maxima* de LP. Dif-

férenciant l'expression ci-dessus, égalant la différentielle à zéro, il vient $\sin \alpha = \cot a \operatorname{tang} b$; ce qui donne la valeur de l'arc α, ou am, pour le cas du *maximum*. Appelant m cette valeur particulière au point M, il vient pour la hauteur de ce point au-dessus de BK, $m \cot a \sin b + (1 + \cos m) \cos b$.

Si par M on imagine un plan horizontal, le point N où il coupe la branche ascendante de la spire sera la fin de l'arc hydrophore; puisque le commencement et la fin doivent être de niveau. Projetons N sur la circonférence de la base; il tombera au point n: appelons n l'arc bn; l'arc de cercle $ambn$ correspondant à l'arc d'hélice AMCN sera $\pi + n$; et pour l'élévation de N au-dessus du plan horizontal passant par B, on aura $(\pi + n) \cot a \sin b + [1 + \cos(\pi + n)] \cos b$.

Cette élévation doit être égale à celle du point M. Égalant les deux expressions et réduisant, il vient $(\pi + n) \sin m + \cos(\pi + n) = m \sin m + \cos m$: équation d'où l'on déduira la valeur de n, par voie de substitutions successives.

Cette valeur étant trouvée, on connaîtra l'arc mbn correspondant à l'arc hydrophore MCN. Mais un arc d'hélice est égal à l'arc de cercle correspondant augmenté dans le rapport du rayon des tables au cosinus de l'angle compris entre les deux arcs, c'est-à-dire divisé par ce cosinus. Ici, l'arc de cercle est $\pi - m + n$, l'angle compris entre les deux arcs est $90° - a$: la longueur de l'arc hydrophore sera donc $\frac{\pi + n - m}{\sin a}$; et, pour un cylindre dont r serait le rayon,

$$r \frac{\pi + n - m}{\sin a}.$$

391. Si s est la section du tube hélicoïde, le volume d'eau élevé, à chaque tour de vis, sera l'expression ci-dessus multipliée par s.

Appelant N le nombre de tours que la vis fait en un tems donné, L sa longueur hors de l'eau, et observant que la hauteur de l'élévation est $L \sin b$, nous aurons, pour valeur de l'effet utile, durant ce tems

$$NLsr(\pi + n - m) \frac{\sin b}{\sin a}.$$

392. L'expression $\sin m = \cot a \tang b$, obtenue en différenciant et égalant à zéro la valeur générale de l'élévation d'un point quelconque de la première spire, convient également au cas du *maximum* et du *minimum* : elle donne la plus petite comme la plus grande élévation. De plus $\sin m$ appartient tout aussi bien à l'arc am' qu'à l'arc am, en prenant $bm' = am$. En conséquence, si l'on projette le point m', sur l'arc hydrophore, M' qui en est la projection, sera le point le plus bas de l'arc, comme M en est le point le plus élevé.

L'expression $\cot a \tang b$ représentant un sinus ne saurait excéder 1. Lorsqu'elle lui sera égale, les arcs am et am' deviendront ao'; les points M et M' se confondront au point F; il n'y aura plus d'arc hydrophore, il n'y aura plus d'eau élevée.

Mais $\cot a \tang b = 1$ donne $\tang b = \frac{1}{\cot a} = \tang a$, ou $b = a$; c'est-à-dire que lorsque l'angle d'inclinaison sera égal à l'angle que l'hélice fait avec l'arête du cylindre, le versement cessera; pour qu'il ait lieu, il faut donc que le premier de ces angles soit plus petit que le second.

Celle de ses valeurs qui donne le plus grand effet est implicitement renfermée dans l'expression de l'effet ci-dessus. Pour une même vis, mue avec la même vitesse, il n'y a de variable dans cette expression que $\sin b\,(\pi + n - m)$, et il faudra déterminer la valeur de b qui rend cette quantité un *maximum*.

393. D'après ce qui a été dit au commencement du n.° 389, pour que l'arc hydrophore prenne toute l'eau qu'il peut contenir, il faut que le niveau du fluide dans le puisard *s'élève* jusqu'au point m, ou au point p qui est sur la même horizontale; et par conséquent il faut qu'il s'élève au-dessus du centre de la base de la quantité $op = r\cos m = r\sqrt{1 - (\cot a \tang b)^2}$. Pour l'élévation verticale, on aurait

$$r\cos b\sqrt{1 - (\cot a \tang b)^2}.$$

394. Dans ce qui vient d'être dit, on a supposé que l'arc hydrophore avait le tems de se remplir d'eau et on n'a pas tenu compte de la vitesse. Elle a cependant une grande influence sur la grandeur du produit, surtout lorsque le bas de la vis plonge entièrement dans l'eau. Cette influence est

montrée par des expériences d'Eytelwein. Elles ont été faites avec la petite vis dont il a été déjà question, et sous une inclinaison de 50°. Dans une première suite l'extrémité de la vis plongeait entièrement dans l'eau; circonstance défavorable, et dont les désavantages ne sont pas assez sentis par les ouvriers. La seconde a été faite dans la circonstance la plus favorable, celle où la base de la vis n'était enfoncée que de la quantité convenable; alors, la distance verticale entre le point culminant de la base (abstraction faite de l'épaisseur du canon) et la surface du réservoir, est à très-peu près $\left(r - r'\sqrt{1 - (\cot a \tang b)^2}\right)\cos b$, r étant le rayon du canon, et r' celui du noyau. Dans la pratique, pour qu'il en soit à peu près ainsi, il suffira d'établir la vis de manière que le bout du diamètre vertical du noyau saille un peu au-dessus de cette surface.

NOMBRE de révolut. en 1′	EAU élevée par révolut.
	litres.
22	0,283
41	0,267
51	0,252
74	0,230
121	0,195
56	0,322
60	0,337
73	0,344
85	0,351
98	0,351
120	0,337

En comparant les termes des deux séries où la vitesse de la machine a été à peu près la même, on voit que lorsque l'extrémité inférieure plongeait entièrement dans l'eau, le produit a été d'environ un tiers moindre.

395. Venons à l'effet dont nos grandes vis sont réellement capables. Effet ré de la vis

Je le fais connaître, en donnant, dans le tableau suivant, celui qui aurait été produit, d'après l'expérience, par trois machines de 1^{pi}, $1\frac{1}{2}^{pi}$ et 2^{pi} de diamètre, et on ne dépasse guère ces limites. J'indique la longueur et la vitesse de chacune, ainsi que l'angle d'inclinaison sous lequel elle finissait de verser de l'eau; en théorie, cet angle serait égal à celui que fait l'hélice avec l'axe. Le plus grand effet a été produit sous l'angle de 30°: je l'ai pris pour unité, et je lui ai comparé ceux qu'on a obtenus sous différens

angles : cette comparaison montre la très-grande influence de l'inclinaison.

Angle d'inclinaison.	Diamètre = 0^m325 Longueur = 5^m847 Révol. en 1′ = 90 Lim. de l'incl. = 60°			Diamètre = 0^m487 Longueur = 8^m440 Révol. en 1′ = 60 Lim. de l'incl. = 62°			Diamètre = 0^m65 Longueur = 7^m796 Révol. en 1′ = $41\frac{2}{3}$ Lim. de l'incl. = 65°		
	Eau élevée en 1 h.	Haut. de l'élévat.	Suite des effets.	Eau élevée en 1 h.	Haut. de l'élévat.	Suite des effets.	Eau élevée en 1 h.	Haut. de l'élévat.	Suite des effets.
	mèt. c.	mèt.		mèt. c.	mèt.		mèt. c.	mèt.	
30°	42,1	2,74	1,00	129,6	3,77	1,00	259,1	3,25	1,00
35	35,0	3,08	0,93	102,8	4,46	0,94	205,7	4,00	0,97
40	24,7	3,43	0,74	67,9	5,14	0,71	137,1	4,55	0,74
45	15,4	3,77	0,50	37,0	5,83	0,44	74,0	5,03	0,44
50	8,7	4,11	0,31	14,4	6,17	0,18	25,3		
55	2,6	4,46	0,10	5,1	6,51	0,07	10,4	5,44	0,07

Quoique les volumes d'eau indiqués au tableau aient été admis, comme résultats d'expérience, par une commission d'ingénieurs; cependant comme ils ont été donnés par un constructeur de vis d'Archimède (1), on peut craindre qu'il n'y ait de l'exagération; et dans l'application, il ne faudra guère compter que sur les deux tiers de ces produits.

Il semble que les quantités d'eau élevées par ces machines, réduction faite à un même nombre de révolutions en un même tems, devraient être proportionnelles à la capacité de l'arc hydrophore, et par conséquent au cube des diamètres, si les vis étaient des solides semblables; cependant je trouve que ces quantités sont assez sensiblement proportionnelles à la puissance $3\frac{2}{3}$ du diamètre, ou à $D^{3\frac{2}{3}}$. En conséquence et réduisant

Angle d'inclinaison.	EAU élevée en 1′ par 40 révolutions.
	mèt. cub.
30°	$805\,D^{3\frac{2}{3}}$
35	638 .
40	422 .
45	230 .

(1) *Traité des machines*, p. 187 et 188.

d'un tiers les quantités portées au premier tableau de la page précédente, les volumes d'eau élevés en une heure, sous divers angles d'inclinaison, par une vis d'un diamètre donné D, seraient tels que les indique le second tableau.

396. Les vis sont habituellement mises en jeu par des hommes qui agissent indirectement sur la manivelle à l'aide de tirans ou balanciers, auxquels ils impriment un mouvement de va-et-vient que la manivelle convertit en mouvement de rotation. — Voyons quel est le nombre d'hommes à employer pour produire un effet donné. Nombre d'ouvriers à employer

Une vis de $0^{m}49$ de diamètre et de $5^{m}85$ de longueur employée à des épuisemens par M. l'ingénieur Lamandé, mue par neuf hommes travaillant deux heures de suite et puis relevés par un pareil nombre, inclinée d'environ 35°, faisait 40 tours par minute, et élevait, en une heure de tems, 45^{mmm} d'eau à $3^{m}30$. Pour chacun des neuf ouvriers c'était 5^{mmm} à $3^{m}30$, ou $16^{mmm}50$ à 1^{m} : il ne travaillait que 5 heures dans la journée; ainsi son travail journalier n'était que de $82^{mmm}50$. Dans une autre expérience, six ouvriers travaillant six heures élevaient chacun 92^{mmm}, et par conséquent $15^{mmm}33$ par heure.

D'après ces faits positifs et authentiques, on peut admettre qu'un ouvrier employé à une vis bien disposée peut élever, en une heure de tems, 15^{mmm} d'eau à 1^{m} de hauteur, et qu'il peut travailler de cette manière six heures par jour. Il pourrait même travailler 8 heures en 24, dans

un épuisement continu, si les relais étaient convenablement établis : de sorte que le nombre d'ouvriers à employer à un tel épuisement, serait $\frac{1}{5}Q'H'$, ou, pour prévenir tout mécompte, $\frac{1}{4}Q'H'$, Q' étant le volume d'eau élevé en une heure, et H' la hauteur de l'élévation.

Vis hydraulique.

397. On emploie encore, aux épuisemens, des vis dénuées de canon, consistant simplement en un noyau sur lequel sont les filets hélicoïdes. On les établit sur un canal ou emboîtement *semi*-cylindrique fait en charpente ou en maçonnerie et ayant l'inclinaison convenable : c'est comme un demi-canon, mais immobile. On ne laisse qu'un très-petit espace entre ses parois et les bords des filets. Ces machines, appelées *vis hydrauliques* (*Wasser-Schraube*) par les Allemands, sont très-usitées en Hollande, où elles sont souvent mues par des moulins à vent.

On leur donne une assez forte vitesse, pour qu'une trop grande quantité de l'eau d'abord élevée ne retombe pas dans le puisard, en suivant les parois du canal, avant d'avoir atteint le point de versement. Elles ont l'avantage d'être indépendantes, dans leur produit, de la hauteur de l'eau du réservoir comparativement à leur extrémité, et sans changer de place, elles épuisent un réservoir dont le niveau baisse graduellement. Mais cet avantage est plus que compensé par un inconvénient : très-souvent, le noyau, à moins qu'il ne soit gros, fléchit et les bords des filets frottent contre les parois du canal; ce qui

dégrade la machine, et donne lieu à une résistance qui absorbe une partie de la force motrice.

Pompe spirale.

398. Je ferai ici une courte mention d'une machine qui a des rapports avec la vis d'Archimède, et que l'on peut employer pour élever de l'eau à d'assez grandes hauteurs : c'est la *pompe spirale*. Elle consiste en un arbre tournant cylindrique ou conique, établi au-dessus d'un réservoir d'eau, et sur lequel est enroulé en hélice un tube de plomb ou de toute autre matière : une de ses extrémités puise l'eau, et l'autre s'emboîte exactement dans le bout recourbé d'un tuyau montant, lequel porte cette eau au point voulu. Fig. 84

Cette machine inventée et exécutée, en 1746, par un ferblantier de Zurich, a été l'objet d'un travail de Daniel Bernoulli, qui en a donné la théorie et qui a proposé des perfectionnemens, lesquels ont été adoptés dans une construction faite à Florence. Depuis, Nicander et Eytelwein s'en sont encore occupés : ce dernier rapporte qu'en 1784 il a été établi une telle pompe près de Moscou avec un plein succès; elle porte 16 pouces d'eau (116 litres en 1′) à 232^m de distance et 23^m de hauteur verticale. Cet auteur relève tous les avantages d'une pareille machine et il en recommande l'emploi.

Malgré cette recommandation et ces faits, comme elle est très-peu usitée et qu'elle m'est inconnue, je ne saurais entrer dans aucun détail, et je me borne à rappeler le principe qui lui sert de base. — Lorsque la bouche d'entrée puise alternativement de l'eau et de l'air, ces deux fluides s'avancent, de spire en spire, jusqu'au tuyau montant : ils y entrent; l'air se dégage et s'échappe dans l'atmosphère; l'eau monte graduellement, et va se verser par le dégorgeoir placé au haut du tuyau. Pendant le mouvement, les deux fluides sont disposés dans les spires de la manière indiquée par la figure; l'eau d'un côté, et l'air de l'autre; celui-ci occupant un espace de plus en plus petit. Dans la première spire, à partir de la bouche d'entrée, l'air est chargé, indépendamment du poids de l'atmosphère, de celui de la colonne d'eau de la seconde

spire : l'air de celle-ci porte de plus le poids de la troisième colonne ; ainsi de suite, de sorte que dans la dernière spire, celle qui est près du tuyau montant, il est comme chargé du poids d'une colonne d'eau dont la hauteur serait la somme des hauteurs de ce fluide dans toutes les spires. Ce même air supporte, par la force élastique qu'il doit à une telle pression, la colonne d'eau qui est dans le tuyau montant : il pourra donc en supporter une dont la hauteur sera égale à la somme des hauteurs de l'eau dans les spires. Ainsi, la hauteur à laquelle on peut élever l'eau, à l'aide d'une pompe spirale, dépend de la longueur et du nombre des spires du tube hélicoïde.

CHAPITRE III.

DES MACHINES A SEAUX.

(*Seaux*, *noria*, *chapelets*, *roue à godets.*)

399. Dans les machines dont il va être question, l'eau est puisée par un seau, ou engin de ce genre, qui la porte à la hauteur voulue. On est donc dans le cas où l'on élève immédiatement un poids à une certaine hauteur : il n'y a plus de théorie particulière ; et nous n'aurons qu'à donner une idée succincte de la machine dont il s'agira, et qu'à estimer l'effet qu'elle rend dans la pratique, ainsi que le rapport entre cet effet et la force employée à le produire.

Cette force est presque toujours celle d'un homme agissant sur une manivelle, ou d'un cheval attelé à un manége. L'effet utile de la première est de $5^{km}5$ en $1'$ (402), et celui de la seconde est de 40^{km} (240) : un homme pourrait

Coulomb, dans son important mémoire sur la *quantité d'action que les hommes peuvent fournir par leur travail journalier, suivant les différentes manières dont ils emploient leurs forces*, examine aussi le cas où l'homme élève de l'eau, ou un poids, à l'aide d'une manivelle, mode d'agir que cet auteur a trouvé être le plus avantageux. A défaut d'expériences directes, il conclut d'observations faites sur les machines d'épuisement, que, dans un travail continu, lequel peut comprendre six heures ($21600^{''}$) sur les huit ou dix que dure la journée de travail, un ouvrier exerce un effort de 7^{k} sur une manivelle qui se meut avec une vitesse de $0^{m}77$ à $0^{m}84$. De sorte que la quantité d'action journalière ne serait moyennement que de $7^{k} \times 0^{m}8 \times 21600^{''} = 121000^{km}$. En une heure, c'est $20^{mmm}17$ d'eau élevés à 1^{m}.

J'admettrai ce dernier résultat, non pour une heure de travail continu, mais de travail ordinaire, c'est-à-dire entremêlé de momens de repos, qui peuvent prendre un cinquième ou même un quart du tems destiné à l'ouvrage. Un homme peut travailler, dans sa journée, huit heures de cette manière, et par suite élever environ 160^{mmm} d'eau, ou produire 160000^{km} d'action journalière en effet utile.

Une expérience, je ne dirai pas d'un jour ni d'une année, mais de quelques siècles, et dont j'ai été souvent témoin, me porte à adopter une telle conclusion. Je circonstancie le fait, comme me paraissant devoir donner une mesure bien

positive de l'effet produit, dans sa journée, par un ouvrier ordinaire, mais exercé, agissant sur une manivelle.

Aux mines de Freyberg en Saxe, un des établissemens de mines les plus considérables de l'Europe, et vraisemblablement le mieux réglé, une grande partie du minerai exploité est élevé des étages inférieurs aux étages supérieurs, à l'aide de treuils ayant 0^m22 de diamètre et portant des manivelles dont le rayon ou coude est de 0^m44. La tâche journalière des deux mineurs employés aux manivelles de chacun de ces treuils, est d'élever 120 seaux de minerai d'une profondeur de 20 *lachter:* le *lachter* équivaut à 1^m982, et le seau cube $0^{mmm}0328$; sa charge, c'est-à-dire le poids des fragmens de roche ou de minerai dont on le remplit, varie de 52 à 60^k. (1)

Ainsi, dans sa journée, chaque ouvrier produit un effet utile de 123600^{km} à 142700^{km}. Mais il ne travaille qu'environ six heures et demie sur le treuil : s'il y eût travaillé pendant son poste entier, qui est de huit heures, il aurait produit moyennement 163880^{km}. Dans tous les cas, par heure, c'est $20^{mmm}49$ d'eau élevés à 1^m.

Prenant la charge moyenne de 56^k, et observant que le diamètre de la corde qui porte le seau est de 0^m0092, on trouve que l'effort exercé sur la manivelle par chacun des deux ouvriers, pour équilibrer cette charge, est de 7^k29. La vitesse du point sur lequel ils agissent, en admettant une entière continuité de mouvement pendant les six heures et demie de travail, est de 0^m781 (elle sera d'environ 1^m dans les momens de mouvement effectif; et alors nos manivelles ordinaires de 0^m40 de coude feront 24 tours en une minute). Ainsi, l'effet utile produit par chacun des deux mineurs sera de $7^k29 \times 0^m781 = 5^{km}69$ en $1''$.

Pour l'effet dynamique, mesure de la force imprimée par le moteur, les résistances passives de la machine doivent être

(1) Voyez mon ouvrage *Des Mines de Freyberg en Saxe et de leur exploitation.* Tom. I, p. 208 *et passim.*

Outre les deux ouvriers employés aux manivelles, il y a au fond du puits un manœuvre qui décroche le seau vide qui vient de descendre et le remplace par un plein : pendant cette opération, un des deux ouvriers des manivelles vide le seau qui vient de monter.

ajoutées à la charge ; elles l'augmenteront d'environ un dixième et porteront ainsi à 8^k l'effort exercé par chacun des deux ouvriers ; de sorte que la quantité d'action qu'il aura développée et imprimée sera de $8^k \times 0^m781 = 6^{km}25$; et, dans la journée de 8 heures ou 288000″ de travail, elle sera de 1800000^{km}.

Seaux sur une poulie fixe.

403. Coulomb, examinant encore la quantité d'action journalière produite par un homme qui élève de l'eau à l'aide de deux seaux fixés aux deux extrémités d'une corde passant sur une poulie de renvoi, ne l'a pas trouvée moitié de celle qui est imprimée à une manivelle ; elle n'a été que de 71000^{km}. C'est un peu moins que celle qui est fournie par des ouvriers employés à battre et à enfoncer des pilots à l'aide de sonnettes, et que Coulomb estime à 75000^{km}.

ART. 2. *Des Norias.*

Idée de la noria ses avantages et inconvéniens.

404. Lorsqu'on élève de l'eau à l'aide de seaux portés par un treuil, indépendamment des deux hommes placés aux manivelles, il en faut un troisième au puisard, pour faire que le seau qui y descend se remplisse de suite et entièrement ; et la dépense en est augmentée. Quelquefois elle l'est encore par un quatrième ouvrier, qu'on place au haut du puits pour vider les seaux pleins à mesure qu'ils y arrivent.

Pour éviter cette augmentation de dépense, comme pour accroître le volume d'eau élevé, en faisant cesser l'interruption qui a lieu dans l'élévation pendant qu'on vide et remplit les seaux, on en fixe une suite à une chaîne sans fin, qui

passe sur un tambour ou gros treuil établi au-dessus du réservoir dont on veut tirer l'eau. L'extrémité inférieure de la chaîne, ainsi que les seaux qu'elle porte, plongent dans cette eau. Leur ouverture est tournée vers le haut, sur la branche ascendante; et vers le bas, sur l'autre branche. Cette machine, qui porte le nom de *noria*, est mise en mouvement à l'aide de manivelles, ou d'un engrenage placé à l'extrémité de l'axe de rotation du tambour. Les seaux, en passant dans le puisard, s'y remplissent d'eau; ils la portent avec eux le long de la branche qui monte; arrivés au haut, ils s'inclinent en suivant la convexité supérieure du tambour, et ils versent leur eau dans une auge ou un bassin destiné à la recevoir.

405. De cette manière, les seaux se remplissent et se vident d'eux-mêmes, et la continuité du mouvement est parfaitement établie. Mais à côté de ces avantages sont quelques inconvéniens; l'eau est nécessairement élevée à une hauteur plus grande que celle du point où elle doit être reçue; et le grand poids de l'attirail, ainsi que ses nombreuses articulations, augmentent notablement les résistances passives.

Malgré ces défauts, la noria est une bonne machine. Elle est très-fréquemment employée dans le midi de l'Europe: depuis des siècles, elle sert à l'arrosement de tous les grands jardins aux environs de Toulouse, où elle est mue par un manége.

406. Il n'y a pas long-tems encore que ses seaux y étaient de simples pots de terre cylindriques; que les chaînes consistaient en des tresses de paille, et que les rouages étaient des bouts de solive assemblés en double croisillon. Maintenant les seaux sont en bois choisis et peints, ou en feuilles de cuivre; les chaînes sont en fer, les engrenages en fonte; et la machine y est assez généralement disposée comme celle qui avait été établie, dès 1781, à Vitri-sur-Seine près de Paris, et dont la Société d'agriculture de cette capitale a publié la description en 1817, et en a recommandé l'usage. Descripti d'une no

Je ne saurais mieux faire connaître une bonne noria, et les principales dimensions à lui donner, que par la courte description d'une de celles que M. Abadie a établies.

Le tambour, dans sa coupe verticale, est un hexagone régulier de 0^m45 de côté : c'est une lanterne à six fuseaux. Elle est formée par deux plateaux en fonte ayant 0^m02 d'épaisseur, distans de 0^m43 et réunis par des fuseaux ou boulons en fer de 0^m03 de diamètre. Un des plateaux est percé d'une simple ouverture pour le passage de l'axe de rotation, lequel consiste en une pièce de fer de 0^m054 d'équarrissage. L'autre présente à son centre comme un moyeu formé de deux anneaux concentriques de 0^m08 de saillie ou largeur; le petit, de 0^m06 de diamètre, embrasse l'axe; entre lui et le grand, qui a 0^m15, sont six petites cloisons placées dans le sens des rayons : le tout est en fonte et coulé avec le plateau. Entre les deux plateaux, et comme un noyau au milieu du tambour, on fixe horizontalement une pyramide tronquée hexagonale et creuse; sa hauteur est de 0^m43, le côté de la grande base de 0^m20, et celui de la petite de 0^m05 : cette petite base s'applique contre le petit anneau du moyeu, et la grande contre la paroi intérieure du plateau opposé. Ses six arêtes correspondent aux six petites cloisons du moyeu et aux six fuseaux. Entre chaque

arête et le fuseau correspondant est une plaque en fonte ou grande cloison, et le tambour se trouve ainsi divisé en six compartimens.

La chaîne a 13^m72 de long, et est formée de 28 grands chaînons. Chacun porte un seau fait en feuilles de cuivre: la figure 87 en présente une coupe perpendiculaire à l'axe de rotation : on a $AC = 0^m271$, $AB = 0^m21$, $CD = 0^m13$, et la largeur parallèlement à l'axe est de 0^m335 : la capacité du seau est ainsi de 15 litres (elle n'est que moitié dans les norias les plus ordinaires, et qui reviennent à 700 fr. environ mises en place). Au milieu du fond CD, est un trou circulaire de 0^m027 de diamètre, recouvert d'une petite soupape en bois.

Sur les deux côtés opposés de chaque seau sont fixées deux petites lames de fer M, ayant 0^m005 d'épaisseur, 0^m032 de large et 0^m53 de long. Leurs extrémités sont traversées par un boulon de 0^m02 de diamètre, et de manière que celui qui traverse les extrémités supérieures des bandes d'un seau, traverse aussi les extrémités inférieures des lames du seau qui est au-dessus. C'est ainsi que se forment les chaînons : et il faut avoir grand soin que leur longueur, la distance du boulon à l'autre, soit telle que, dans la partie de la chaîne qui se plie sur la partie supérieure du tambour, les boulons correspondent parfaitement aux fuseaux de la lanterne, c'est-à-dire, aux sommets des angles de l'hexagone.

Une des extrémités de l'axe de rotation porte une roue d'angle verticale, à 23 dents qui engrènent dans celles, au nombre de 38, d'une roue horizontale. Celle-ci est traversée par un arbre vertical en fer de 0^m054 d'équarrissage et 1^m10 de long : son extrémité inférieure repose sur une crapaudine, et son extrémité supérieure, disposée en anneau, reçoit le bras du manége, lequel a 4^m de long.

Sur l'axe horizontal on a encore une roue à rochet destinée à empêcher le mouvement rétrograde.

Lorsque la machine se meut, et que l'extrémité supérieure d'un chaînon arrive à la lanterne, il est comme pris par un fuseau qui l'emmène avec lui. Dès qu'en montant le seau de ce chaînon commence à s'incliner, il commence aussi à verser

son eau dans le compartiment qui lui correspond; et il a fini avant d'avoir atteint la position horizontale, et par conséquent avant d'avoir commencé à descendre. Cette eau descend dans le compartiment; arrivée au fond, lequel est une des faces inclinées du tronc de pyramide, elle le suit et va sortir par l'ouverture correspondante du moyeu, sans qu'il s'en soit perdu une goutte durant le versement.

Effet de la noria.

407. La noria que nous venons de décrire, est établie sur un puits dont le niveau est à $5^{m}20$ au-dessous de l'axe de rotation. Étant mue par un cheval ordinaire de jardinier, elle élève 23^{mmm} d'eau en une heure, et elle la verse dans un bassin de réception dont la superficie est à $0^{m}07$ au-dessous de l'axe, et par conséquent à $5^{m}13$ au-dessus du puisard. Ainsi l'effet utile, en une heure de tems, équivaut à 118^{mmm} ($=23\times5{,}13$) élevés à 1^{m}. Nous avons vu (399) qu'un cheval attelé à un manége pouvait en élever 144; on a donc ici une perte de 18 pour cent.

M. Navier rapporte qu'une noria, employée à des épuisemens auprès de Paris, menée par deux chevaux, élevait, en une heure, $70^{mmm}12$ d'eau à $3^{m}60$ de hauteur; ce serait par cheval 126^{mmm} à 1^{m}; et la perte ne serait que de 12 centièmes. Elle est habituellement beaucoup plus forte; elle va de 20 à 30 pour 100.

Elle provient de deux causes: 1.° de ce que les seaux en montant laissent retomber une partie de l'eau qu'ils avaient d'abord puisée; quoique cette partie n'arrive pas jusqu'au bassin de réception, elle n'en a pas moins pesé pendant quelque tems, et résisté à l'action du moteur:

2.° de ce que la machine élève toujours les eaux plus haut que la surface du bassin, surface qui est nécessairement un peu au-dessous de l'axe de rotation.

On aura égard à la première de ces pertes et à quelques autres causes de déchet, en réduisant de 144 à 120^{mmm} le volume d'eau qu'un cheval doit élever à 1^{m} en 1^{h}. On aura égard à la seconde, en diminuant ces 120^{mmm} dans le rapport de H à $H+r'$, H étant la hauteur de la surface du bassin au-dessus de celle du puisard, et r' étant la distance verticale entre la première de ces surfaces et le point culminant auquel l'eau est portée; r' sera d'ordinaire le rayon du tambour augmenté d'un à deux décimètres.

En conséquence l'effet utile qu'un cheval peut produire, en une heure, à l'aide d'une noria, est exprimé en mètres cubes d'eau élevés à 1^{m}, ou en dynamies, par $120\frac{H}{H+r'}$. Par conséquent, le volume d'eau qu'il peut élever à une hauteur H est $\frac{120}{H+r'}$.

Il suit de là que le nombre de chevaux à employer à une ou plusieurs norias pour élever un volume d'eau Q'^{mmm}, en une heure de tems et à une hauteur H, est $Q'\frac{(H+r')}{120}$.

Effet unique. 408. M. l'ingénieur Emmery a fait quelques expériences pour déterminer le rapport entre l'effet utile de la noria, et la quantité d'action développée par des hommes employés à le produire. Dans une d'elles, cinq forts ouvriers, agissant à la fois et exerçant sur les manivelles un effort de $46^{k}38$, avec

une vitesse de $0^{m}838$, ont élevé, en une heure, $25^{mmm}50$ à $3^{m}60$: ce qui donne 0,657 pour le rapport cherché. (*Architecture hydraulique* de Bélidor et Navier. Tom. I, p. 583.)

Dans les bonnes pompes, ce rapport est plus grand : aussi, tant qu'on pourra avoir et de telles pompes et les moyens de les entretenir, elles seront à préférer. Dans le cas contraire, on établira des norias, le forgeron du plus petit village étant capable de faire les réparations dont elles pourraient avoir besoin.

ART. 3. *Des Chapelets.*

Les chapelets, qui sont aussi une suite de seaux, mais d'une espèce particulière, étaient autrefois presque exclusivement employés aux grands travaux d'épuisement; ils le sont encore souvent aujourd'hui, notamment lorsque les localités ne permettent pas un usage facile de la vis d'Archimède. On les distingue en *verticaux* et *inclinés*.

409. Le chapelet vertical, ou pompe à chapelet, consiste : 1.° en un tuyau cylindrique de bois, appelé *buse*, ayant de 4 à 6^{m} de long et de $0^{m}13$ à $0^{m}16$ de diamètre; son extrémité inférieure plonge dans l'eau à épuiser : 2.° en un hérisson établi au-dessus de la buse, et armé de griffes en fer; il est traversé par un arbre tournant garni de manivelles à ses extrémités : 3.° en une chaîne sans fin portant de distance en distance, de mètre en mètre, des grains ou *patenôtres*, formés chacun d'une rondelle de cuir gras comprise entre deux platines en fer : 4.° enfin en une lanterne placée au bas de la chaîne

Chapelet vertical

pour la tenir tendue et la diriger convenablement. Voyez dans l'*Architecture hydraulique* de Bélidor les détails de la construction et de l'établissement de ces machines.

Lorsque le chapelet est en mouvement, les griffes du hérisson saisissent successivement les chaînons, et la chaîne monte. Le patenôtre, qui arrive à l'orifice inférieur de la buse, y prend en quelque sorte l'eau qui est au-dessous du précédent; il intercepte sa communication avec le réservoir, et il l'élève avec lui jusqu'au dégorgeoir.

Le chapelet vertical convient particulièrement aux épuisemens où l'on a à verser l'eau à plus de 4^m de hauteur : son attirail est moins compliqué et moins pesant que celui de la noria, et il offre moins de résistance. Il laisse retomber, il est vrai, une assez grande quantité d'eau, qui passe entre les cuirs et les parois de la buse, surtout lorsque la vitesse est petite. On diminue cette perte en soignant l'entretien de la machine; et particulièrement en adaptant, à l'extrémité inférieure de la buse, un tuyau de métal bien alésé, d'un diamètre un peu plus petit, et d'une longueur excédant un peu la distance qu'il y a d'un patenôtre à l'autre.

On emploie de quatre à huit hommes à la fois sur un chapelet : ses manivelles ont 0^m40 de coude et font de 20 à 30 tours par minute. Les ouvriers sont relevés de deux en deux heures; chacun travaille huit heures dans la journée, et

il en faut de douze à vingt-quatre, divisés en trois relais, pour épuiser jour et nuit.

410. Perronet, qui a eu jusqu'à vingt-deux chapelets sur un même endroit des fondations du pont d'Orléans, a constaté leur effet utile (1). Dans une expérience sur un d'eux, mu par quatre hommes, qui faisaient faire 30 tours à la manivelle, on a élevé à $4^{m}872$, $0^{mmm}5142$ en $108''$; ce qui ferait $17^{mmm}14$ en une heure; et, par homme, $20^{mmm}88$ élevés à 1^{m}, en ce tems. Perronet admet 25 tours de manivelle en travail ordinaire, et par suite $17^{mmm}40$ par heure. Il conviendrait peut-être encore, pour la pratique ordinaire, de n'admettre que 20 tours, et on n'aura plus que $13^{mmm}92$ pour la quantité d'eau élevée (en faisant abstraction du plus grand déchet dû à une moindre vitesse). Ce résultat concorderait avec celui qu'on déduit des observations de l'ingénieur Boistard sur trois chapelets d'environ $0^{m}15$ de diamètre et $3^{m}50$ de hauteur; en admettant qu'un cinquième de tems (1 sur 5,14) est pris par les momens de repos, et que le déchet est d'un sixième de l'eau d'abord puisée, on trouve que le volume d'eau élevé, en une heure et à 1^{m}, par chacun des 6 ou 8 ouvriers employés en même tems, est, pour les trois chapelets respectifs, de $15^{mmm}67$, $12^{mmm}77$ et $12^{mmm}44$; terme moyen $13^{mmm}63$.

En l'adoptant, le nombre d'hommes travail-

(1) *Œuvres de Perronet*, édition in-4.°, p. 250.

lant huit heures par jour, à employer à un épuisement continu, pour élever, à l'aide de chapelets verticaux, et en une heure de tems, Q^{lmmm} d'eau à une hauteur H, serait $0{,}22Q^{l}H$.

Boistard, comparant à l'effet des chapelets celui des pompes employées à des épuisemens, a trouvé ce dernier plus faible dans le rapport de 45 à 100. Les pompes observées avaient $0^{m}27$ de diamètre, $3^{m}40$ de hauteur, $0^{m}22$ de course du piston : sept hommes, agissant à la fois, donnaient généralement 30 coups de piston par minute.

Chapelet incliné.

411. Dans le chapelet incliné, la buse n'est plus qu'une auge rectangulaire et les patenôtres sont de simples palettes en bois. La branche descendante de la chaîne repose ou sur le dessus de l'auge, si elle est couverte, ou sur une sorte de plancher établi au-dessus, si elle ne l'est pas. Entre ses joues et les bords latéraux des palettes on ne laisse que 6 à 7 millimètres d'intervalle.

On peut voir dans l'*Architecture hydraulique* et dans le *Traité des machines* la description détaillée de quelques-unes de ces machines.

Fig. 88. Soit ABHI la coupe d'une portion de chapelet : faisons la hauteur des palettes $AB=h$, $BD=a$, la largeur de la palette $=b$, l'angle d'inclinaison $HFG=i$; abstraction faite de l'intervalle entre les parois de la buse et les bords des palettes, le volume d'eau contenu entre deux palettes consécutives sera $\frac{1}{2}ab(2h-a\tang i)$. En nommant L la longueur de la buse, N le nombre de palettes qui y passe dessus dans un tems donné, en observant que $L\sin i$ est la hauteur à laquelle l'eau est élevée, on aura, pour expression de l'effet utile produit dans ce tems,

$$\tfrac{1}{2}Nab\,L\sin i(2h-a\tang i).$$

Dans un même chapelet, l'effet sera proportionnel à $\sin i(2h-a\tang i)$; et l'angle i, qui rendra cette quantité

un *maximum*, sera celui sous lequel le chapelet produira le plus grand effet.

412. Le chapelet incliné exige une plus grande force motrice que le chapelet vertical, proportionnellement à l'effet produit, à cause et du frottement des palettes et de la grande perte d'eau qui a lieu par les intervalles : aussi est-il peu en usage.

Cependant Perronet en avait trois aux épuisemens pour le pont d'Orléans. Un était mu par une roue à aubes et élevait 68^{mmm} à 4^{m} dans une heure. Chacun des deux autres était mis en mouvement par un manége sur lequel douze chevaux agissaient à la fois : les palettes avaient $0^{m}203$ de large, $0^{m}162$ de haut, et autant de distance de l'une à l'autre : le produit était estimé à 135^{mmm}, par heure, élevés à 5^{m} (*Perronet*, p. 247 et 255). Ce ne serait que 56^{mmm} portés à 1^{m} par cheval.

D'après une observation faite lors de la construction du pont de la Charité-sur-Loire, un chapelet incliné, manœuvré par six hommes, portait, en une heure, $20^{mmm}5$ d'eau à $3^{m}25$ de hauteur : c'était par homme $11^{mmm}13$ portés à 1^{m} ; ce qui n'est guère que moitié du poids qu'il aurait élevé avec un treuil. (Je remarquerai que malgré les avantages dynamiques de cette dernière machine, elle n'est point employée aux grands épuisemens ; les seaux ne se remplissent pas entièrement, ils perdent de leur eau en montant, ils ballottent, se choquent, etc.)

ART. 4. *Roue à godets.*

413. Des seaux ou godets peuvent être adaptés à la circonférence d'une roue à aubes dont la partie inférieure plonge dans un cours d'eau. Ils sont ouverts et disposés de manière qu'au bas de la révolution ils puisent une certaine quantité d'eau, qu'ils versent, lorsqu'ils sont parvenus en haut, dans une auge ou bâche destinée à la recevoir. Nul moyen d'élever de l'eau n'est plus simple et plus économique; le même courant fournit à la fois la force et la matière dont on a besoin. Aussi, lorsque les localités le permettent, ce mode est-il fréquemment employé, soit pour des irrigations, soit pour divers usages domestiques.

Dans les grands épuisemens, on construit séparément une roue à godets et une roue à aubes. La première consiste en deux plateaux circulaires, entre lesquels on place et suspend les godets à l'aide d'un axe qui en traverse la partie supérieure et autour duquel ils peuvent se mouvoir. De cette manière, ils demeurent verticaux, et conservent l'eau qu'ils ont puisée jusqu'au sommet de la roue : là, à l'aide d'un mécanisme assez simple, dont on peut voir des exemples dans l'*Architecture hydraulique* et dans le *Traité des machines*, ils s'inclinent, versent leur eau, et puis ils reprennent leur première position. La roue à aubes communique le mouvement à

cette roue à godets, soit par un arbre commun, soit de toute autre manière.

414. Perronet a aussi employé, avec beaucoup de succès, une telle machine à l'épuisement des fondations du pont de Neuilly. La roue à aubes était fixement établie en un endroit où le courant avait 0^m81 de vitesse; et la roue à godets fut portée successivement sur l'emplacement des diverses piles, et jusqu'à une distance de 35^m. La première roue avait 5^m85 de diamètre, la largeur de ses aubes était de 6^m50 et leur hauteur de 0^m97. La seconde avait 5^m36 de diamètre; elle portait seize godets ou caisses cubant chacune $0^{mmm}137$, mais n'arrivant au point de versement qu'avec $0^{mmm}103$ d'eau. Elle élevait, en une heure, 185^{mmm} à 3^m25 et 3^m90; effet pareil à celui d'une douzaine des chapelets verticaux employés au même pont. (*Perronet*, p. 66 et 114.)

Roue à tympan

415. Nous rapporterons à la roue à godets une machine dont les anciens ont aussi fait un fréquent usage, et à laquelle ils donnaient le nom de *tympan*.

Elle présente en effet l'image d'un tympan ou tambour, étant formée de deux plateaux circulaires et d'une enveloppe cylindrique à laquelle ils servent de base. Elle est divisée, dans l'intérieur, en huit ou un plus grand nombre de compartimens, par des cloisons placées dans la direction des rayons: la surface cylindrique est percée d'une ouverture pour chacun des compartimens: le tambour est traversé par un gros axe ou essieu

sur la surface duquel sont autant d'entailles ou cannelures qu'il y a de compartimens.

Lorsque cette machine est convenablement établie sur l'eau à puiser, et qu'on la met en mouvement, chaque ouverture, en passant sous le niveau du réservoir, y puise une certaine quantité d'eau, qui entre dans le compartiment, et va sortir par l'entaille correspondante de l'essieu.

416. Au commencement du dernier siècle, Fig. 89. Lafaye courba les cloisons suivant la développée du cercle du moyeu, et il supprima l'enveloppe convexe.

Le célèbre ingénieur dont nous avons déjà cité les diverses observations sur les machines d'épuisement, en a aussi faites sur cette dernière sorte de tympan. Celui qu'il employait avait $5^{m}85$ de diamètre, il portait 24 cloisons, et élevait les eaux à $2^{m}60$: lorsqu'il plongeait dans l'eau de $0^{m}24$, douze hommes, marchant sur une roue à chevilles établie sur le même arbre, lui faisaient faire deux tours et demi en une minute, et élevaient 123^{mmm} d'eau en une heure. (*Perronet*, p. 252.)

L'effet utile de chacun des douze hommes serait de $26^{mmm}87$ élevés à 1^{m} en une heure; et nous avons vu que sur un chapelet vertical il n'était que de $17^{mmm}40$. Mais c'est à l'aide d'une roue à chevilles qu'était mu le tympan; la force de l'homme, lorsqu'il agit sur une telle roue, dépend de son poids, et l'effet produit est en général plus considérable que celui qu'on obtient à l'aide

d'une manivelle, dans le rapport de 3 à 2. Malgré l'avantage que nous venons de signaler, le tympan est très-peu employé : à moins de lui donner des dimensions extraordinaires, il n'élève les eaux qu'à une petite hauteur ; et même avec ses dimensions ordinaires, il est lourd, difficile à établir, et il occupe beaucoup de place dans un chantier : il est, sous ces rapports, l'opposé de la vis d'Archimède.

SECONDE PARTIE.

DE L'AÉROMÉTRIE.

417. Nous établirons dans l'*aérométrie*, science du mouvement des fluides aériformes, et qu'en conséquence on nommerait plus convenablement *aérodynamique*, les mêmes divisions que dans l'hydraulique proprement dite; et nous aurons à y traiter des lois du mouvement: 1.° lorsque ces fluides sortent, par l'effet d'une compression, d'un réservoir où ils étaient renfermés: 2.° lorsqu'ils se meuvent dans des tuyaux de conduite: 3.° lorsqu'ils agissent comme moteurs. Ici, on n'aura pas de section correspondante à celles des machines qui élèvent l'eau.

Avant d'aborder ces matières, rappelons succinctement quelques propriétés de l'air qui s'y réfèrent: c'est l'air de l'atmosphère dont il va être principalement question.

PRÉLIMINAIRES.

PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'AIR.

418. L'air atmosphérique, quoique composé de deux substances essentiellement différentes et simplement mélangées, le gaz azote et le gaz oxi- Homogénéité.

gène, est regardé en mécanique comme un corps homogène.

Élasticité. 419. Il est, ainsi que tous les fluides aériformes, éminemment élastique.

Par suite de cette élasticité, il tend continuellement à occuper un plus grand espace; de manière que celui qui est contenu dans un vase clos, exerce, en vertu de cette tendance, un effort ou une pression sur les parois de ce vase. D'après les principes de l'hydrostatique, et abstraction faite de la pesanteur du fluide, la pression est égale sur tous les points des parois : de sorte que si sur un d'eux on place un *manomètre*(1), la hauteur à laquelle le mercure et en général le liquide dont il est garni s'y élèvera, indiquera la *force élastique* de l'air renfermé dans le vase.

Compressibilité par la pression. 420. L'air se comprime sous les poids dont on le charge et proportionnellement à ces poids. Cette loi établie par Mariotte, vérifiée depuis long-tems pour les petites charges, vient d'être confirmée, et d'une manière directe, par les

(1) Le manomètre dont je me suis servi dans les expériences qui vont être rapportées, est représenté à la figure 90 : il consiste en un tube de verre doublement recourbé, et enchâssé dans une pièce de bois portant un couvercle à charnière. Des trois branches A, B et C du tube, la première passe derrière la seconde : elle est vide, et les deux autres contiennent, dans leur moitié inférieure, du mercure ou de l'eau colorée qui y est naturellement de niveau. L'instrument s'introduit par le bout conique dans un trou circulaire pratiqué sur le réservoir d'air. Lorsque ce fluide est comprimé, comme il communique, par la branche A, avec le haut de la branche B, il y presse de haut en bas le liquide, et il le force à s'élever dans la branche C : alors la différence de niveau du liquide dans les deux branches est la *hauteur manométrique*, mesure de la force élastique.

belles expériences de MM. Dulong et Arago(1), jusqu'à l'énorme charge ou pression d'une colonne de mercure de 20^m499 de haut, pression de 27 *atmosphères*, c'est-à-dire égale à 27 fois celle qui est due au poids de notre atmosphère, et qui est indiquée par la hauteur du baromètre au niveau de la mer, hauteur qu'on estime généralement à 0^m76. (Les observations les plus exactes donnent, d'après mes supputations, 0^m762, le mercure étant réduit à zéro de température thermométrique.)

421. Toute pression exercée sur une surface équivaut à un poids qui serait placé dessus, et ce poids peut être représenté à son tour par une colonne de fluide pesant. Soit σ la surface pressée qui sera la base de la colonne, h sa hauteur, ω le poids du mètre cube du fluide qui la constitue : $\sigma h\omega$ sera son poids, ainsi que la mesure de la pression sur la surface σ. Ce poids, comme cette mesure, se réduira à $h\omega$, sous l'unité de surface. De plus, pour un même fluide, elle sera simplement proportionnelle à h, et comme représentée par h. C'est dans ce sens, avec ces réserves et de l'unité ou de l'égalité de surface et de l'identité de fluide manométrique, que dans l'écoulement des eaux, dans les tuyaux de conduite, dans les pompes, dans ce que nous venons de dire et dans ce qui va suivre, h, ou son équivalent, représente respectivement la charge, la pression piézométrique, la résistance au mouvement, la pression atmosphérique et la force élastique : car d'ailleurs la mesure absolue de ces quantités est $\sigma h\omega$[k].

422. L'air se dilate par la chaleur : et d'un 267.e, ou des 0,00375 de son volume pour chaque degré du thermomètre centigrade, à partir du zéro de ce thermomètre. De sorte que le volume

Dilatabil par la chale

(1) *Annales de chimie et de physique*. Tom. 43. 1830.

d'une masse d'air, qui serait représenté par 1 à 0°, le sera par $1+0{,}00375t$ à $t°$.

Tous les fluides aériformes suivent cette loi de dilatabilité, ainsi que celle d'une compression proportionnelle aux poids.

ids de atmo- ique.

423. La densité des corps, la masse demeurant la même, est en raison inverse du volume: de sorte que les densités d'une même masse de fluide, à 0° et à $t°$, seront entre elles comme $1+0{,}00375$ à 1. Les poids, sous même volume, suivent le rapport des densités : il en sera ainsi des poids spécifiques du corps, qui sont leur poids sous l'unité de volume.

Le poids spécifique d'un fluide aériforme sera donc une fonction de la charge qui le comprime et de la chaleur qui le pénètre : il augmentera avec la charge et il diminuera avec la chaleur dans les rapports que nous venons d'indiquer.

D'après des expériences de MM. Biot et Arago, un mètre cube d'air atmosphérique sec, à 0^m76 de charge ou pression barométrique et à 0° de température, pèse 1^k299. Ainsi, sous une pression barométrique représentée par b^m et à une température $t°$, le poids d'un mètre cube ou le poids spécifique de l'air atmosphérique sec sera

$$1{,}299\,\frac{b}{0{,}76}\cdot\frac{1}{1+0{,}00375t}=1{,}709\,\frac{b}{1+0{,}00375t}.$$

La vapeur aqueuse qui existe toujours dans l'atmosphère, en plus ou moins grande quantité, étant plus légère que l'air, diminue son poids

en se mêlant avec lui; et comme, toutes choses égales d'ailleurs, elle y est en quantité d'autant plus grande que le tems est plus chaud, on aura égard à son effet, en augmentant un peu le multiplicateur de t, en le portant à 0,004. On établira donc convenablement, pour le poids d'un mètre de l'air de l'atmosphère,

$$1{,}709\,\frac{b}{1+0{,}004t}.$$

Si 1 représente le poids d'un volume d'air sec, en se rappelant que la vapeur de l'eau est plus légère dans le rapport de 5 à 8, on trouve que le poids de ce même volume contenant aussi une certaine quantité de cette vapeur, est $1-\frac{3nf}{8b}$: expression dans laquelle b indique la hauteur du baromètre dans cet air, et nf la force élastique de la vapeur qui y est mêlée. La lettre f représente la force élastique de la vapeur à la température t, dans un espace qui en serait saturé; et on a

$$f=0^{m}00512\times 10^{\,0{,}028t-0{,}000063t^{2}}.$$

Le nombre n est le rapport entre la quantité de vapeur contenue dans un espace où l'hygromètre se tient à un certain degré, et la quantité contenue dans ce même espace lorsqu'il est entièrement saturé, et où par conséquent l'hygromètre se tient à 100°. M. Gay-Lussac a dressé une table des valeurs de n correspondantes aux divers degrés de l'hygromètre à cheveu : le tableau ci-joint en est extrait. J'ai fait voir ailleurs(1) que la substitution du facteur approximatif $\frac{1}{1+0{,}004t}$ au facteur théorique $\frac{1-\frac{3nf}{8b}}{1+0{,}00375t}$ ne saurait don-

HYGROMÈTRE.	n
100°	1,00
95	0,89
90	0,79
85	0,70
80	0,61
75	0,54
70	0,47
65	0,40
60	0,35
50	0,28

(1) *Mémoire sur la mesure des hauteurs par le baromètre* dans le *Journal de physique* de 1810.

ner lieu à guère plus d'un millième d'erreur dans le poids de l'air pris à l'état où il se trouve habituellement dans l'atmosphère.

Poids de l'air comparativement à l'eau.

424. Le mètre cube d'eau pesant 1000^k et le mètre cube d'air $1{,}709\,\frac{b}{1+0{,}004t}$; le rapport entre ces deux poids, qui sera $585\,\frac{1+0{,}004t}{b}$, exprimera combien de fois l'eau pèse plus que l'air : ce sera 800 fois, à 10° du thermomètre et à 0^m76 du baromètre.

Au mercure.

425. Le mètre cube de mercure, à $t°$, pèse $\frac{13599}{1+0{,}00018t}$. Ainsi le rapport entre le poids de cette substance et celui de l'air, sera

$$\frac{13599(1+0{,}004t)}{1709.b(1+0{,}000018t)} = 7955\,\frac{1+0{,}004t}{b},$$

en observant que le facteur $1+0{,}000018t$ est toujours très-petit : d'ailleurs, en le négligeant, on corrige encore un peu l'effet des vapeurs sur le poids de l'air.

Poids d'un gaz quelconque.

426. Ordinairement l'air atmosphérique est pris pour le terme de comparaison des autres fluides aériformes ou gaz : si φ est le rapport de la densité d'un gaz quelconque à celle de cet air, ou la *pesanteur spécifique* du gaz, le poids du mètre cube en sera

$$1^k709\varphi\,\frac{b}{1+0{,}004t}.$$

SECTION PREMIÈRE.

DU MOUVEMENT DE L'AIR SORTANT D'UN RÉSERVOIR OÙ IL EST COMPRIMÉ.

427. Qu'on se représente un réservoir, par exemple, une caisse très-exactement close et contenant de l'air à l'état naturel, c'est-à-dire, à la simple pression de l'atmosphère, pression que nous désignerons toujours par *b* : si l'on pratique une ouverture sur une des parois, les molécules d'air qui se trouvent devant elle, pressées à l'intérieur comme à l'extérieur, par la même force *b*, demeureront en équilibre; elles ne sortiront pas, et il n'y aura pas d'écoulement.

Force en vertu de laquelle le fluide se

Mais si l'air intérieur vient à éprouver une pression; par exemple, si le couvercle de la caisse, que nous supposerons devenu mobile, comme un piston dans son corps de pompe, est chargé d'un poids, cet air sera plus comprimé que celui du dehors; et ses molécules, cédant à l'excès de pression, sortiront. Supposons qu'un manomètre adapté à la caisse s'élève à la hauteur H, cette hauteur mesurera la pression résultant du poids placé sur le couvercle : les molécules en face de l'ouverture seront poussées au dehors

par la force $b+H$; elles seront repoussées en dedans par b; ces deux forces agissant dans des directions exactement opposées, la résultante sera égale à leur différence et par conséquent à H. L'écoulement aura lieu comme si cette force agissait seule sur l'air du réservoir, et qu'il s'écoulât dans le vide.

Vitesse de sortie.

428. Nous avons vu (14), que lorsqu'un fluide sort d'un vase, par un orifice percé sur ses parois, en vertu d'une pression exercée sur lui, sa vitesse est due à une hauteur égale à celle de la colonne du fluide sortant dont le poids mesurerait la pression. Une telle hauteur est évidemment H augmentée dans le rapport de la densité du fluide manométrique à celle du fluide sortant. Δ étant la première de ces densités et δ la seconde, en appelant V la vitesse de sortie, on aura donc $V=\sqrt{2g.H\frac{\Delta}{\delta}}$.

Si le fluide manométrique est du mercure, l'air sortant sous la pression $b+H$ et ayant la température $t°$, on a $\frac{\Delta}{\delta}=7955\frac{1+0{,}004t}{b+H}$ (425) : et, par suite, toute réduction faite, en admettant $1+0{,}004t=T$,

$$V=395\sqrt{H\frac{T}{b+H}}.$$

Dépense.

429. Si S représente l'aire ou section de l'orifice, le volume d'air écoulé en une seconde de tems sera $395S\sqrt{H\frac{T}{b+H}}$. C'est la dépense théorique.

quelques secondes, et les résultats ne présentant pas la même régularité que les nôtres, nous ne saurions y avoir une égale confiance.

Ajutages cylindriqu

432. Les ajutages cylindriques, ou petits tuyaux additionnels dont j'ai fait usage, avaient les mêmes diamètres que les orifices circulaires. Ils ont donné lieu aux expériences que présente le tableau suivant.

AJUTAGE.		HAUT.	LONG.	TEMS	COEFFICIENT	
Diamèt.	Longueur.	manométrique.	de la descente.	de la descente.	par expér.	moyen.
mèt.	mèt.	mèt.	mèt.	secondes.		
0,01	0,04	0,027	0,60	132	0,910	
0,01	0,04	0,050	0,60	97	0,912	
0,01	0,04	0,072	0,60	79,7	0,925	0,931
0,01	0,04	0,095	0,60	68	0,947	
0,01	0,04	0,120	0,55	61	0,920	
0,01	0,04	0,141	0,55	51,5	0,940	
0,015	0,045	0,027	0,60	59	0,923	
0,015	0,045	0,050	0,60	43,5	0,922	
0,015	0,045	0,072	0,60	36	0,930	0,924
0,015	0,045	0,096	0,55	29	0,917	
0,015	0,045	0,120	0,55	26	0,916	
0,02	0,06	0,028	0,60	33	0,896	
0,02	0,06	0,050	0,60	24,2	0,915	0,916
0,02	0,06	0,072	0,60	19	0,934	
0,02	0,06	0,096	0,55	16	0,919	
0,03	0,08	0,025	0,60	14	0,964	
0,03	0,08	0,031	0,60	13,3	0,934	0,933
0,03	0,08	0,039	0,60	12	0,902	
				Moyenne		0,926

L'accord entre ces résultats est remarquable : il ne laisse pas de doute sur la valeur du coefficient pour les ajutages cylindriques : elle est de 0,92 à 0,93.

Celui des fluides incompressibles, 0,82, était bien moins fort.

433. J'ai voulu savoir jusqu'à quel point la longueur du tuyau additionnel influait sur la valeur du coefficient. J'ai en conséquence pris quatre tuyaux de 0^m015 de diamètre et dont

les longueurs sont notées à la première colonne ci-contre : j'ai fait sur chacun d'eux plusieurs suites d'expériences ; et je me borne à donner à la troisième colonne la dépense moyenne obtenue ; et à la seconde, le coefficient que l'on en conclut.

LONG. du tuyau.	COEFFICIENT.	DÉPENSE	
		réelle.	calculée.
mèt.		mèt. cub.	mèt. cub.
0,022	0,938	0,00728	0,00703
0,045	0,924	0,00700	0,00699
0,162	0,838	0,00628	0,00641
0,325	0,738	0,00570	0,00581

La rapidité du décroissement est frappante. Au reste, la théorie que nous exposerons, dans le chapitre suivant, sur les effets de la résistance que les tuyaux opposent au mouvement de l'air, en rend compte, ainsi qu'on le voit par la dernière colonne du tableau, laquelle présente la dépense calculée d'après cette théorie.

Ajutages coniques.

434. Passons aux ajutages coniques, ceux qu'on emploie presque toujours.

Afin de mieux comparer leurs effets avec ceux des ajutages cylindriques, je leur ai donné même orifice de sortie et même longueur.

AJUTAGE.			HAUT. manométrique.	LONG. de la descente.	TEMS de la descente.	COEFFICIENT	
Diamètre à la sortie.	Diamètre à l'entrée.	Longueur.				par expérience.	moyen.
mèt.	mèt.	mèt.	mèt.	mèt.	secondes.		
0,01	0,02	0,04	0,050	0,60	96	0,928	
0,01	0,02	0,04	0,072	0,60	81	0,917	0,927
0,01	0,02	0,04	0,096	0,60	69	0,934	
0,01	0,02	0,04	0,120	0,60	62	0,930	
0,015	0,03	0,045	0,028	0,60	57,5	0,913	
0,015	0,03	0,045	0,050	0,60	43	0,916	
0,015	0,03	0,045	0,072	0,60	36	0,915	0,917
0,015	0,03	0,045	0,096	0,55	28,5	0,927	
0,015	0,03	0,045	0,120	0,55	25	0,916	
0,02	0,04	0,06	0,027	0,60	32	0,945	
0,02	0,04	0,06	0,037	0,60	27,5	0,951	0,936
0,02	0,04	0,06	0,050	0,60	24	0,928	
0,02	0,04	0,06	0,060	0,60	22	0,924	
0,03	0,06	0,08	0,040	0,60	12	0,924	0,933
0,03	0,06	0,08	0,050	0,60	11,5	0,942	
Moyenne générale							0,928

Ainsi, dans ces ajutages coniques, comme dans les cylindriques, le coefficient est 0,93.

435. Désirant connaître l'effet des divers ajutages coniques à mesure que leur convergence, c'est-à-dire que l'angle formé par deux côtés opposés du cône augmente, j'ai fait faire cinq ajutages ayant tous un orifice de sortie de 0^m015, et dont l'angle était différent. Ils m'ont servi à des séries d'expériences pareilles aux autres : je me borne à donner les coefficiens conclus.

AJUTAGE.			LA HAUTEUR MANOMÉTRIQUE ÉTANT de					COEFFICIENT moyen.
Angle de convergence.		Longueur.	0^m028	0^m050	0^m072	0^m096	0^m120	
		mèt.						
6°	26	0,045	0,939	0,939	0,940	0,933		0,938
18	54	0,045	0,912	0,916	0,915	0,927	0,916	0,917
53	8	0,045	0,786	0,810	0,797	0,803	0,794	0,798
11	24	0,025	0,946	0,939	0,949	0,960	0,951	0,947
28	4	0,010	0,888	0,877	0,881	0,881	0,874	0,880

Un coup d'œil jeté sur ce tableau suffit pour montrer les avantages d'un ajutage court et peu convergent. Lorsque l'angle de convergence ne dépassera pas 10 à 12°, le coefficient sera d'environ 0,94 : à mesure qu'il deviendra plus grand, ce coefficient et la dépense diminueront, et l'on se rapprochera des phénomènes que présentent les orifices en mince paroi.

436. D'après ces faits, la valeur de m, dans l'expression de la dépense $395\,mS\sqrt{H\frac{T}{b+H}}$, sera de

0,65 pour les orifices en mince paroi,
0,93 pour les ajutages cylindriques, et
0,94 pour les ajutages légèrement coniques.

437. Presque tous les ajutages dont on se sert dans la pratique, tels que les buses qui terminent les porte-vents dans les usines et les bouts des

Dépense p des buses.

soufflets, étant des tubes assez alongés et aigus, sont dans ce dernier cas, et 0,94 sera souvent le coefficient qui leur convient; cependant, à cause de leur longueur et pour plus de sûreté, nous adopterons pour ces buses 0,93. Alors, et en observant que $S = 0{,}785\,d^2$, d étant le diamètre de l'orifice de sortie, on a

$$Q = 289\,d^2 \sqrt{H \frac{T}{b+H}}.$$

Dans le volume donné par cette expression, l'air est censé être à la même densité que dans l'intérieur du réservoir d'où il sort, et par conséquent être sous la pression $b+H$. On transformera ce volume en celui qu'occuperait la même masse d'air sous une pression donnée b', en multipliant la valeur ci-dessus par le rapport des deux pressions; et il viendrait

$$Q = 289 \frac{d^2}{b'} \sqrt{H(b+H)T}.$$

438. Si on voulait avoir le poids de la masse d'air écoulée dans l'unité de tems, on multiplierait la première des deux valeurs de Q que nous venons de donner par $1{,}709 \frac{b+H}{1+0{,}004t}$, poids d'un mètre cube d'air, sous la pression $b+H$ et à la température t (423), et si P représente, en kilogrammes, le poids cherché, on aurait

$$P = 493\,d^2 \sqrt{H \frac{b+H}{T}}.$$

439. Dans l'application, on prend ordinairement pour b et t les valeurs moyennes des hau-

teurs du baromètre et du thermomètre dans le lieu que l'on considère. Si l est la latitude de ce lieu, et e son élévation approximative au-dessus de la mer, on a $b = 0^m762 - 0{,}000089e$ (361), $t = 46\cos l - 0{,}0063e - 18$, et par suite $T = 0{,}93 + 0{,}18\cos l - 0{,}000025e$.

On peut même, sans s'exposer à une erreur de plus d'un centième, à moins d'un cas extraordinaire, faire disparaître b et t des formules, en leur substituant une valeur moyenne pour une grande étendue de pays : ainsi, pour la France, on ferait $t = 12°$ ou $T = 1{,}048$, $b' = 0^m75$ et $b + H = 0^m78$, et il viendrait

$$Q = 348\,d^2\sqrt{H} \text{ mètres cubes}$$
$$\text{et } P = 425\,d^2\sqrt{H} \text{ kilogrammes.}$$

Dépense pour les g en généra

440. Les principes que nous venons d'établir et les règles que nous en avons déduites sur l'écoulement de l'air atmosphérique, s'appliquent à celui de tous les autres fluides aériformes, avec une modification dépendant de la densité de chacun d'eux.

Soit, par exemple, un gaz dont la densité, par rapport à celle du fluide du manomètre, est δ, et qui sort d'un réservoir sous la pression manométrique H. Sa vitesse de sortie sera due à la hauteur H augmentée dans le rapport de la densité du fluide à celle du gaz (428); et Q étant le volume de ce dernier qui sort en $1''$, on aura $Q = mS\sqrt{2g\frac{H}{\delta}}$. Pour un autre gaz, dont δ'

serait la densité et Q' le volume écoulé, tout étant égal d'ailleurs, on aurait $Q' = mS\sqrt{\frac{H}{\delta'}}$. Ainsi

$$Q : Q' :: \sqrt{\frac{1}{\delta}} : \sqrt{\frac{1}{\delta'}} :: \sqrt{\delta'} : \sqrt{\delta};$$

c'est-à-dire, que les *volumes de deux gaz qui s'écoulent par des orifices égaux et sous des pressions égales, sont en raison inverse de la racine carrée de leur densité respective.*

En conséquence, si un des deux gaz était l'air atmosphérique et que φ fût la pesanteur spécifique de l'autre (426), le rapport des densités étant celui de 1 à φ, la dépense de ce dernier gaz serait

$$\frac{289 d^2}{b'\sqrt{\varphi}}\sqrt{H(b+H)T}.$$

Exemples. 441. On demande quel est le volume d'air atmosphérique, réduit à la pression barométrique de 0^m76, que fournira un réservoir sur lequel le manomètre à mercure marque 0^m03, et auquel est adapté une buse de 0^m075 de diamètre. L'on est au 45.e degré de latitude, et à 200^m environ au-dessus de la mer.

Dans un tel lieu on a moyennement (439) $b = 0^m744$ et $t = 13°$: d'après les données ci-dessus, on a, en outre, $H = 0^m03$, $d = 0^m075$ et $b' = 0^m76$; par suite, $T = 1,052$ et $b + H = 0,774$.

Le volume d'air dépensé en 1″ sera donc

$$289\frac{(0,075)^2}{0,76}\sqrt{0,03 \times 0,774 \times 1,052} = 03343.$$

Ainsi le réservoir donnera plus d'un tiers de mètre cube d'air par seconde : une telle quantité suffit pour activer convenablement le feu de quatre et même de cinq grosses forges d'affinerie.

442. Quelle doit être la hauteur de la colonne de mercure

dans le manomètre pour faire sortir, par une buse de 0^m06 de diamètre, 0^k32 d'air atmosphérique en 1″. Le baromètre est moyennement, dans cette usine, à 0^m75 et le thermomètre à 11.

De la relation $P = 493 d^2 \sqrt{H \frac{b+H}{T}}$, en élevant au carré et résolvant l'équation du second degré, on déduit $H = -\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{P^2 T}{(493)^2 d^4} + \frac{1}{4}b^2}$.

Ici l'on a $P = 0^k32$, $b = 0^m75$, $d = 0^m06$ et $T = 1{,}044$. Ces quantités numériques mises dans l'équation ci-dessus, la réduisent à $H = 0{,}0428$: ainsi la hauteur manométrique demandée sera 0^m043.

Si l'on eût fait usage de la formule plus simple (439) $P = 425 d^2 \sqrt{H}$, on eût eu $H = \frac{(0{,}32)^2}{(425)^2 (0{,}06)^4} = 0{,}437$.

443. Un gazomètre servant à l'éclairage au gaz, en dépense mille mètres cubes par heure, sous une charge représentée par une colonne d'eau de 0^m045 : on demande la grandeur de l'ouverture qu'il faudrait pratiquer, sur la paroi du gazomètre, pour produire un tel écoulement. Le baromètre dans cette localité est d'ordinaire à 0^m755 et le thermomètre à 15°.

On a donc $b = 0^m755$ et $T = 1{,}06$: de plus, mille mètres cubes en une heure, ou en 3600″, donnent par seconde $0^{mmm}2778 = Q$; et une colonne manométrique d'eau de 0^m045 équivaut à une colonne de mercure de $\frac{0{,}045}{13{,}6} = 0^m00331 = H$. La pesanteur spécifique du gaz d'éclairage (l'hydrogène carburé) est, d'après Berzelius et Dulong, $0{,}559 = \varphi$. Enfin, le gazomètre étant fait en feuilles de cuivre, l'ouverture à pratiquer sera en mince paroi, et la valeur correspondante de $m = 0{,}65$.

L'équation générale (436 et 440), $Q = \frac{395 m S}{\sqrt{\varphi}} \sqrt{H \frac{T}{b+H}}$, donne ici $S = \frac{0{,}2778 \times \sqrt{0{,}559} \times \sqrt{0{,}755 + 0{,}00331}}{395 \times 0{,}65 \times \sqrt{0{,}00331} \times 1{,}06} = 0{,}0119$.

Ainsi l'ouverture demandée aura en superficie $0^{mm}0119$; ce sera ou un carré de 0^m109 de côté, ou un cercle de 0^m123 de diamètre.

SECONDE SECTION.

Nous aurons à traiter, dans cette section, du *mouvement de l'air dans les tuyaux de conduite.* Combinant ensuite les résultats obtenus avec les principes posés dans la section précédente, nous calculerons les effets des *machines soufflantes.*

CHAPITRE PREMIER.

DU MOUVEMENT DE L'AIR DANS LES TUYAUX DE CONDUITE.

Résistance des tuyaux. Son expression.

444. Si à un réservoir, qu'on entretient toujours plein d'un air également comprimé, on adapte un long tuyau dont l'extrémité serait ou entièrement ouverte, ou munie d'un ajutage qui en rétrécirait l'orifice, l'air y entrera, il le parcourra, et il en sortira en produisant un souffle continu.

Désignons encore par H la hauteur d'un manomètre établi sur le réservoir, elle représentera la force qui pousse l'air dans le tuyau. Si celui-ci n'opposait aucune résistance au mouvement, elle indiquerait encore la force qui presse l'air

sortant, et qui produit la vitesse de sortie : alors, un second manomètre, placé sur un second réservoir qui porterait la bouche de sortie, se tiendrait aussi à la hauteur H. Mais, il n'en est pas ainsi ; la résistance du tuyau a détruit une portion de la force initiale ; et le second manomètre ne se tient plus qu'à h, hauteur plus petite que H, et qui seule produit la vitesse de sortie. De sorte que la résistance aura absorbé une partie de la force première égale à $H - h$; cette quantité représentera donc la résistance.

445. Comme dans les tuyaux qui conduisent de l'eau, elle sera un effet de l'action des parois ; et elle sera en conséquence d'autant plus grande que le tuyau sera plus long, et qu'il aura un plus grand pourtour ou diamètre. Elle sera encore en raison inverse de sa section ou du carré de son diamètre ; et elle croîtra proportionnellement au carré de la vitesse (151). Quant au terme de la relation entre la résistance et la vitesse, où celle-ci n'est qu'à la première puissance (98), il peut être entièrement négligé : d'après les observations de Hutton, son effet est insensible pour les vitesses de l'air de 3^m à 100^m (1) ; et, dans les conduites, la vitesse ne dépasse pas 50^m, et elle n'est presque jamais au-dessous de 3^m.

En conséquence, si u est la vitesse moyenne dans une conduite dont L serait la longueur et

(1) *Nouvelles expériences sur l'artillerie*, 2.e partie, traduction de M. Turquem, p. 112 et 148.

D le diamètre, n' étant un coefficient constant, on aura

ation
la
rement.

$$H - h = n' \frac{LDu^2}{D^2} = n' \frac{Lu^2}{D}.$$

446. Il n'en est pas de l'air comme de l'eau, dans une conduite, sa vitesse n'est pas uniforme, elle va graduellement en augmentant, depuis le commencement jusqu'à la fin, et cela dans le rapport inverse des pressions respectives, depuis $b + h$ jusqu'à $b + H$, b étant la hauteur du baromètre.

En effet, si lorsque la permanence du mouvement est bien établie, l'on imagine, dans la conduite, deux tranches transversales d'égale épaisseur, et à quelque distance l'une de l'autre, il devra passer, par chacune d'elles, une même masse, un même nombre de molécules d'air, dans un même tems. Dans la tranche d'aval, où la pression, et par suite la densité de l'air est moins grande, il y aura, en un instant, moins de molécules que dans l'autre; il faudra donc qu'elles y passent plus vite, et d'autant plus que la densité sera moindre.

La diminution de densité, comme celle de pression, étant proportionnelle à la longueur de la conduite, se fera en progression arithmétique: il en sera donc de même de l'accroissement dans la vitesse. En conséquence la moyenne u sera au milieu de la conduite. La pression y est $\frac{1}{2}(b+H+b+h) = b+h_1$, en faisant $\frac{1}{2}(H+h) = h_1$; à l'extrémité, elle est $b+h$; ainsi, si l'on dési-

gne par v la vitesse à cette extrémité, on aura $u : v :: b+h : b+h_1$, ou $u = v\frac{b+h}{b+h_1}$.

447. Si la conduite est terminée par un ajutage dont le diamètre à l'orifice soit d, et que la vitesse avec laquelle le fluide en sort soit V; les vitesses étant en raison inverse des sections ou des carrés des diamètres, on aura $v = V\frac{d^2}{D^2}$, ou plus exactement $v = V\frac{md^2}{D^2}$, m étant le coefficient de contraction à l'orifice : il sera généralement de 0,93 dans les ajutages des conduites (437). De plus, et toutes choses égales d'ailleurs, V^2 est proportionnel à h, ou égal à $n''h$, n'' étant un autre multiplicateur constant. Ainsi $u^2 = n''h\frac{m^2d^4}{D^4}\left(\frac{b+h}{b+h_1}\right)^2$: cette valeur doit être mise dans l'équation ci-dessus.

Au second membre, on aura les trois multiplicateurs constans n', n'' et m; on représentera leur produit par n; on y comprendra même le facteur $\left(\frac{b+h}{b+h_1}\right)^2$, variable, il est vrai, mais entre des limites assez étroites, et les expériences qui donneront n, donneront implicitement sa valeur moyenne. Faisant en conséquence $n'n''m\left(\frac{b+h}{b+h_1}\right)^2 = n$, on aura

$$H - h = n\frac{hLd^4}{D^5}.$$

448. Ce second membre n'exprime que la ré-

sistance des parois; et il en est encore une autre celle qui provient de l'étranglement que la veine fluide peut éprouver en passant du réservoir dans la conduite : elle se joint à la première pour faire descendre le manomètre de H en h, et par conséquent pour produire $H - h$: son expression qui est (168) $h\frac{m^2d^4}{D^4}\left(\frac{1}{m'^2}-1\right)$, m' étant le coefficient de contraction à l'entrée de la conduite devrait donc être introduite dans le second membre. Mais, d'après ce qui a été dit aux n.os 51 et 168, l'effet de cet étranglement sera extrêmement petit et négligeable dans les grandes conduites; et il sera d'ailleurs implicitement compris dans la valeur de n déduite de l'expérience.

449. La hauteur h est celle d'un manomètre qui serait placé sur un réservoir à l'extrémité de la conduite, et auquel tiendrait l'ajutage de sortie. Mais jamais on n'a, en réalité, un tel réservoir; et le manomètre extrême est immédiatement établi sur la conduite même, tout près de l'ajutage. La hauteur h' à laquelle il s'élève est plus petite que h, hauteur réellement due à la vitesse de sortie, d'une quantité égale à la hauteur due à la vitesse v que le fluide a sous le manomètre (173 et 178); hauteur qui est $\frac{v^2}{2g}$, ou, en colonne de mercure $\frac{v^2}{2g}\cdot\frac{\delta}{\Delta}=\frac{V^2}{2g}\cdot\frac{m^2d^4}{D^4}\cdot\frac{\delta}{\Delta}=h\frac{m^2d^4}{D^4}$ en se rappelant que $V=\sqrt{2gh\frac{\Delta}{\delta}}$ (428). Ainsi

$h' = h - h\frac{m^2d^4}{D^4} = h\left(1 - \frac{m^2d^4}{D^4}\right)$, et par conséquent $h = \frac{h'}{1 - \frac{m^2d^4}{D^4}}$.

Nous remarquerons que, dans les grandes conduites des usines, où d est au plus le tiers de D, le terme $\frac{m^2d^4}{D^4}$ est très-petit, par rapport à 1; il peut être négligé, et h' peut être pris pour h. La différence ne sera pas d'un centième : ce terme ne serait que 0,0107 si $d = \frac{1}{3}D$; il serait 0,054, il est vrai, dans le cas où $d = \frac{1}{2}D$; mais encore alors, dans l'estimation des dépenses, l'erreur ne serait que des 0,027.

Détermin du coeffici constan Expérien à cet effi

450. Venons à la détermination de n.

Pour y procéder convenablement, ainsi que pour bien constater les lois de la résistance, j'ai fait un très-grand nombre d'expériences, dont les détails se trouvent dans les tomes III et IV des *Annales des mines* (années 1828 et 1829). J'y renvoie, me bornant aux observations suivantes.

J'avais à établir, aux mines de Rancié (département de l'Ariège), un ventilateur, lequel devait porter, à 400^m de distance, l'air qu'il recevait d'une *trompe*, sorte de machine soufflante en usage dans les usines à fer des Pyrénées, des Alpes, etc. Cet air devait être mené par une conduite en fer-blanc de 0^{m}10 de diamètre.

Je la faisais poser par pièces de 20^m de long. Dès qu'une d'elles était en place, on adaptait à son extrémité, et successivement, des buses ou ajutages légèrement coniques, dont le diamètre à l'orifice était de 0^{m}05, 0^{m}04, 0^{m}03 et 0^{m}02. Pendant que chacune d'elles était en expérience, on donnait à la trompe trois quantités d'eau différentes et de plus en plus grandes, afin d'avoir des vitesses allant en augmentant. Un manomètre, établi près de la buse, faisait connaître la force élastique de l'air à l'extrémité de la conduite; tandis

qu'un autre, fixé sur le réservoir de la trompe, indiquait sa force à l'origine.

Afin de constater l'effet du diamètre des tuyaux, j'ai fait exécuter deux petites conduites de 56^{m} de long; l'une avait o^{m}o5 de diamètre, et l'autre o^{m}o235.

Sur plus de mille expériences que j'ai faites, de concert avec M. l'ingénieur Marrot, 325 rapportées dans les *Annales des mines*, ont servi à la détermination du coefficient : je donne, dans les tableaux suivans, les résultats d'une quarantaine d'elles.

Ils m'ont été fournis par la formule $n = \frac{H - h'}{h'} \cdot \frac{D^5}{Ld^4}$; formule, il est vrai, qui n'est pas rigoureusement exacte; mais je n'avais pas les valeurs de h. Si je les eusse eues et employées dans la formule, le coefficient eût été un peu plus petit : ainsi celui que j'ai admis est un peu trop grand; il donnera des résistances un peu trop fortes; mais, pour l'application, l'excès dans ce sens est encore à préférer.

CONDUITE DE o^{m}10 DE DIAMÈTRE.

Longueur de la conduite.	Buse de o^{m}05 de diamètre.			Buse de o^{m}03 de diamètre.		
	Manomètre		Coefficient conclu.	Manomètre		Coefficient conclu.
	à l'origine.	à l'extrém.		à l'origine.	à l'extrém.	
mèt.	mèt.	mèt.		mèt.	mèt.	
100,60	0,0193	0,0076	0,0247	0,0334	0,0271	0,0285
120,10	0,0221	0,0076	0,0248	0,0320	0,0253	0,0272
139,50	0,0226	0,0076	0,0226	0,0343	0,0271	0,0235
159,95	0,0180	0,0054	0,0233	0,0284	0,0221	0,0220
179,70	0,0181	0,0050	0,0233	0,0239	0,0185	0,0200
199,50	0,0226	0,0059	0,0227	0,0325	0,0239	0,0223
219,51	0,0224	0,0067	0,0193	0,0338	0,0239	0,0233
239,15	0,0253	0,0063	0,0202	0,0347	0,0248	0,0206
258,96	0,0275	0,0063	0,0208	0,0365	0,0255	0,0206
279,71	0,0284	0,0059	0,0218	0,0370	0,0244	0,0228
300,00	0,0280	0,0054	0,0223	0,0365	0,0239	0,0217
321,93	0,0306	0,0059	0,0208	0,0401	0,0262	0,0204
344,28	0,0307	0,0050	0,0239	0,0397	0,0253	0,0204
366,74	0,0410	0,0060	0,0254	0,0537	0,0320	0,0228
387,14	0,0428	0,0059	0,0258	0,0401	0,0239	0,0216
	Moyenne..		0,0228	Moyenne..		0,0225

CONDUITE DE 0m05 DE DIAMÈTRE			
Buse de 0m03.			
Long. de la conduit.	Manomètre à l'origine.	Manomètre à l'extrém.	Coef- ficient conclu.
mèt.	mèt.	mèt.	
9,35	0,0370	0,9336	0,0244
19,50	0,0397	0,0316	0,0242
30,30	0,0384	0,0271	0,0206
40,20	0,0370	0,0262	0,0238
50,05	0,0352	0,0215	0,0248
55,53	0,0406	0,0240	0 0226
	Moyenne....		0,0254

CONDUITE DE 0m0235 DE DIAMÈTRE.			
Buse de 0m02.			
Long. de la conduit.	Manomètre à l'origine.	Manomètre à l'extrém.	Coef- ficient conclu.
mèt.	mèt.	mèt.	
8,90	0,0540	0,0090	0,0252
17,58	0,0590	0,00605	0,0223
25,11	0,0564	0,00393	0,0238
32,62	0,0610	0,00347	0,0227
40,20	0,0505	0,00203	0,0266
50,55	0,0510	0,00267	0,0262
	Moyenne....		0,0247

Une circonstance particulière paraît avoir donné lieu à des coefficiens trop faibles sur la grande conduite, notamment à son milieu. Le coefficient moyen, avec la buse de 0^m04, y a été de 0,022 ; et de 0,021 avec celle de 0^m02. Sur la conduite de 0^m05, avec une telle buse, il s'est élevé à 0,0248.

L'ensemble de toutes nos observations donne, terme moyen, $n = 0{,}0238$.

451. On aura par conséquent $H - h' = 0{,}0238 \frac{h' L d^4}{D^5}$: d'où

$$h' = \frac{H}{1 + 0{,}0238 \frac{L d^4}{D^5}} = \frac{42 H D^5}{L d^4 + 42 D^5}.$$

Pressio l'extrémité la conduit

J'ai comparé les valeurs de h' données par cette formule avec celles de plus de trois cents observations, et les résultats du calcul ont suivi ceux de l'expérience, dans toutes leurs variations, quelles que fussent les conduites et les buses employées, lorsque la section de celles-ci était les 0,73 de la section des premières, tout comme lorsqu'elle n'en était que les 0,04. Ainsi, notre

formule, bien qu'elle ne soit rigoureuse en théorie, a pleinement la sanction de l'expérience, au moins entre les limites où nous l'avons appliquée, et c'est entre ces limites que se trouveront presque tous les cas de la pratique.

xpression la dépense.

452. D'après ce qui a été dit (449), h' peut être pris pour h; mettons en conséquence, dans l'expression de la vitesse de sortie, $395\sqrt{h\frac{T}{b+h}}$, la valeur ci-dessus; observons que m est compris dans le coefficient 42; multiplions par la section de l'orifice $0{,}785d^2$, et désignant toujours par Q la dépense ou le volume d'eau écoulé en une seconde, nous aurons

$$Q = 2011\sqrt{\frac{T}{b+h}}\sqrt{\frac{HD^5}{L+42\frac{D^5}{d^4}}}.$$

453. Le volume d'air donné par cette formule est à la pression $b+h$; on l'aura, pour la même quantité ou même masse d'air, à une pression quelconque b', en multipliant le second membre de l'équation par $\frac{b+h}{b'}$ (437).

De même, on aurait la dépense en kilogrammes, en multipliant ce même membre par $1{,}709\frac{b+h}{T}$ (438).

)épense conduites tièrement uvertes.

454. D'après la manière dont notre formule de la dépense a été établie, il semble qu'elle ne saurait s'appliquer aux conduites entièrement ouvertes à leur extrémité, à celles dont la sortie ne serait pas rétrécie par un ajutage, et où par

conséquent $d = D$. Cependant encore ici, l'expérience indique que l'application peut être faite sans erreur notable. Comparons ses résultats avec ceux de la formule.

M. l'ingénieur Girard s'est servi d'un gazomètre employé à l'éclairage d'un des hôpitaux de Paris, à l'effet de constater la dépense d'une conduite dont il augmentait graduellement la longueur, la pression dans le gazomètre étant constante. Elle était de $0^m002488$ en colonne de mercure; la conduite faite de canons de fusil adaptés bout à bout, avait 0^m01579 de diamètre : à l'époque des expériences, la température était de 19°, et le baromètre indiquait 0^m758 environ. La dépense observée a été moindre que la dépense calculée dans le rapport de 551 à 557 ou de 989 à 1000, ainsi qu'on le voit ci-contre. De sorte que ces expériences baisseraient à 1989 le coefficient constant 2011; et l'on aurait, pour les conduites ouvertes,

Long. de la conduit.	DÉPENSE EN 1′ d'après	
	l'observat.	la formule.
mèt.	mèt. cub.	mèt. cub.
6,58	0,001440	0,001389
37,59	0,000573	0,000605
56,84	0,000492	0,000493
85,06	0,000409	0,000404
109,04	0,000330	0,000357
126,58	0,000307	0,000331
128,80	0,000305	0,000329
Moy.	0,000551	0,000557

$$Q = 1989 \sqrt{\frac{T}{b+h}} \sqrt{\frac{HD^5}{L+42D}} = 2305 \sqrt{\frac{HD^5}{L+42D}},$$

en donnant à T et $b+h$ les valeurs indiquées au n.° 439.

455. Comparons maintenant cette expression de la dépense Q en air, avec celle qui donne la dépense Q′ en eau, la pression, la longueur et le

Comparaison entre les dépenses en air et en eau

diamètre de la conduite demeurant les mêmes.

La dépense dans les grandes vitesses est (156), $Q' = 20{,}73 \sqrt{\frac{HD^5}{L+36D}}$, H' étant la hauteur de la colonne d'eau qui mesure la charge de la conduite.

Si l'on exprimait en colonne de mercure, H, on aurait $H' = 13{,}6H$, et par conséquent

$$Q' = 76{,}45 \sqrt{\frac{HD^5}{L+36D}}.$$

Ainsi, et à très-peu de chose près,

$Q : Q' :: 76{,}45 : 1989 \sqrt{\frac{T}{b+h}} :: 1 : 26{,}02 \sqrt{\frac{T}{b+h}}$;

et, dans nos latitudes moyennes, où $T = 1{,}048$ et $b + h = 0{,}78$, comme 1 : 30,16; c'est-à-dire que sous une même charge, une même conduite dépenserait un volume d'air 30,16 fois plus considérable que le volume d'eau.

D'après un principe posé au n.° 440, les deux dépenses auraient dû être en raison inverse de la racine carrée des densités respectives des deux fluides, et par conséquent (424) comme 1 à $\sqrt{585 \frac{1}{b+h}}$ ou 1 à $24{,}21 \sqrt{\frac{T}{b+h}}$; ou encore, avec les valeurs de T et $b + h$ ci-dessus, comme 1 à 28,05. Ce principe, donnant des résultats plus petits dans le rapport de 930 à 1000, réduirait à 1851 le coefficient 1989 de l'expression de la dépense; et cependant, d'après nos expériences, ce dernier, et même 2011, pécherait plutôt par défaut que par excès. Est-il positif que la résistance soit entièrement indépendante de la densité ou même de la nature du fluide? Celle que l'air éprouve dans une conduite ne serait-elle pas proportionnellement un peu moindre que celle de l'eau?

456. D'après ce même principe, ϕ étant la pesanteur spécifique d'un gaz quelconque comparativement à l'air atmosphérique, on aura le volume de ce gaz dépensé par une conduite en divisant les valeurs de Q ci-dessus (452, 454) par $\sqrt{\phi}$. Dépense pour un gaz quelconque

457. Les coudes des conduites, lorsqu'ils sont brusques et forts, augmentent considérablement la résistance au mouvement : ainsi, dans mes nombreuses expériences sur des conduites coudées, sept angles de 45° ont réduit d'un quart la dépense. Résistance des coudes

Dans ces expériences j'ai vu la résistance croître, de même que pour les conduites menant de l'eau (162), sensiblement comme le carré de la vitesse, et à très-peu près comme le carré du sinus des angles. Mais, et à ma très-grande surprise, elle n'augmentait plus proportionnellement au nombre des angles ; au-delà d'un certain nombre, elle diminuait même : ainsi 15 angles ont un peu moins réduit la dépense que 7 de même grandeur. Ce phénomène et quelques autres circonstances ont rendu vaines les tentatives que j'ai faites pour établir, même approximativement, la résistance des coudes.

Dans la pratique, on évitera leur mauvais effet, en arrondissant bien ceux que l'on serait obligé de faire.

458. Quant aux étranglemens que l'on pourrait avoir accidentellement, leur résistance, comme dans les conduites d'eau (164), serait Résistance des étranglemens.

exprimée par

$$hm^2d^4\left(\frac{\pi'^2}{m'^2s^2}-\frac{1}{D^4}\right),$$

s étant la section étranglée.

Quelques auteurs admettant, ce qui n'est pas (165), que la veine fluide au sortir de l'étranglement reprend brusquement la section et la vitesse propres à la conduite, au lieu de la différence entre les carrés de $\frac{\pi'}{m's}$ et de $\frac{1}{D^2}$, qui constitue notre facteur complexe, ont pris le carré de la différence, $\left(\frac{\pi'}{m's}-\frac{1}{D^2}\right)^2$.

mples. 459. I. A un gazomètre rempli de gaz hydrogène carboné, on a adapté une conduite ayant 0^m01579 de diamètre et 126^m58 de long; la hauteur du manomètre à eau établi sur le gazomètre est de 0^m03383 : on demande quelle sera la dépense par seconde. — Le baromètre est à 0^m754 et le thermomètre à 19°.

On a $b=0^m754$, $T=1{,}076$, $D=0^m01579$, $L=126^m58$, $H=\frac{0{,}03383}{13{,}6}=0^m002488$, et $\varphi=0{,}559$; et par conséquent

$$Q=\frac{19^p9}{\sqrt{0{,}559}}\sqrt{\frac{1{,}076}{0{,}7565}}\sqrt{\frac{0{,}002488(0{,}01579)^5}{126{,}58+42.0{,}01579}}=0^{mmm}000440.$$

L'expérience a donné 0,000420.

Je présente, ci-contre, les résultats de quatre autres observations faites sur la même conduite. En somme, ils ne diffèrent pas d'un centième de ceux de la formule.

LONG. de la conduite.	DÉPENSE D'APRÈS	
	l'expérience	la formule.
mèt.	mèt. cub.	mèt. cub.
37,53	0,000778	0,000803
56,84	0,000655	0,000654
85,06	0,000580	0,000536
109,04	0,000451	0,000474

II. On a une conduite de 325^m de long et de 0^m12 de diamètre; elle est adaptée à un réservoir sur lequel le manomètre à mercure se tient à 0^m055. Quel diamètre doit-on donner à la buse pour que la dépense soit de $0^{mmm}11$ par seconde? Dans cette localité, le baromètre se tient moyennement à 0^m72 et le thermomètre à 10°; prenons approxima-

tivement $h = 0^m03$: de sorte que $b + h = 0{,}72 + 0{,}03 = 0{,}75$ et $T = 1{,}04$.

L'équation $Q = 2011 \sqrt{\frac{T}{b+h}} \sqrt{\frac{HD^5}{L + 42\frac{D^5}{d^4}}}$, en élevant au carré et transposant, devient $d^4 = \frac{42Q^2D^5}{(2011)^2 \frac{T}{b+h} HD^5 - LQ^2}$;

ou, avec les quantités numériques ci-dessus données, $d^4 = \frac{42(0{,}11)^2(0{,}12)^5}{(2011)^2 \frac{1{,}04}{0{,}75}(0{,}055)(0{,}12)^5 - 325(011)^2} = 0{,}00000338\,1$; et, en extrayant la racine quatrième, $d = 0^m0429$.

CHAPITRE II.

DES MACHINES SOUFFLANTES.

460. On donne le nom de *machines soufflantes* à de grands soufflets que l'on emploie, dans les arts, pour produire un souffle continu, soit afin d'animer les feux des forges ou autres usines métallurgiques, soit comme ventilateurs.

Autrefois ces machines n'étaient que des soufflets de forme ordinaire et garnis en cuir; ou bien des doubles-caisses en bois, l'une était fixe et l'autre mobile, la garniture consistait en des liteaux également en bois.

Maintenant, et presque partout, ce sont de gros corps de pompe, fermés aux extrémités, faits en fonte, ou en bois, ou en marbre, et dans lesquels se meut un piston garni de cuir ou de liteaux: il y a deux soupapes, l'une pour l'entrée

et l'autre pour la sortie de l'air : ils sont à simple ou à double effet. (1)

On se sert, en quelques endroits, de *soufflets hydrauliques*, où l'eau fait l'office de piston, mais de piston immobile, et c'est le corps de pompe qui se meut : il consiste tantôt en une grosse cloche, sorte de gazomètre qui monte et descend au-dessus et dans un bassin plein d'eau; tantôt en des tonneaux à moitié remplis d'eau, convenablement garnis de cloisons et de soupapes, et qui oscillent autour de leur axe. (2)

Dans les pays de montagnes, où l'on a de grandes chutes d'eau, on fait un fréquent usage des *trompes :* ce sont des arbres, ou cylindres verticaux et creux, légèrement étranglés un peu au-dessous de leur extrémité supérieure, et dans lesquels tombe un courant, qui entraîne avec lui l'air qui entre dans l'arbre par de petites ouvertures ou *aspirateurs*, percés au-dessous de l'*étranguillon*. Cet air se dégage dans la caisse où aboutissent les arbres, et il en sort par un orifice disposé à cet effet.

Ces diverses machines lancent le courant d'air sur un point donné, par l'intermédiaire de tuyaux *porte-vents* ou de longues conduites. Quelquefois les tuyaux leur sont immédiatement adaptés :

(1) On trouvera la description de telles machines dans la *Richesse minérale* de M. Héron de Villefosse, Tom. 3 ; et dans les traités de métallurgie, notamment dans le *Manuel de la métallurgie du fer* par M. Karsten, Tom. 2 de la traduction française de 1830.

(2) Voyez la description d'une de ces machines que j'ai publiée dans le Tome IX des *Annales des mines*. 1824.

mais le plus souvent, et lorsqu'on tient à avoir un souffle continu, deux, trois ou quatre corps de pompe envoient leur air dans un réservoir commun, d'où partent les conduites qui le mènent à sa destination.

461. Commençons par établir la relation entre l'effet d'une machine soufflante en général et la force du moteur employée à le produire, relation dont la forme est (238)

$$E = \mu F,$$

E étant l'effet, F la force dynamique, et μ un nombre plus petit que l'unité.

Prenons la valeur ou l'expression des trois quantités qui entrent dans cette relation.

462. Nous avons déjà vu (231) que la force d'un moteur quelconque peut être représentée par un poids descendant d'une certaine hauteur: soit P ce poids, C cette hauteur ou chute, on a $F = P^k C^m$. Expression de la force.

463. L'effet utile de la machine soufflante sera exprimé, d'une manière analogue, par le produit du poids de l'air émis en une seconde, et de la hauteur due à la vitesse de l'émission. Expression de l'effet.

Je démontre cette proposition. — Prenons, pour machine, un cylindre à piston et auquel l'ajutage de sortie est immédiatement adapté : Désignons par Σ la surface du piston, par v sa vitesse, par H la hauteur du manomètre à mercure, par Δ le poids spécifique de ce métal, par σ l'aire de l'orifice de sortie corrigée de l'effet de la contraction, par Υ la vitesse avec laquelle l'air sort, par δ le poids spécifique de ce fluide, et enfin par p le poids absolu de celui qui sort en une seconde. On a évidemment $p = \sigma\Upsilon\delta$. Puisque l'écoulement est

permanent pendant la levée du piston (abstraction faite des premiers instans), les vitesses seront en raison inverse des sections, et l'on aura $\Sigma v = \sigma\Upsilon$; et par conséquent, $p = \Sigma v\delta$, ou $v = \frac{p}{\Sigma\delta}$. De plus, l'effort que fait la partie immédiatement active de la machine, le piston, pour comprimer l'air qui est au-dessus de lui, de manière à donner à ce fluide la force élastique H, en vertu de laquelle il sort avec la vitesse Υ; cet effort, dis-je, est évidemment égal à celui qu'il faudrait faire pour élever une couche de mercure étendue sur le piston et dont H serait l'épaisseur : or un tel effort est tout aussi évidemment représenté par le poids de cette couche, lequel est $\Sigma H\Delta$. L'effet d'une machine consistant dans le poids qu'elle élève, multiplié par la hauteur de l'élévation en 1″, hauteur qui est v; celui du cylindre soufflant sera $\Sigma H\Delta v = \Sigma H\Delta \frac{p}{\Sigma\delta} = p.H\frac{\Delta}{\delta}$; expression dans laquelle le premier facteur est le poids de l'air émis, et le second est la hauteur due à la vitesse de l'émission (428). C.Q.F.D.

Cette hauteur est aussi égale à $\frac{\Upsilon^2}{2g}$; et la masse M de l'air dont p est le poids étant $\frac{p}{g}$, on aura encore, pour expression de l'effet, $\frac{1}{2}M\Upsilon^2$: c'est-à-dire que l'effet d'une machine soufflante est la moitié de la force vive que possède l'air à sa sortie.

464. Lorsque l'ajutage est immédiatement adapté à la machine, le poids de l'air qui sort en une seconde est (438) $493\sqrt{\frac{b+H}{T}}\,d^2\sqrt{H}$; et la hauteur due à la vitesse de sortie égale (428) $7955\frac{T}{b+H}.H$; ainsi l'effet utile sera

$$3922610\sqrt{\frac{T}{b+H}}\,d^2\,H\sqrt{H}.$$

Pour avoir l'effet dynamique, à cette valeur

il faudra ajouter les résistances passives provenant des frottemens, des chocs, etc., dus aux parties solides de la machine, etc.

465. Si l'air, au lieu de sortir immédiatement du réservoir par un ajutage qui y tiendrait, était obligé de parcourir de longs tuyaux, à l'extrémité desquels serait l'orifice de sortie, et où le manomètre se tiendrait à la hauteur h, l'effet utile serait $3922610\sqrt{\frac{T}{b+h}}\,d^2\,h\sqrt{h}$; ou, $4546800\,d^2\,h\sqrt{h}$, en mettant pour T et $b+h$ leurs valeurs moyennes (439), et on peut le faire sans erreur notable, vu qu'il ne s'agit guère que d'approximations.

Mais cette expression n'est point la quantité d'action imprimée par le moteur à la masse d'air en mouvement. Quelle que soit la conduite, tant que h conserve la même valeur, le poids de l'air sorti en 1″ demeure bien $425\,d^2\sqrt{h}$ (439); et la pression, ou l'effort exercé à l'extrémité de la conduite, pour faire sortir cet air, est bien toujours représenté par h : mais, à l'origine de la conduite, et c'est sur cette partie qu'agit le moteur, il exerce un effort H, qui est h augmentée de la résistance H — h éprouvée par l'air dans les tuyaux. De sorte que la quantité d'action imprimée, ou l'effet dynamique, abstraction faite des résistances passives des parties solides de la machine, sera l'expression ci-dessus augmentée dans le rapport de H à h, et par conséquent $4546800\,d^2\,H\sqrt{h}$.

Presque jamais les hauteurs H et h ne se trouvent, comme quantités données ou cherchées, dans les questions qui se présentent à résoudre, et il convient de les éliminer de l'expression de l'effet. On prendra d'abord pour H sa valeur déduite de la relation donnée au n.° 451, et il viendra pour l'effet, $4546800\,d^2 h^{\frac{3}{2}}\left(1+0{,}0238\frac{L^6}{D^5}\right)$. Ensuite, on mettra pour $h^{\frac{3}{2}}$ sa valeur déduite de l'équation $p=425\,d^2\sqrt{h}$, où p est le poids de l'air dépensé en 1″, et on aura, toute réduction faite,

$$E=0{,}001406p^3\left(\frac{L}{D^5}+\frac{42}{d^4}\right).$$

Rapport de l'effet à la force.

466. Dans les machines soufflantes, comme dans les roues hydrauliques, μ, ou le rapport entre l'effet produit et la force du moteur employée à le produire, varie d'une espèce de machine à l'autre; et, pour chaque espèce, on peut lui affecter une valeur moyenne comme nous l'avons fait au n.° 349. Ainsi,

Dans une bonne machine à pistons, consistant en des cylindres de fonte bien alésés, et mise en jeu par une machine à vapeur, on admettrait $\mu=$ . . . . . 0,50.

Pour une machine à pistons ordinaire, mue par une roue à augets bien établie, y compris les pertes inévitables d'air, on aurait, d'après mes observations sur cette sorte de soufflets (1), 0,24.

(1) *Observations sur les machines soufflantes à pistons des usines à fer du sud-ouest de la France*; dans les *Annales des mines*. Tom. XI. 1825.

Si l'eau motrice agissait sur une roue par le choc et non par le poids, ce ne serait plus que . . . . . 0,14.

Dans les soufflets hydrauliques, où le frottement contre l'eau est petit, et où l'on a peu de pertes d'air, selon que l'eau frappe la roue en dessus ou en dessous, on a $\mu =$. 0,30 ou 0,18.

Enfin, pour les trompes d'ailleurs bien disposées, d'après les observations de MM. Tardy et Thibaud, comme d'après les miennes, $\mu =$ 0,10.

Dans les machines d'une même espèce, le nombre qui vient de leur être assigné, varie jusqu'à un cinquième et même jusqu'à un quart en plus ou en moins, selon que la machine approche plus ou moins de la perfection sous le rapport de la construction et de la disposition, et selon qu'elle est plus ou moins bien tenue.

467. D'après ce qui vient d'être dit, et en conservant pour les divers rapports ci-dessus la notation μ, on aura, pour équation du mouvement dans les machines soufflantes, Équati fondame

$$0{,}001406\,p^3\left(\frac{L}{D^5}+\frac{42}{d^4}\right)=\mu PC.$$

Le plus souvent, la quantité d'air qui sort d'une telle machine est exprimée en volume ou en mètres cubes Q, et non en kilogrammes p : substituant donc Q à p, en observant que $p = 1{,}709\,\frac{b+h}{T}\,Q = 1{,}272\,Q$, on pourra établir

$$0{,}002895\,Q^3\left(\frac{L}{D^5}+\frac{42}{d^4}\right)=\mu PC.$$

Cette équation mettra à même de déterminer une des six quantités, Q, D, d, L, P et C par la connaissance des cinq autres : quant à μ, il est donné par la seule indication de l'espèce de machine à employer.

ession 468. Qu'il s'agisse, par exemple, d'assigner la
pense. dépense d'une machine donnée, dégageant Q, il viendra

$$Q = 7{,}02 \sqrt[3]{\frac{\mu PC}{\frac{L}{D^5} + \frac{42}{d^4}}}.$$

Si la conduite était entièrement ouverte, en conservant le même coefficient, on aurait

$$Q = 7{,}02 \sqrt[3]{\frac{\mu PCD^5}{L + 42D}}.$$

ession 469. Très-souvent on a à déterminer le dia-
mètre. mètre qu'il convient d'assigner à une conduite qu'on veut établir; l'équation fondamentale donne, pour cette détermination,

$$D = 0{,}311 \sqrt[5]{\frac{LQ^3}{\mu PC - 0{,}1216\frac{Q^3}{d^4}}}.$$

La vitesse avec laquelle le fluide doit sortir de la conduite, est quelquefois une des données du problème à résoudre. On l'introduira alors dans les formules en remplacement de d, dont la valeur, en fonction de V, est donnée par la relation $Q = 0{,}93\pi' d^2 V$; et, par suite d'une telle substitution, on aura

$$D = 0{,}311 \sqrt{\frac{LQ^3}{\mu PC - 0{,}0648\,QV^2}}.$$

470. I. Il faut fournir, à un haut-fourneau à fondre du minerai de fer à l'aide du coak, un mètre cube d'air par seconde, arrivant au foyer avec 150^m de vitesse : le moteur doit être une machine à vapeur; le porte-vent aura 95^m de long et 0^m30 de diamètre. On demande de quelle force devra être la machine. Exemples

La question se réduit à déterminer PC; l'équation fondamentale en donnera immédiatement la valeur, lorsqu'on y aura exprimé la condition relative à la vitesse, c'est-à-dire, qu'on y aura introduit la valeur de d remplissant cette condition; cette valeur sera $0^m09553 \left(= \sqrt{\frac{1}{0{,}93.\pi'.150}}\right)$. (On donnera l'air au fourneau par deux buses de 0^m068, ou par trois de 0^m054 de diamètre.)

La soufflerie étant mise en jeu par une machine à vapeur, on aura moyennement $\mu = 0{,}50$. On a de plus $Q = 1^{mmm}$, $L = 95^m$, $D = 0^m30$ et $d = 0^m09553$.

Ainsi, $PC = \frac{0.002895}{0{,}5} \times 1^3 \left\{\frac{95}{(0{,}3)^5} + \frac{42}{(0{,}09553)^4}\right\} = 3146$: c'est-à-dire qu'il faudra une machine de la force de 3146^{km}, ou de $42 \left(= \frac{3146}{75}\right)$ chevaux-vapeur.

Si, tout étant égal d'ailleurs dans les données du problème, le diamètre de la conduite, au lieu de 0^m30, n'eût été que de 0^m25, il eût fallu une force de . . . 46
. . . . . 0,20 62
. . . . . 0,15 130
. . . . . 0,125 279
. . . . . 0,10 772
. . . . . 0,09553 (égal au diamètre de la buse) 961

Cette remarque montre combien *il est avantageux de donner aux conduites un grand diamètre par rapport à celui de l'orifice des buses qui les terminent*, même lorsque leur longueur est peu considérable, comme dans l'exemple actuel.

Mes expériences sur le ventilateur des mines de Rancié fournissent une preuve frappante et directe de cet avantage, celui d'un grand diamètre de la conduite comparativement au diamètre de l'orifice. Par exemple, dans les expériences dont

les résultats sont notés ci-contre, et qui ont été faites à l'extrémité d'une conduite ayant 387^m de long et o^m10 de diamètre, si l'on représente par 1 la puissance motrice, H, à l'origine de la conduite; la puissance utile, h, qu'il en reste à l'extrémité, sera exprimée par les nombres de la dernière colonne; et l'on voit qu'ils vont en diminuant, et très-rapidement, à mesure que le diamètre D de la conduite diminue, le diamètre d de l'orifice demeurant le même.

D	H	h	$\frac{h}{H}$
	mèt.	mèt.	
$5\,d$	0,0541	0,0474	0,88
$3\frac{1}{2}d$	0,0541	0,0307	0,57
$2\frac{1}{2}d$	0,0460	0,0162	0,35
$2\,d$	0,0405	0,0054	0,13

II. Si dans les soufflets de l'exemple que nous venons de donner, les pistons, au lieu d'être mis en jeu par une machine à vapeur, l'eussent été par une roue hydraulique à augets, sous une chute d'eau de 5^m, toutes les autres données du problème demeurant d'ailleurs les mêmes, on aurait fait $\mu = 0{,}24$, et l'on aurait eu $PC = 6555^{km}$; et, puisque $C = 5$, $P = 1311^k$, c'est-à-dire que, pour produire l'effet demandé, il faudrait un courant qui donnât 1311^k ou $1^{mmm}311$ d'eau par seconde.

III. On veut établir un ventilateur qui porte $o^{mmm}08$ d'air à 1500^m de la machine qui doit le fournir : cette machine est une trompe à laquelle on peut donner $o^{mmm}05$ ou 50^k d'eau, sous une chute de 5^m50 : on demande quel doit être le diamètre de la conduite.

On a $Q = o^{mmm}08$, $L = 1500^m$, $P = 50^k$, $C = 5^m50$, et (466) $\mu = 0{,}10$.

Comme la conduite doit être entièrement ouverte à l'extrémité, on fera usage de la seconde des deux équations du n.° 468; elle donnera $D^5 = \frac{Q^3(L + 42D)}{(7{,}02)^3 \mu PC}$. Négligeant d'abord le terme $42D$, on aura, avec les valeurs numériques ci-dessus, $D^5 = 0{,}00007963$, et, en extrayant la racine cinquième, $D = 0{,}1514$. Par suite $42D = 6{,}36$: mettant ce terme dans la formule, on obtiendra $D = 0{,}1516$.

Pour prévenir tout mécompte dans l'exécution, on portera ce diamètre à o^m155, et même à plus, si la grandeur des feuilles de tôle, dont se composera la conduite, permet de plus grandes dimensions, sans augmentation de dépense.

Nota. Ayant été dans le cas d'établir des conduites d'air et des machines soufflantes, j'ai cherché, dans nos auteurs, les règles qui auraient pu me diriger dans ce travail, et je n'en ai point trouvé. Sentant toute l'utilité dont elles pouvaient être, j'en ai essayé la détermination. A cet effet, j'ai observé les phénomènes manométriques qui se sont présentés dans la pose successive des parties de différentes conduites; et ces observations m'ont comme dicté les formules que je viens d'établir dans cette section : elles sont le résultat immédiat de l'expérience; et elles suffiront aux ingénieurs qui se trouveront dans l'obligation où j'ai été.

Depuis, deux géomètres distingués, MM. Navier et Poncelet ont donné une théorie mathématique et générale du mouvement des fluides aériformes; mais en prenant pour base l'hypothèse du parallélisme des tranches. Au reste, les résultats auxquels ils sont parvenus ne diffèrent pas sensiblement des nôtres, au moins pour les cas qui intéressent la pratique. On peut voir la théorie de M. Navier dans son mémoire *sur l'écoulement des fluides élastiques dans les vases et les tuyaux de conduite* (*Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut*, année 1829): quant au travail de M. Poncelet, il est exposé succinctement dans ses leçons à l'école de l'artillerie de Metz; ce savant a eu la bonté de me le communiquer, et j'en ai profité.

lets et autres projectiles, ont été observées par Hutton, depuis 100 jusqu'à 610^{m}.

Dans les vitesses ordinaires la résistance est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse. Ainsi, Borda ayant fixé à son moulinet des plaques carrées de $0^{mm}0117$ de surface, et les ayant mues avec des vitesses qui se sont élevées depuis $2^{m}06$ jusqu'à $8^{m}87$, a trouvé que les résistances et les carrés des vitesses suivaient le même rapport, ainsi qu'on le voit ci-contre. D'autres expériences, sur des plaques de $0^{mm}026$ et $0^{mm}59$, lui ont donné cette même égalité.

RAPPORT	
des résistances.	des carrés des vitesses.
1,00	1,000
0,50	0,499
0,25	0,247
0,125	0,124
0,062	0,062

Dans les grandes vitesses, l'expression du rapport entre la résistance et la vitesse est plus compliquée, l'observation a porté Hutton à l'exprimer par trois termes; dans l'un la vitesse est à la deuxième puissance, dans le second elle est à la première, et le troisième est constant. En désignant par V la vitesse du boulet, par d son diamètre, il exprime la résistance éprouvée par la formule suivante $d^{2}(0{,}00358\,V^{2} - 0{,}258\,V + 3{,}29)$. Nous remarquerons que la vitesse de l'air de l'atmosphère, lorsqu'il entre dans un espace entièrement vide, étant de $395^{m}\,(=\sqrt{2g\cdot 7955})$, toutes les fois que le boulet aura une vitesse de plus de 400^{m}, il se fera un vide parfait derrière lui, et par suite la non-pression y sera constante et égale à toute la pression atmosphérique.

473. La résistance de l'air, comme celle de l'eau (221), croît dans un plus grand rapport que la surface du corps qui l'éprouve.

Ainsi les surfaces des trois plaques de Borda étant comme les nombres . . . . 1; 2,25; 5,06; les résistances ont été comme . . 1; 2,44; 5,97; et par conséquent elles ont crû, à très-peu près, comme la puissance 1,1 de leur surface.

Hutton a eu des résultats analogues, même sur des solides semblables : ainsi deux demi-sphères mues en présentant au choc de l'air leur grand cercle, dont les aires étaient comme 1 à 1,80, ont éprouvé des résistances dans le rapport de 1 à 2,06. Dans d'autres expériences du même auteur, la différence a été un peu moindre, mais il y en a toujours eu une.

On augmenterait très-vraisemblablement l'effort de l'impulsion de l'air sur une surface, si on l'entourait d'un rebord (206). On produit un effet du même genre en donnant une forme un peu concave à la surface choquée; les voiles légèrement enflées impriment une plus grande vitesse aux vaisseaux; toutefois, la flèche de la courbure ne doit pas être de plus du quart ou du tiers de la largeur de la voile.

474. Toutes choses égales d'ailleurs, la résistance des fluides est proportionnelle à leur densité.

Celle de l'eau étant à peu près constante, on a pu se dispenser de l'introduire dans les formules de la résistance de ce fluide; sa valeur

était comprise dans celle du coefficient constant. Mais il n'en saurait être de même pour l'air, dont la densité varie, et notablement, d'un lieu à un autre, d'une saison, d'un instant à l'autre, suivant l'état du baromètre et du thermomètre; elle est proportionnelle au poids spécifique, lequel est $1^k709\,\frac{b}{1+0,004t}$ (423).

Expression de la résistance pour les plaques.

475. Soient δ ce poids, s la surface plane choquée, et n un coefficient constant, on aura pour la résistance, dans les vitesses au-dessous de 10^m, $n\delta s^{1,1}v^2$.

Pour déterminer n, je reprends les expériences de Borda. Il a trouvé que la plaque de $0^{mm}05935$ de surface, en se mouvant avec une vitesse de 3^m463, éprouvait une résistance de 0^k07584; le baromètre était alors à 0^m7573 et le thermomètre à 5°, ce qui donnait $\delta = 1^k269$: l'on a par conséquent $0,07584 = n.1,269(0,05935)^{1,1}(3,463)^2$, d'où on déduit $n =$ 0,1114;
avec la plaque de $0^{mm}026$, on a eu . . . 0,1097;
avec celle de $0^{mm}0117$ . . . . . 0,1104.

Une plaque de $0^{mm}02065$ employée par Hutton, a donné . . . . . 0,1074.

Ainsi nous pouvons établir, pour expression de la résistance éprouvée perpendiculairement par un corps mince,

$$0,11\delta s^{1,1}v^2.$$

Si, avec Dubuat et autres, on regardait la résistance comme proportionnelle à la simple surface; qu'on admît encore qu'elle suit toujours le rapport de la densité des fluides, sans distinc-

tion de compressibles on d'incompressibles; et en partant de l'expérience dans laquelle cet auteur a trouvé la force du choc de l'eau contre une plaque, égale à $1{,}86.1000.s.\frac{v^2}{2g}$, cas où $\delta = 1000$; on aurait, pour expression générale de la résistance, supposée égale au choc, $0^k{,}095\delta s v^2$. Elle donnerait des produits trop forts pour les petites surfaces, celles au-dessous de $0^{mm}23$; et trop faibles pour les grandes.

Choc oblique

476. Lorsqu'un corps se présente obliquement au choc de l'air, il en éprouve une résistance moindre. Hutton, pour déterminer le rapport entre la résistance et l'obliquité, a pris une plaque rectangulaire de 0^m203 de base sur 0^m102 de hauteur; il l'a adaptée à son moulinet en lui faisant faire successivement, avec la direction du mouvement, différens angles depuis 0° jusqu'à 90°; et, en nommant i l'angle d'inclinaison, il a trouvé que ce rapport était assez exactement rendu par $(\sin i)^{1{,}84\cos i}$. De sorte que l'expression générale de la résistance, pour un corps mince et plan, serait

$$0{,}111\delta s^{1{,}1} v^2 (\sin i)^{1{,}84\cos i}.$$

Ici v représente; ou la vitesse du corps, lorsque le corps se meut dans un air tranquille; ou la vitesse de l'air, lorsque c'est lui qui est en mouvement et que le corps est en repos; ou la vitesse relative $(v \mp u)$, lorsque le fluide et le corps sont l'un et l'autre en mouvement.

Résistance pour des surfaces de différente forme

477. Quoique l'expression ci-dessus se réfère particulièrement à de simples plaques ou à des corps fort minces, elle peut encore servir pour

tous les solides qui offrent une surface plane à l'action de l'air; en observant toutefois que leur résistance est moindre de quelques centièmes.

Mais elle ne peut plus convenir aux corps qui présentent au choc ou un angle ou une surface convexe; leur résistance est bien moindre. Borda et Hutton se sont occupés de sa détermination pour des prismes triangulaires ayant deux faces latérales égales, pour des cônes, pour des demi-cylindres et des demi-sphères. Chacun de ces solides a été mu d'abord en présentant sa surface plane au choc; et la résistance alors éprouvée a été prise pour unité: puis, on l'a fait mouvoir en mettant en avant l'angle plan compris entre les deux faces égales pour les prismes, ou le sommet pour les cônes, ou la surface convexe pour le demi-cylindre et la demi-sphère: la résistance obtenue, comparativement à celle de la surface plane du même corps, est notée au tableau suivant.

A côté des résultats de l'expérience, j'indique ceux de l'ancienne théorie, celle où l'on regardait la résistance comme proportionnelle au carré du sinus de l'angle d'incidence; et où, pour une surface courbe, on prenait l'intégrale de la résistance de son élément différentiel (226).

Chaque expérience présente, par la lettre initiale du nom Borda ou Hutton, l'indication de son auteur.

DÉSIGNATION DES CORPS.	RÉSULTATS	
	de l'expérience n'	de l'ancienne théorie.
B Prisme, à angle plan de . 90°	0,728	0,50
B Prisme 60	0,520	0,25
B Cône, angle au sommet de 90	0,691	0,50
B Cône 60	0,543	0,25
H Cône . . . . . 51 22′	0,433	0,19
B Demi-cylindre.	0,570	0,67
B Demi-sphère, et sphère entière	0,410	0,50
H Demi-sphère	0,413	0,50

La résistance de ces corps serait donc exprimée par

$$0{,}111 n' \delta s_1^{1,1} v^2,$$

ou, au moins, par

$$0{,}1050 n' \delta s_1^{1,1} v^2,$$

n' étant le coefficient indiqué au tableau, et s_1 la projection de la surface choquée sur un plan perpendiculaire à la direction du mouvement.

Exemple

478. I. Déterminer l'effort qu'exerce un courant d'air sur une plaque d'un mètre carré de surface, contre laquelle il arrive perpendiculairement avec une vitesse de 8^m ; l'état de l'atmosphère étant tel qu'il est moyennement en France. Dans cet état, la hauteur du baromètre $b = 0^m755$, et celle du thermomètre $t = 12°$; par suite $\delta = 1^k231$. On a ici $s = 1$ et $s^{1,1} = 1$, $v = 8$ et $v^2 = 64$. Ces valeurs, mises dans l'expression $0{,}111 \delta s^{1,1} v^2$, donnent 8^k666 pour l'effort demandé.

Je porte au tableau suivant l'effort que les vents de diverse force exerceront sur une pareille plaque, en indiquant la vitesse de ces différens vents, avec le nom que leur donnent habituellement les marins.

DÉNOMINATION DES VENTS.	VITESSE par seconde.	VITESSE par heure.	EFFORT sur 1^{mq}
	mèt.	kilom.	kilgr.
Vent à peine sensible.	1	4	0,14
Brise légère	2	7	0,54
Vent frais	4	14	2,17
Vent bon frais	6	22	4,87
Forte brise	8	29	8,67
Très-forte brise	10	36	13,54
Vent impétueux	15	54	30,47
Tempête	20	72	54,16

On a encore, dans quelques pays, des ouragans dont la vitesse va à 40 et 45^{m}, et dont la force va jusqu'à renverser des maisons.

II. Un vent très-fort, ayant environ 10^{m} de vitesse, se porte contre une aile ou surface plane et rectangulaire de 10^{m} de base sur 2^{m} de hauteur, et inclinée moyennement de 70° à la direction du vent: quel effort aura-t-elle à supporter?

On a $s = 20^{mm}$ et $s^{1,1} = 26^{mm}99$, $v = 10^{m}$ et $v^{2} = 100$; comme ci-dessus nous ferons $\delta = 1^{k}231$: ainsi, le choc direct serait $0,11 \times 1,231 \times 26,99 \times 100 = 365^{k}$. Il faudra le multiplier par $(\sin i)^{1,84 \cos i}$, ou, puisque $i = 70°$, par $0,9397^{1,84 \times 0,342} = 0,9397^{0,6292} = 0,9616$; et il deviendra 351^{k}.

III. On lance dans un courant d'air ayant $2^{m}50$ de vitesse, et suivant une direction qui lui est exactement opposée, une boule de $0^{m}06$ de diamètre, en lui imprimant une vitesse de $6^{m}50$: le baromètre est à $0^{m}75$ et le thermomètre est à 20°: on demande quelle résistance éprouvera cette boule. La vitesse relative avec laquelle se fait le choc est $2,50 + 6,50 = 9^{m}$: la surface $s_{,}$, qui est l'aire du grand cercle, sera $\pi' \times (0,06)^{2}$ $= 0^{mm}002828$; on a de plus $\delta = 1,709 \frac{0,75}{1+0,004 \times 20} = 1^{k}187$, et le tableau du n.° 477 donne $n' = 0,41$. Ainsi, la résistance demandée sera $0,11 \times 0,41 \times 1,187 \times 0,002828 \times 81 = 0^{k}01231$. Elle donnera la force retardatrice du mouvement.

CHAPITRE II.

DES MOULINS A VENT.

Parties et dimensions principales.

479. La partie de ces moulins qui reçoit l'action du vent, et c'est la seule dont il peut être question dans cet ouvrage, consiste : 1.° en un *arbre tournant*, forte pièce de bois de 0^m50 à 0^m60 d'équarrissage, fixée au comble du moulin et que l'on tourne et oriente avec lui, de manière qu'elle soit toujours dans la direction du vent; on l'incline, en outre, de 10° à 15° à l'horizon : 2.° en deux autres pièces d'environ 24^m de long et de 0^m30 d'équarrissage, fixées en croix sur la tête de l'arbre; ce sont les volans; ils donnent lieu à quatre *bras*. 3.° A 2^m environ du centre de rotation, chacun est traversé, perpendiculairement à sa longueur, par un premier barreau, ou première *latte*, de 2^m de long, et faisant un angle d'environ 30° avec le plan passant par les quatre bras, et que nous appellerons le plan du mouvement : puis, de 0^m40 en 0^m40, on place de pareils barreaux, mais en les inclinant de moins en moins, de manière que celui qui est à l'extrémité ne fait plus qu'un angle de 12° à 6°, selon que l'arbre est plus ou moins incliné à l'horizon : les bouts des barreaux, de part et d'autre du bras, sont maintenus par deux autres pièces de bois; tout cet ensemble constitue une *aile* du moulin. 4.° Par dessus, on étend la toile ou *voile* destinée à recevoir l'action du vent.

Telles sont à peu près les dimensions et la disposition des moulins hollandais qui passent pour être très-bien construits; leurs voiles, par suite de la disposition des lattes, et quelquefois d'une légère courbure dans les bras, présentent une concavité au vent, et nous avons vu qu'une telle forme augmentait l'effet de la machine.

De la meilleure disposition des ailes.

480. Les mathématiciens se sont occupés de la forme et de l'inclinaison les plus avantageuses à donner aux ailes, ou, en terme technique, de la meilleure manière de les *airer*.

Parent, qui le premier a traité cette question, comme presque toutes celles qui sont relatives aux machines mues par les fluides, en supposant que les ailes sont entièrement planes, avait conclu qu'il fallait les incliner de 54° 44′ par rapport à la direction du vent, ou, ce qui est la même chose, de 35° 16′ sur le plan du mouvement. — Il admettait que l'effort du vent est proportionnel au carré du sinus de l'angle d'incidence, à $\sin^2 i$, en nommant i cet angle : sa composante dans la direction du mouvement, et par suite l'effort moteur était proportionnel à $\sin^2 i \cos i$: il devait être le plus grand possible, lorsque cette expression serait un *maximum* ; or, en la différentiant et égalant à zéro, il vient, pour ce cas, $\operatorname{tang} i = \sqrt{2}$, et par conséquent $i = 54° 44'$.

Dans l'hypothèse de Parent, tel est effectivement l'angle du plus grand effort, lorsque l'aile est en repos; mais il n'en est plus de même lorsqu'elle se meut. Bernoulli fit voir que cet angle croissait, ou que son complément, l'angle avec le plan du mouvement diminuait, lorsque la vitesse de l'aile augmentait. Ensuite Maclaurin remarqua que la vitesse des divers élémens transversaux d'une même aile allant en augmentant à mesure qu'ils sont plus éloignés de l'axe de rotation, leur inclinaison devait diminuer, et il donna la valeur de l'angle d'inclinaison de chacun d'eux pour le cas du plus grand effet.

Euler s'occupa et à deux reprises de la théorie des moulins à vent : en admettant d'abord que la surface des ailes est plane, il trouva que l'effet est proportionnel à cette surface, au cube

de la vitesse du vent, et au cube du sinus de l'angle d'incidence. Puis, en faisant varier l'inclinaison des élémens transversaux, il eut pour cette inclinaison la même valeur qu'avait déjà donnée Maclaurin, dans le cas du plus grand effet. Mais il ne put parvenir à une expression finie de cet effet.

En dernier lieu, M. Coriolis est revenu sur cette question: en désignant par V la vitesse du vent, par ω la vitesse angulaire des ailes, x la distance d'un des élémens transversaux à l'axe de rotation, j son inclinaison au plan du mouvement, il a eu $\cot j = \frac{3\omega x}{2V} + \sqrt{2 + \left(\frac{3\omega x}{2V}\right)^2}$. Il a ensuite fait servir cette expression à la recherche du *maximum* d'effet de l'aile; il en a donné l'équation différentielle; et il a montré la manière de l'appliquer : il a fait à ce sujet d'importantes remarques, pour lesquelles je renvoie à son ouvrage sur le *Calcul de l'effet des machines* (p. 210-230).

481. L'expérience avait encore à éclairer et même à décider la question. Elle a été consultée, avec beaucoup d'intelligence, et non sans quelques succès, par Smeaton. (1)

Cet ingénieur s'est servi d'un moulinet dont chacune des quatre ailes avait 0^m46 de long et 0^m14 de large; il l'établissait à l'extrémité d'une tige horizontale de 1^m63, et dont l'autre extrémité était implantée sur un cylindre vertical mobile autour de son axe. Lorsqu'on lui imprimait un mouvement de rotation, le moulinet, emporté dans ce mouvement, choquait l'air avec une vitesse qui représentait celle avec laquelle le vent va choquer les ailes d'un moulin ordinaire, et que nous avons en conséquence prise pour elle. Par suite de ce choc, le moulinet tournait autour de son propre arbre, et, à l'aide d'un cordon enroulé sur cet arbre, il élevait des poids qui servaient de mesure à l'effet produit.

Smeaton a d'abord recherché la meilleure manière d'airer les ailes; et, avec une vitesse de vent de 1^m83, il a fait à ce sujet diverses expériences, entre autres celles qui suivent.

Il a d'abord pris des ailes planes, et, suivant le précepte

(1) *De la construction et des effets des moulins à vent.* Ce mémoire fait partie des *Recherches expérimentales sur l'eau et le vent.* Ouvrage traduit de l'anglais et accompagné d'une introduction par M. Girard.

de Parent, il les a inclinées de 35°: un poids de $3^{k}43$ (comprenant la résistance des frottemens) a été élevé à $0^{m}695$ en une minute : ainsi ; l'effet dynamique produit, pendant ce tems, a été de . . . . . $2^{km}38$.

De toutes les inclinaisons des ailes planes, celle de 15° a donné le plus grand effet; il a été de . . . . . 3,48.

En inclinant les différens barreaux d'une même aile de la quantité indiquée, pour chacun d'eux, par la règle de Maclaurin, l'inclinaison des barreaux extrêmes étant de 32° et de 15°, l'effet a été de . . . . . 3,95.

Enfin, en disposant ces mêmes barreaux d'après la méthode hollandaise, c'est-à-dire de manière que la toile présentât une légère concavité au vent, le plus grand effet a eu lieu lorsque les angles extrêmes ont été de $22\frac{1}{2}°$ et $7\frac{1}{2}°$; il s'est alors élevé à . . . . . 4,79.

En augmentant d'un quart la surface des voiles, à l'aide d'un ajoutier triangulaire, on a eu . . . . . 6,15.

D'après ses diverses observations sur le moulinet, ainsi que sur de grands moulins, et en supposant au vent sa vitesse ordinaire, lorsqu'il donne de bons effets, Smeaton prescrit de diviser la longueur de chaque bras en six parties égales: à l'extrémité de la première, à partir du centre de rotation, on place la première latte, que l'on incline de 18° sur le plan du mouvement; l'inclinaison de la seconde latte est de 19°; celle de la troisième (milieu de l'aile) encore de 18°; celle de la quatrième de 16°; celle de la cinquième de $12\frac{1}{2}°$, et à l'extrémité de l'aile on n'a plus que 7°.

Smeaton regarde encore comme avantageux de faire les ailes plus larges à leur extrémité, en leur donnant la forme d'un trapèze dont les deux bases seraient entre elles comme 5 à 3, et dont

la plus grande aurait le tiers de la longueur du bras. Cet avantage équivaudrait-il à celui qui résulte de la simplicité d'une figure rectangulaire?

482. Ce même auteur conclut encore de plusieurs autres expériences faites avec des vitesses du vent de 1^m33 et 2^m67: Lois du mouvement

1.° Que lorsque les ailes sont airées de la manière la plus avantageuse et qu'elles ne portent aucune charge, la vitesse de leur extrémité est quatre fois plus grande que celle du vent.

2.° Que lorsqu'elles sont chargées de manière à donner le *maximum* d'effet, cette vitesse de l'extrémité n'est plus que 2,7 fois celle du vent: 2,5 fois dans les moulins de la Flandre, d'après Coulomb.

3.° Qu'en conséquence, dans les cas du plus grand effet, et dans ceux qui en sont voisins, la vitesse des ailes est en rapport constant avec celle du vent; elle lui est proportionnelle.

4.° Que, dans ces mêmes cas, les charges sont à peu près proportionnelles au carré de la vitesse du vent: ainsi les vitesses ayant augmenté dans le rapport de 1 à 2, les charges ont crû dans celui de 1 à 3,75.

5.° Que, par suite, les effets, lesquels sont en raison composée des charges et des vitesses, seront à peu près comme les cubes des vitesses; dans ces expériences, les effets ont augmenté moyennement comme 1 à 7,02, les vitesses ayant été comme 1 à 2. Nous avons déjà vu qu'Euler

avait admis ce rapport des effets aux cubes des vitesses, et cependant des expériences faites en Hollande et rapportées par ce géomètre indiquent qu'il est trop fort.

D'ailleurs Smeaton, ainsi qu'Euler et tous les auteurs regardent l'effet comme proportionnel à la surface des ailes (bien qu'ailleurs nous l'ayons vu plutôt proportionnel à $s^{1,1}$).

Effet dynamique. 483. Admettant les rapports qui viennent d'être indiqués, ainsi qu'une bonne disposition des ailes, l'expression de l'effet dynamique d'un moulin à vent serait $ns\mathrm{V}^3$; s étant la surface des quatre ailes, V la vitesse du vent, et n un coefficient constant, en supposant toutefois une densité moyenne à l'air. Ce coefficient sera donné par l'expérience.

Smeaton en rapporte une où l'on avait $s = 0^{mm}2607$, $\mathrm{V} = 2^{m}667$: le poids élevé était de $7^{k}944$, et la hauteur de l'élévation, en $1''$, de $0^{m}03109$; et par conséquent l'effet dynamique était de $0^{km}2473$: on avait donc $0{,}2473 = n \times 0{,}2607 \times (2{,}667)^3$; d'où $n = 0{,}0500$. L'expérience que nous avons rapportée plus haut, où l'effet, en une minute, a été de $4^{km}79$ avec une vitesse de vent égale à $1^{m}83$, aurait donné encore $n = 0{,}0500$. Ainsi, les expériences de Smeaton indiquent pour valeur de l'effet *maximum* $0{,}050s\mathrm{V}^3$.

484. Mais une formule basée sur des observations faites sur un petit moulinet recevant l'action du vent différemment des moulins ordinaires, peut-elle être appliquée avec confiance

à la détermination des effets des grands moulins, effets qui sont deux, trois et quatre mille fois plus considérables? La prudence exige au moins une vérification faite sur un de ces grands moulins. Une expérience exécutée par Coulomb, avec tout le discernement et l'exactitude que ce physicien a mis dans ses nombreux et utiles travaux, va nous mettre à même de la faire. (1)

Autour de la ville de Lille, il y a un fort grand nombre de ces moulins hollandais dont nous avons donné les principales dimensions; et Coulomb, remarquant que de petites variations dans la disposition de leurs ailes n'en apportaient aucune dans leur effet, en conclut que leur construction est bien près du *maximum* de perfection. Plusieurs y servent à l'extraction de l'huile de colza : pour cet objet, leur arbre porte des cames qui soulèvent de gros pilons. Dans l'expérience en question, où la vitesse du vent était de $6^{m}50$, six pilons, pesant ensemble 2741^{k}, étaient élevés, chacun 26 fois en une minute, à $0^{m}4872$; par suite, l'effet utile en une seconde a été de . . . . . $578^{km}6$.

Le frottement, d'après une observation spécialement faite pour le déterminer, a consommé une quantité d'action motrice égale à . . . . . 49, 0.

627, 6.

(1) *Observations sur l'effet des moulins à vent :* dans les *Mémoires de l'Académie des sciences*, année 1781.

Report . . . $627^{kg}6$.

La perte de force vive occasionée par le choc des cames contre les mentonnets des pilons, a été estimée, par le calcul, à 43, 7.

En tout, pour l'effet dynamique, . 671, 3.

On avait d'ailleurs $s = 81^{mm}12$; ainsi, $671,3 = n \times 81,12(6,5)^3$; d'où l'on tire $n = 0,0302$.

485. Cette valeur de n donnerait des effets plus petits que ceux indiqués par les expériences de Smeaton, dans le rapport de 3 à 5. Quoique je n'élève aucun doute sur l'exactitude des observations de l'ingénieur anglais; cependant comme celles de Coulomb ont été faites sur des moulins plus analogues, par leur disposition et leur grandeur, à ceux sur lesquels on aura à appliquer les formules, je crois qu'on doit donner la préférence à leurs résultats : d'autant plus que dans l'estimation de l'effet des machines, une erreur en moins ne tire à aucune conséquence fâcheuse dans la pratique. Nous établirons donc pour expression générale de l'effet dynamique des moulins à vent,

$$0^{km}03sV^3.$$

Au reste, nous n'admettrons cette formule que comme devant fournir une simple approximation; car il est douteux, d'après ce qui a été dit, que les effets soient exactement propositionnels aux surfaces des ailes et aux cubes des vitesses.

Cette expression est de même espèce que celle qui donne l'effet des moulins placés sur les ri-

vières (274). Dans les deux cas, ce sont des roues qui se meuvent dans un fluide indéfini; mais ici le fluide est environ 800 fois moins dense, et par conséquent son action est 800 fois moins grande: cette observation, si tout était parfaitement égal d'ailleurs, indiquerait $0{,}027sV^3$ pour l'effet des moulins à vent; valeur dont le coefficient serait encore plus petit que celui qu'on a déduit des observations de Coulomb.

Effet économiq

486. Nous avons admis (327) que pour moudre un hectolitre de blé en une heure, il fallait imprimer à la meule du moulin une force de deux chevaux, ou de 150^{km} en $1''$. Quoique la force ci-dessus, $0^{km}03sV^3$, ait été mesurée sur l'arbre tournant et qu'elle ait à subir une petite diminution en passant à la meule, on peut la conserver telle qu'elle est; et elle indiquera, pour la quantité de blé qu'un moulin à vent peut moudre en une heure,

$$0{,}0002sV^3 \text{ hect.}$$

Coulomb rapporte que les moulins de la Flandre, avec un vent de 5^m85 de vitesse, débitent de 5,2 à 5,8 hectolitres par heure : un tel produit, et il me paraît bien fort, porterait moyennement l'effet économique à $0{,}00034sV^3$.

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

N.° 1. Définition de l'hydraulique 1
2 — 3. Définitions et distinction des fluides 1
4. Division de l'hydraulique 2

PREMIÈRE PARTIE.

DE L'HYDRAULIQUE PROPREMENT DITE.

5. Sa sous-division 3

Observations préliminaires.

6. Sur le poids de l'eau 3
7 — 8. Sur la mesure de la gravité 4

PREMIÈRE SECTION.

DE L'ÉCOULEMENT DE L'EAU CONTENUE DANS UN RÉSERVOIR.

CHAPITRE PREMIER.

DE L'ÉCOULEMENT LORSQUE LE RÉSERVOIR EST CONSTAMMENT PLEIN.

10. Définitions et divisions 7

ARTICLE 1.er *Principes généraux.*

1. *Principes.*

11. Théorème de Toricelli 9
12 — 13. Principe général pour tous les fluides 11
14. Cas où une pression étrangère s'ajoute au poids de l'eau 13

Pages.

N.° 15. De la dépense : dépense théorique 14
16. Dépense réelle : coefficient de contraction ... 15

2. *Contraction de la veine et ses effets.*

17. Cause de la contraction 16
18 — 19. Nature de ses effets..... 17
20 — 21. Veine contractée : sa forme, l'orifice étant circulaire (1)..... 20
22. Effet de cette forme sur la dépense..... 22
23. Forme de la veine, les orifices étant polygonaux 23
24. Du renversement de la veine..... 24

ART. 2. *De l'écoulement par des orifices.*

1. *Orifices en mince paroi.*

25. Détermination du coefficient de contraction... 27
26 — 27. Expériences de MM. Poncelet et Lesbros à cet effet..... 29
28. Le coefficient est indépendant de la figure de l'orifice 32
29. Expériences sur des pertuis d'écluse..... 33
30 — 31. Action de deux orifices voisins 34
32. Cas où la contraction est supprimée sur quelque partie de l'orifice..... 36
33 — 34. Cas des orifices en parois non planes... 37
35. Formule ordinaire de la dépense..... 39
36 — 37. De la vitesse de sortie 39
38. Dépense, le fluide arrivant à l'orifice avec une vitesse déjà acquise..... 42
*Dépense avec des canaux additionnels..... 43

(1) Depuis l'impression de cette partie de l'ouvrage, M. Savart a communiqué à l'Académie des sciences de Paris de très-ingénieuses observations sur la *Constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires en mince paroi*, dans quelque direction que ce soit, et en les considérant dans toute leur étendue. Il est arrivé à des résultats qui font parfaitement connaître cette constitution, et qui présentent en outre aux physiciens un ordre de faits aussi curieux qu'intéressans. (Voyez le tome I, p. 275, du journal intitulé *l'Institut.*)

Pages.

2. *Ajutages cylindriques.*

N.° 39 — 40. Dépense : son coefficient..... 45
41. Vitesse à la sortie de l'ajutage..... 46
42 — 44. Augmentation de dépense : sa cause.... 47

3. *Ajutages coniques* (*convergens*).

45. Du coefficient de la dépense, et de celui de la vitesse..... 51
46. Expériences faites à Toulouse pour leur détermination..... 53
47. Coefficient pour les grosses buses pyramidales. 57

4. *Ajutages coniques divergens.*

48. Augmentation dans la dépense..... 57
49 — 51. Expériences de Venturi et d'Eytelwein à ce sujet..... 58
52. Mesure de la force qui produit l'augmentation. 62

ART. 3. *De l'écoulement sous de fort petites charges.*

53 — 54. Vitesse des divers filets à leur sortie.... 63
55 — 57. Vitesse moyenne, et dépense pour les orifices rectangulaires..... 64
58. La charge doit être mesurée en plein réservoir . 66
59. Cas des orifices non-rectangulaires : orifices circulaires..... 67
60 — 63. Coefficiens de réduction : expériences de MM. Poncelet et Lesbros. Exemples..... 68

ART. 4. *De l'écoulement par les déversoirs.*

64. Nature de l'écoulement..... 70
65 — 67. Établissement des formules de la dépense. 71
68 — 71. Leur coefficient : expériences d'Eytelwein, de Bidone, faites à Toulouse, de MM. Poncelet et Lesbros..... 73
72 — 73. Formules définitives..... 78
74. Épaisseur de la lame fluide à son passage sur le seuil, comparativement à la hauteur du réservoir au-dessus de ce seuil..... 80

CHAPITRE II.

DE L'ÉCOULEMENT LORSQUE LE RÉSERVOIR SE VIDE.

Pages.

N.° 75 — 76. Rapport entre la vitesse à l'orifice et la vitesse dans le réservoir 82
77. Volume d'eau écoulé, comparativement au cas où le réservoir est entretenu plein 84
78 — 79. Tems qu'un bassin prismatique met à se vider en tout ou en partie 85
80. Volume écoulé en un tems donné 87
81 — 82. Cas où le bassin reçoit un affluent pendant qu'il se vide 88
83. Cas où l'eau sort par un déversoir 90
84. Cas des bassins non-prismatiques 91

CHAPITRE III.

DE L'ÉCOULEMENT LORSQUE L'EAU PASSE D'UN BASSIN DANS UN AUTRE.

85 — 86. Le niveau étant constant dans les deux bassins 93
87 — 88. Le niveau étant constant dans l'un et variable dans l'autre 95
89. Le niveau étant variable dans tous les deux.. 98
90. Remarque au sujet des vases divisés en compartimens 100

SECONDE SECTION.

DES EAUX COURANTES.

CHAPITRE PREMIER.

DES CANAUX.

92. Pente, section, périmètre-mouillé d'un canal. 101
Nature du mouvement dans les canaux.
93. Cause du mouvement 103

Pages.

N.° 94. Force accélératrice et force motrice..... 104
95 — 96. Résistance du lit : sa nature 105
97. Vitesse moyenne..... 109
98. Lois de la résistance..... 109

Formules du mouvement et applications.

99 — 100. Équation fondamentale 111
101 — 103. Expressions de la vitesse et de la dépense 112
104. Calcul de la pente : observations..... 113
105 — 106. Cas où la largeur et la profondeur sont à déterminer 114
107 — 108. Figure de la plus grande dépense... 116
109. Canaux rectangulaires..... 118
*Du mouvement permanent..... 119

Prise d'eau des canaux.

110 — 112. Chute à l'entrée des canaux découverts : ses conséquences (1) 120
113. Prise d'eau par un vannage 124

Rapport entre la vitesse moyenne et la vitesse à la surface.

114. Valeur de ce rapport d'après les expériences de Dubuat..... 126

---

(1) La valeur de cette chute et sa relation avec la vitesse du mouvement censé être uniforme, que nous avons admises d'après Dubuat, n'étant pas rigoureusement exactes, les résultats auxquels elles conduisent ne doivent être regardés que comme approximatifs.

Cette relation, $H - h = \frac{1}{2gm^2}\left(\sqrt{2736\frac{ps}{c}} - 0{,}0332\right)^2$, donne encore très-facilement, mais toujours en simple approximation, le volume d'eau que conduira un canal rectangulaire, assez long pour que le mouvement y parvienne à l'uniformité, lorsqu'on connaît sa pente et sa largeur, ainsi que la hauteur du réservoir au-dessus du seuil d'entrée. La relation y est $H - h = \frac{133}{m^2} \cdot \frac{plh}{l+2h}$, ou, en faisant moyennement $m = 0{,}90$, $H - h = 164\,\frac{plh}{l+2h}$: on a de plus $Q = 51lh\sqrt{\frac{plh}{l+2h}}$. Par la première formule, en résolvant l'équation du

CHAPITRE II.

DES RIVIÈRES.

ART. 1.er *De l'établissement du lit.*

Pages.

N.° 116 — 117. Formation du lit 129
118. Établissement du régime : expériences de Dubuat 133
119. Largeur du lit plus grande que la profondeur : cause 134
120. Remarque au sujet des grands travaux sur les rivières 135

ART. 2. *Considérations sur le mouvement, la vitesse et la dépense dans les rivières.*

1. *Figure de la surface fluide.*

121 — 123. En long 136
124. En travers 139

2. *Détermination de la vitesse.*

125 — 126. Modes de détermination (celui qu'on emploie pour les canaux, et les mesures hydrométriques) 140
127 — 132. Des hydromètres : flotteurs, volant à aubes, pendule hydrométrique, tube de Pitot, tachomètre de Brunings, moulinet de Woltmann 142

---

second degré, on aura la valeur de h; et, en la substituant dans celle de Q, on obtiendra la quantité d'eau cherchée.

Si le fond du canal était horizontal, le mouvement n'y arriverait pas à l'uniformité; et l'on aurait alors la dépense à l'aide du mode de calcul indiqué par M. Bélanger (p. 120). Dans un tel canal, la profondeur d'eau diminue à mesure qu'on s'éloigne de l'origine : H' et h' étant deux profondeurs d'eau prises à L' de distance de l'une à l'autre, Eytelwein admet,

$$Q^2 = \frac{433 l^3}{L'(l+2h')^2}\left\{(l+2h')^2 H'^3 - 3lh'(l+h)H'^2 + 3l^2h'^2H' - (l^2+lh+4h'^2)h'^3\right\}.$$

Pages.

N.° 133. Vitesse moyenne d'une section..... 148
134 — 135. Rapport entre la vitesse moyenne et la vitesse à la surface sur une même verticale 149

3. *Jaugeage des cours d'eau.*

136 — 137. Par les mesures hydrométriques..... 152
138. Par les déversoirs..... 153
139. Cas des déversoirs incomplets 155
140. De la vitesse et dépense absolue des rivières. 156

ART. 3. *Des remous.*

141. Acception donnée au mot remou 158
142 — 143. Hauteur des remous..... 158
144 — 145. Amplitude des remous 160
146. Remou produit par un rétrécissement du lit. 164
147. Remou occasioné par un pont..... 165
148. Chute sous les arches d'un pont..... 167

CHAPITRE III.

DU MOUVEMENT DE L'EAU DANS LES TUYAUX DE CONDUITE.

149. Similitude entre ce mouvement et celui qui a lieu dans les canaux 168

ART. 1.er *Des conduites simples.*

1. *Conduites rectilignes et de diamètre uniforme.*

150 — 151. Expression de la résistance..... 170
152 — 153. Équation fondamentale du mouvement..... 172
154. Cas des grandes vitesses 174
155 — 156. Expressions de la dépense 175
157 — 158. Expressions du diamètre 175
159 — 160. Cas où les conduites sont terminées par des ajutages..... 177

2. *Conduites coudées et étranglées.*

161. Trois sortes de résistances (celle des parois, celle des coudes et celle des étranglemens). 180

Pages.

N.° 162 — 163. Résistance des coudes : applications et remarques 181
164 — 166. Résistance provenant des étranglemens 186
167. Effet des renflemens..... 189
168. Étranglement à l'entrée des conduites..... 190
169. Équation générale pour une conduite simple. 191
170. Modifications à y faire dans l'application ... 192
171. Du pouce d'eau des fontainiers 194

3. *De la pression sur les parois des conduites.*

172 — 175. Sa nature et son expression..... 195
176 — 177. Charge entière : charge effective, différence avec la pression..... 199
178 — 179. Du piézomètre et de son usage..... 200
180. Épaisseur à donner aux tuyaux de conduite. 201

ART. 2. *Des systèmes de conduite.*

181. Problème à résoudre 204
182. Des pertes de charge..... 205
183 — 184. Perte par l'effet d'une érogation ou prise d'eau 205
185. Perte par suite de l'angle qu'un branchement fait avec la conduite 208
186 — 187. Équations du mouvement dans un branchement 209
188. Exemple d'une grande distribution d'eau... 210
189. Observations pratiques sur l'établissement des conduites 218

CHAPITRE IV.

DES JETS D'EAU.

190. Hauteur à laquelle les eaux tendent à s'élever. 220
191 — 192. Hauteur réelle de l'élévation, les orifices étant en mince paroi..... 221
193. Effet des ajutages 224
194 — 196. Amplitude et élévation des jets inclinés. 225

Pages.

N.° 197 — 198. Problème général des jets d'eau. Exemple pris d'une gerbe d'eaux jaillissantes.. 226

TROISIÈME SECTION.

DE L'EAU COMME MOTEUR, ET DES MACHINES HYDRAULIQUES.

CHAPITRE PREMIER.

DU CHOC ET DE LA RÉSISTANCE DE L'EAU.

ART. 1.er *Choc ou pression hydraulique.*

200. Nature du choc des fluides 232

1. *Choc d'une veine isolée.*

201. Expression théorique du choc direct d'une veine..... 233

202 — 205. Lois et expression de ce choc d'après l'expérience 235

206. Effet des rebords qui entourent une plaque choquée 238

207. Du choc oblique..... 239

208 — 209. Choc direct et choc oblique contre une plaque en mouvement..... 240

2. *Choc d'un fluide indéfini.*

210. Circonstances du mouvement et de l'action d'un tel fluide 242

211 — 213. Mesure des pressions exercées sur les corps entièrement plongés dans le fluide. 245

214. Mesure des pressions sur les corps flottans.. 247

215 — 216. Expression générale de l'effort du choc 248

217. Cas où le choc est oblique 249

3. *Choc d'un fluide contenu dans un coursier.*

218. Expression de son effort 250

219. Effet des rebords de la plaque choquée 251

Pages.

ART. 2. *Résistance de l'eau.*

1. *Dans un large lit.*

N.° 220. Différence entre le choc et la résistance 252
221 — 222. Lois et valeur de la résistance..... 253
223. Cas où les corps sont prismatiques..... 254
224 — 225. Effet des proues et des poupes à faces planes..... 255
226. Effet des surfaces courbes..... 257
227. Observations sur la figure de moindre résistance..... 257

2. *Dans un canal étroit.*

228. Expression de la résistance d'après Dubuat.. 258
229. Résistance éprouvée par les barques du canal de Languedoc..... 260

CHAPITRE II.

DES MACHINES HYDRAULIQUES.

230. Machines objet de ce chapitre..... 262

Des moteurs et des effets.

231. De la force des moteurs en général, ou de la force dynamique : sa nature et son expression 264
232. Force d'un courant d'eau..... 267
233. Force du cheval-vapeur 268
234. Effets et résistances : leurs espèces 269
235 — 236. Effet dynamique : son expression ... 271
237. Lorsque le mouvement d'une machine est uniforme, le moment de l'action motrice est égal au moment de l'action résistante... 273
238. Rapport de l'effet à la force 275
239. Limite des effets..... 275
240. Unités dynamiques..... 276

ART. 1.er *Des roues hydrauliques.*

241. Leurs différentes espèces..... 278

Pages.

A. *Roues mues par le choc de l'eau.*

1. *Roues verticales à aubes planes.*

a. Contenues dans un coursier rectiligne.

N.° 243. Roue à aubes ordinaires : ses parties 280
244. Des vannages 281
245. Des coursiers 283
246 — 250. Des aubes : leurs dimensions, leur nombre comparativement au diamètre de la roue, leur inclinaison, effet de leurs rebords 284
251. Mise en mouvement de la roue 288
252. Expression analytique de l'effet 289
253 — 255. Vitesse, charge et effet, dans le cas du *maximum* d'effet 290
256. Considérations théoriques. Conditions nécessaires à la production du plein effet .. 292
257 — 262. Expériences de Smeaton : leurs conséquences 293
263. Expériences de M. Morin. Frein dynamométrique 298
264. Expression générale de l'effet 299
265 — 267. Formules usuelles. Exemple pris d'une machine soufflante 300
268. Notice historique. Comparaison entre les résultats des formules de Parent, Borda et Euler 303

b. Roues se mouvant dans un fluide indéfini.

269. Roues pendantes des moulins à nef : leurs dimensions principales 306
270. Inclinaison de leurs aubes : expériences de Deparcieux et Bossut 307
271 — 274. Effet dynamique : expériences de Bossut et de M. Poncelet 308
275. Roues des bateaux à vapeur 311

2. *Roues horizontales à percussion.*

276 — 277. Leur forme et effet 314

Pages.

B. *Roues mues par le poids de l'eau.*

1. *Roues à augets,*

a. Recevant l'eau au sommet.

N.° 278 — 282. Parties principales d'une roue à augets : arbre, bras et couronne 317
283 — 284. Tracé des augets 320
285. Différens modes de donner l'eau 324
286. Détermination de la largeur de la roue... 325
287. Sur la force imprimée à la roue, et sur les pertes de force du courant moteur..... 326
288. Force imprimée par l'arc chargé d'eau 327
289 — 291. Pertes de force ou de chute au-dessus de cet arc. Conséquences sur le diamètre de la roue comparativement à la chute .. 328
292 — 297. Pertes de chute au-dessous de l'arc chargé d'eau, et par la forme des augets, et par la force centrifuge. Principes relatifs aux effets de cette force : pertes qu'elle occasionne tant dans les cas ordinaires que dans les très-grandes vitesses..... 331
298. Force imprimée restante, et expression de l'effet 340
299 — 301. Détermination de son coefficient : expériences faites à Poullaouen : exp. de Bossut et de Smeaton. Conséquences.... 341
302 — 304. Formules définitives. Exemple pris d'une machine à molettes pour les mines ; et remarque 351

b. Recevant l'eau au-dessous du sommet.

305. Caractère et avantages de ces roues 354
306. Manière de leur donner l'eau..... 355
307. Effet dynamique..... 356
308. L'eau doit être donnée aussi près que possible du sommet..... 357

2. *Roues contenues dans un coursier courbe.*

309. Leurs espèces et formes 358

Pages.
N.° 310. Leurs avantages et inconvéniens 360
312 — 313. Leur effet dynamique. Exemple pris d'un laminoir 360
314* — 315. Roues mues par le choc et par le poids : roues des grosses forges des Pyrénées 364

3. *Roues verticales à aubes courbes.*

316 — 317. Principes d'après lesquels M. Poncelet les a établies 366
318. Expériences de cet auteur. Conséquences .. 369
319. Expression de l'effet 371
320 — 321. Règles relatives à la disposition des aubes. Exemple pris d'un moulin à scie. 372

4. *Roues horizontales à aubes courbes.*

322. Forme et emplacement de ces roues 374
323 — 324. Leur effet théorique et leur effet réel. 376
325. Roue ou turbine de M. Burdin 378
326 — 329. Observations sur les moulins à blé : leur effet dynamique ; leur effet utile, ou rapport entre la quantité de blé moulu et la force employée à le moudre dans diverses sortes de moulins 381

5. *Roues ou machines à réaction.*

330. De la réaction et des roues à réaction 384
331. Lemme : figure de la surface fluide dans un vase doué d'un mouvement de rotation autour d'un arbre vertical 386
332. Effet de la force centrifuge sur la vitesse de sortie 387
333. Limite de l'effet théorique 388
334 — 335. Machines de Segner, d'Euler et de Mannoury d'Hectot : Turbine à réaction de M. Burdin 389

C. *Machines mues par la force centrifuge de l'eau.*

336. Action motrice de cette force en général ... 392

Pages.

N.° 337. Turbine immergée de MM. Burdin et Fourneyron 393

ART. 2. *De la machine à colonne d'eau.*

338 — 339. Idée, historique et jeu de cette machine 395

340. Son effet utile : machines de Hongrie et de Poullaouen..... 397

ART. 3. *Du bélier hydraulique.*

341 — 342. Composition et jeu de cette machine. 398

343 — 345. Rapport de l'effet utile à la force : expériences faites en France; expériences d'Eytelwein. Résultats obtenus 401

346. Expression de l'effet utile 406

347. Dimensions à donner aux principales parties d'un bélier, d'après l'effet qu'il doit produire..... 406

348. Remarque sur l'usage de cette machine ... 408

349*. Indication approximative de la force des diverses machines hydrauliques..... 409

QUATRIÈME SECTION.

DES MACHINES A ÉLEVER L'EAU.

350. Machines objet de cette section..... 412

CHAPITRE PREMIER.

DES POMPES.

351 — 355. Parties constituantes des pompes : corps de pompe, pistons, soupapes, tuyaux d'ascension et d'aspiration..... 412

356. Diverses espèces de pompes..... 419

ART. 1.er *Des pompes aspirantes.*

357. Parties qui les constituent..... 419

Pages.

N.° 358 — 361. Hauteur à laquelle l'aspiration peut y élever l'eau : règles à ce sujet 420
362. Pompes élévatoires..... 423
363. Charge d'eau que supporte le piston..... 425
364 — 369. Résistances passives : frottement du piston, frottement de l'eau dans les tuyaux, étranglemens aux soupapes et à l'entrée, poids des soupapes, inertie..... 426
370. Calcul de ces diverses résistances dans une pompe : comparaison avec l'expérience .. 431
371. Effort nécessaire pour lever le piston 433
372. Effort pour le baisser..... 435
373. Réunion de deux pompes en un couple ... 436
374. Quantité d'eau élevée par une pompe : déchet..... 436
375. Vitesse à donner au piston..... 437

ART. 2. *Des pompes foulantes.*

376 — 377. Leur caractère et leurs espèces..... 439
378. Charge qu'elles ont à élever..... 440
379. Résistance au clapet de retenue provenant de l'inégalité de ses deux surfaces..... 441

ART. 3. *Des pompes aspirantes et foulantes.*

380. Leurs parties..... 442
381. Leur effet dynamique..... 443
382. Description succincte d'un équipage de pompes..... 444
383. Pompe d'incendie..... 445
384. Presse hydraulique..... 446
385. Pompes rotatives : pompe de Dietz..... 448

CHAPITRE II.

DE LA VIS D'ARCHIMÈDE.

386 — 387. Ses parties, ses dimensions ordinaires, et son usage..... 450
388. Sa manière d'agir..... 452

Pages.

N.° 389 (et 393). Quantité dont l'extrémité de la vis doit plonger dans l'eau à épuiser..... 454
390 — 394. Théorie de la vis dans la supposition d'un canal hélicoïde de très-petite section : longueur de l'arc hydrophore, effet utile, limites de cet effet, influence de la vitesse. 456
395. Effet réel de la vis d'Archimède 459
396. Nombre d'ouvriers à y employer 461
397. De la vis hydraulique 462

Pompe spirale.

398. Idée de cette machine 463

CHAPITRE III.

DES MACHINES A SEAUX.

399. Moteurs ordinaires de ces machines. Observation sur les moteurs animés..... 464

ART. 1.er *Seaux proprement dits.*

400. Baquetage 465
401. Seau suspendu à une bascule..... 466
402. Seaux élevés à l'aide d'un treuil. Travail de l'homme sur la manivelle 466
403. Seaux élevés à l'aide d'une corde passant sur une poulie fixe..... 469

ART. 2. *Des norias.*

404 — 405. Idée de ces machines : leurs avantages et leurs inconvéniens..... 469
406. Description succincte d'une noria..... 471
407. Son effet utile : nombre de chevaux à y employer 473
408. Observation de M. Emmery relative à l'effet dynamique..... 474

ART. 3. *Des chapelets.*

409 — 410. Chapelet vertical : son effet utile.. 475
411 — 412. Chapelet incliné : son effet..... 478

Pages.

ART. 4. *Des roues à godets et à tympan.*

N.° 413 — 414. Roue à godets : son effet utile..... 480
415. Tympan des anciens..... 481
416. Tympan de Lafaye : son effet..... 482

SECONDE PARTIE.

DE L'AÉROMÉTRIE.

PRÉLIMINAIRES.

PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES DE L'AIR.

418 — 419. Homogénéité. Élasticité. Manomètre. 485
420 — 421. Compressibilité : mesure de la pression..... 486
422. Dilatabilité par la chaleur..... 487
423. Poids spécifique de l'air de l'atmosphère, sec ou chargé de vapeurs aqueuses..... 488
424 — 425. Poids de l'air, comparativement à l'eau et au mercure..... 490
426. Poids spécifique d'un fluide aériforme quelconque..... 490

PREMIÈRE SECTION.

DU MOUVEMENT DE L'AIR SORTANT D'UN RÉSERVOIR OÙ IL EST COMPRIMÉ.

427. Force ou effort en vertu de laquelle l'air sort. 491
428. Vitesse de sortie : son expression..... 492
429 — 436. Dépense : détermination du coefficient de contraction ; expériences faites à Toulouse pour cet objet, sur des orifices en mince paroi, sur des ajutages cylindriques et sur des ajutages coniques .. 492

Pages.

N.° 437 — 439. Dépense par les buses ordinaires : son expression, soit en volume, soit en poids 497
440. Dépense d'un fluide aériforme quelconque. 499
441 — 443. Exemples divers 500

SECONDE SECTION.

CHAPITRE PREMIER.

DU MOUVEMENT DE L'AIR DANS LES TUYAUX DE CONDUITE.

444 — 445. Résistance des tuyaux : son expression. 502
446 — 450. Équation fondamentale du mouvement de l'air, etc. : détermination du coefficient constant ; expériences faites à ce sujet, aux mines de Rancié (Ariège).... 504
451. Pression exercée par l'air sur les parois de la conduite, près de son extrémité..... 509
452 — 453. Expression générale de la dépense.. 510
454. Cas où les conduites sont entièrement ouvertes à leur extrémité : comparaison avec l'expérience 510
455. Rapport entre les volumes d'air et d'eau dépensés par des conduites égales et sous des charges ou pressions égales 511
456. Dépense pour un gaz quelconque..... 513
457. Observations sur la résistance des coudes.. 513
458. Remarque sur la résistance des étranglemens..... 513
459. Exemples pris des gazomètres, etc..... 514

CHAPITRE II.

DES MACHINES SOUFFLANTES.

460. Leurs espèces..... 515
461 — 462. Expression de la force du moteur de la machine..... 517

Pages.

N.° 463 — 465. Expression de l'effet dynamique lorsque l'ajutage de sortie est immédiatement adapté à la machine, et lorsqu'il est à l'extrémité d'une longue conduite..... 517
466. Rapport moyen de l'effet dynamique à la force du moteur dans chaque espèce de machine 520
467. Équation fondamentale, ou relation entre l'effet et la force..... 521
468. Expression de la dépense, en fonction de la force du moteur 522
469 — 470. Expression du diamètre à donner à une conduite. Observation sur l'avantage d'un grand diamètre, comparativement à celui de la buse de sortie. Exemples pris de la soufflerie d'un grand fourneau, et d'un ventilateur..... 522

TROISIÈME SECTION.

CHAPITRE PREMIER.

DU CHOC ET DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR.

471. Manière de constater la résistance 526
472 — 474. Lois de la résistance, en fonction de la surface choquée, de la densité et de la vitesse de l'air..... 527
475. Expression de la résistance éprouvée par les surfaces planes des corps minces..... 530
476. Choc oblique..... 531
477. Résistance éprouvée par des solides de différente forme 531
478. Exemples. Force du vent à diverses vitesses. 533

CHAPITRE II.

DES MOULINS A VENT.

Pages.

N.° 479. Leurs parties et dimensions principales.... 535
480 — 481. De la meilleure disposition à donner aux ailes : expériences de Smeaton 536
482. Lois du mouvement des moulins déduites de ces expériences 539
483 — 485. Effet dynamique : expérience de Coulomb 540
486. Effet économique..... 543

FIN.

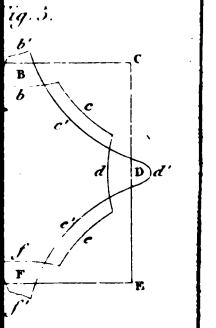


Fig. 12.

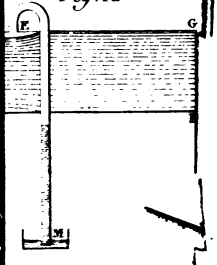
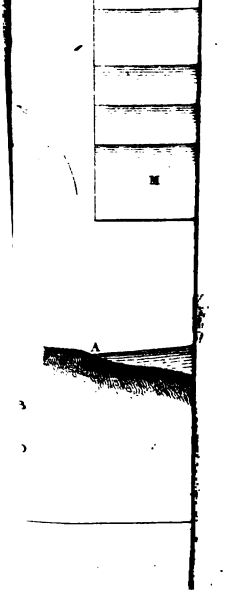


Fig. 18.



YORK
BRARY
OX AND
DATIONS.

THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY

ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.

W YORK
LIBRARY
, LENOX AND
FOUNDATIONS.

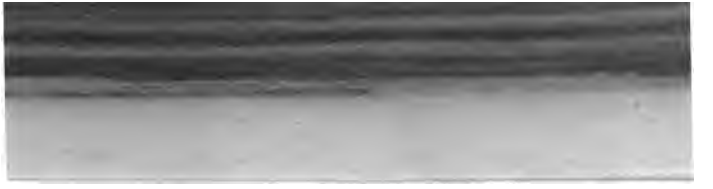
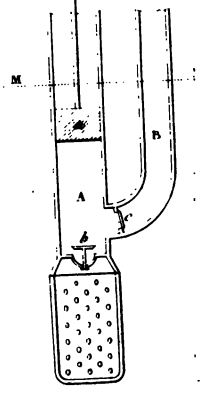


Fig. 54.

3.

Fig. 86.



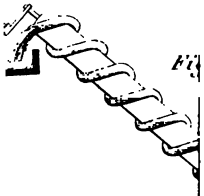
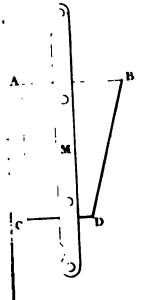


Fig. 87.



592 - 93

ERRATA.

Page	65	*ligne* 22	lH	*lisez* $\sqrt{2gl}$H
	66	5	hauteur	hauteur due
	118	1	vitesse	largeur
	123	17	905	0,905
	188	6	0,131	0,0131
	198	3	M*e*	M*e'*
	209	10	$2.0{,}051v^2$	$2.0{,}051v^2$
	209	27	R	[R]
	226	16	n^2	$4n^2$
	227	16	Retranchant	Divisant
	277	28	π	Π
	330	19	vitesse imprimée	force imprimée
	463	*marge*	fig. 84	fig. 86
	488	*ligne* 10	0,00375	0,00375t.

Addition. Des essais nouvellement faits ont prouvé qu'il y a un grand avantage à introduire, dans les fourneaux métallurgiques, non plus de l'air à la température de l'atmosphère, mais à une très-haute température, à 300 degrés thermométriques au moins.

Soit t, le nombre de degrés, en faisant encore $1+0{,}00375t=T$, l'effet dynamique de la machine soufflante sera, comme au n.° 465,

$$3922610\sqrt{\frac{T}{b+h}}\cdot d^2h^{\frac{3}{2}}\left(1+0{,}0238\frac{Ld^4}{D^5}\right).$$

La hauteur manométrique h peut être exprimée en fonction de p, c'est-à-dire de la quantité ou poids de l'air soufflé en

une seconde : si l'on désigne par $[p]$ cette fonction, l'équation du mouvement (467) sera

$$\mu PC = 392261 \sqrt{\frac{T}{b+[p]}} \cdot d^4 [p]^{\frac{3}{2}} \left(1 + 0{,}00238 \frac{Ld^4}{D^5}\right).$$

La relation (438) $p = 493\, d^2 \sqrt{h \frac{b+h}{T}}$, donne $h = [p] = -\frac{1}{2} b + \sqrt{\frac{p^2 T}{(493)^2 d^4} + \frac{1}{4} b^2}$.

Dans une simple approximation, on peut regarder $b+h$ comme constant, et égal à 0^m80 par exemple : alors $h = \frac{p^2 T}{(441)^2 d^4}$, et l'équation, qui devient

$$\mu PC = 0{,}00122\, T^3 p^3 \left(\frac{L}{D^5} + \frac{42}{d^4}\right),$$

montre les rapports qu'il y a entre la force du moteur PC^{km}, la température $t,^\circ$ $(T = 1 + 0{,}00375\, t,^\circ)$, la quantité d'air soufflée p^k, la longueur du porte-vent L^m, son diamètre D^m, et le diamètre de l'orifice de sortie d^m.

THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY
REFERENCE DEPARTMENT

This book is under no circumstances to be taken from the Building

form 418